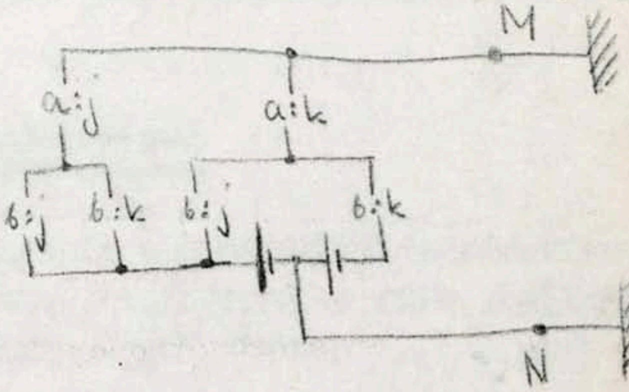
analogicznie możemy zrealizować funkcje $(x:j)'$ oraz $(x:k)'$.

3.33 Iloczyn

$a \cdot b$

b\a	i	j	k
i	i	i	i
j	i	j	j
k	0	j	k

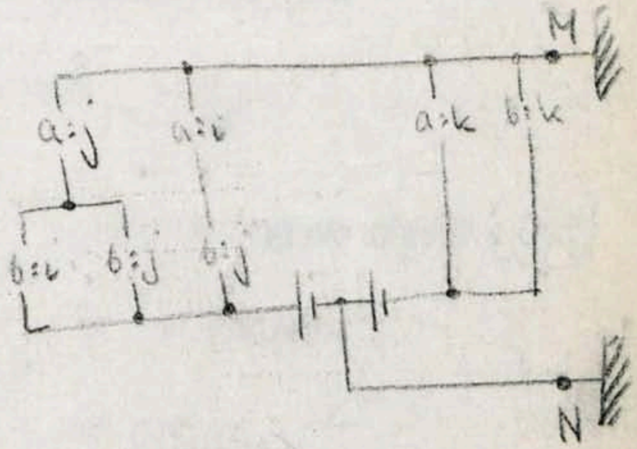


rys. 3.331

3.34 Suma

$a + b$

b\a	i	j	k
i	i	j	k
j	j	j	k
k	k	k	k



rys. 3.341

Rozdział 4. Algebry pięcioelementowe

4.0 Uwagi wstępne

W niektórych urządzeniach automatycznych / np. automatyka kolejowa / stosuje się często elementy / kontakty, przekaźniki / dwupozycyjne i wielopozycyjne / np. w automatyce kolejowej trójpozycyjne /. WE wspomnianej wyżmej automatyce kolejowej występują dwa rodzaje układów o jednym wyjściu, a mianowicie :

1/ układy których część wejść jest dwu-stanowa, część trzy-stanowa o wyjściu dwustanowym ;

2/ układy których część wejsc jest dwustanowa , część trzystanowa o wyjsciu trzystanowym.

W istniejących urządzeniach układy te występują zespołami część wyjsc układów ~~drugim~~ 2/ - rodzaju jest podłączona na wejcia układów 1/ - rodzaju i odwrotnie.

W tym rozdziale będziemy badali dwie algebry,przy pomocy pierwszej z nich / paragraf 4.1 /, możemy projektować i analizować układy 1/- rodzaju, przy pomocy drugiej z nich / paragraf4.2

możemy projektować i analizować układy 2/ - rodzaju.

Obie te algebry są szczególnym przypadkiem algebr badanych w paragrafach 1.2 i 1.3.

4.1 Algebra 2 + 3 elementowa

Rozważana w niniejszym paragrafie algebra jest dwuelementową / zerojedynkową / algebrą Boole'a , rozszerzoną o pewną funkcje od argumentów przebiegających zbiór trzyelemntowy $\{i,j,k\}$, o wartościach ze zbioru $\{0,1\}$.

Aksjomatykę dwuelementowej algebry Boole'a przyjmiemy za H.Greniewskim, K.Bochenkiem i R.Marczyńskim [5] .

Wyrażenia pierwotne.

1/ stałe $0,1$

2/ zmienne $x,y,z,\ldots$ przebiegające zbiór $\{0,1\}$

3/ funkcje $\overline{x}$ / dopełnienie /

$x+y$ / suma /

$x.y$ / iloczyn /

Tezy pierwotne / postułaty /

4.110 $0 \neq 1$

4.111 $x=0$ lub $x=1$

4.112 a. $\overline{0}=1$ 4.112 b. $\overline{1}=0$

4.113 a. $0+x=x$ 4.113 b. $1.x=x$

4.114 a. $1+x=1$ 4.114 b. $0.x=0$

4.115 a. $x+y+z=x+(y+z)$ 4.115 b. $x.y.z=x.(y.z)$

Do powyższej aksjomatyki dołączymy następujące :

Wyrażenia pierwotne

1/ stałe i,j,k

2°/ zmienne $a, b, \ldots$ przebiegające zbiór $\{i, j, k\}$

3°/ funkcja $a:b$ / identyfikacja /

Tezy pierwotne / postulaty /

4.121 $i \neq j \neq k \neq i$

4.122 jeżeli $a = b$, to $a:b = 1$

4.123 jeżeli $a \neq b$, to $a:b = 0$

W dalszych rozważaniach ograniczymy się do twierdzeń, w których występują zmienne $a, b, c, \ldots$, przebiegające zbiór $\{i, j, k\}$ wszystkie twierdzenia dwuelementowej algebry Boole'a przyjmujemy za znane.

<u>Twierdzenia.</u>

4.131 $(a:i) + (a:k) = \overline{(a:j)}$

4.132 $(a:i) + (a:j) = \overline{(a:k)}$

4.133 $(a:j) + (a:k) = \overline{(a:i)}$

4.134 $\overline{(a:i)} \cdot \overline{(a:k)} = (a:j)$

4.135 $\overline{(a:i)} \cdot \overline{(a:j)} = (a:k)$

4.136 $\overline{(a:j)} \cdot \overline{(a:k)} = (a:i)$

4.141 $(a:i) + (a:j) + (a:k) = 1$

4.142 $(a:i) \cdot (a:j) = 0$

4.143 $(a:i) \cdot (a:k) = 0$

4.144 $(a:j) \cdot (a:k) = 0$

4.145 $(a:b) + (a:b) = (a:b)$

4.146 $(a:b) \bullet (a:b) = (a:b)$

4.147 $(a:b) + \overline{(a:b)} \cdot (c:d) = (a:b) + (c:d)$

4.148 $$\overline{(a:b)+(c:d)} = \overline{(a:b)}\cdot\overline{(c:d)}$$

4.149 $$\overline{(a:b)}+\overline{(c:d)} = \overline{(a:b)\cdot(c:d)}$$

Dowody powyższych twierdzeń pominiemy ze względu na ich elementarność.

Na podstawie rozważań przeprowadzonych w paragrafie 1.2 , funkcja uniwersalna jednej zmiennej dwuwartościowej i jednej zmiennej trójwartościowej ma postać

4.151 $$(x;a*C_1,\dots,C_6) = C_1\cdot(a:i)\cdot\overline{x} + C_2\cdot(a:i)\cdot x + C_3\cdot(a:j)\cdot\overline{x} + C_4(a:j)x + C_5\cdot(a:k)\overline{x} + C_6\cdot(a:k)\cdot x$$

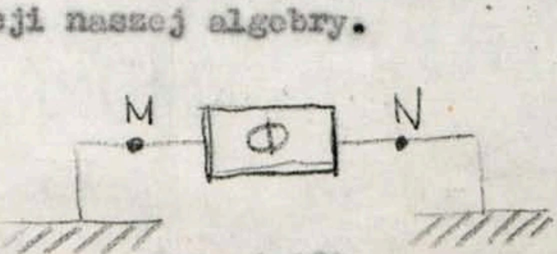
oraz funkcja uniwersalna dwóch ~~xxxxxx~~ zmiennych dwuwartościowych i jednej zmiennej trójwartościowej jest postać

4.152 $$\left(x,y;a*\left\|\begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ C_5 & C_6 & C_7 & C_8 \\ C_9 & C_{10} & C_{11} & C_{12}\end{matrix}\right\|\right) =$$

$$C_1\cdot(a:i)\cdot\overline{x}\,\overline{y} + C_2\cdot(a:i)\,\overline{x}y + C_3\cdot(a:i)x\overline{y} + C_4\cdot(a:i)\cdot xy + C_5\cdot(a:j)\overline{x}\,\overline{y} + C_6(a:j)\overline{x}y + C_7(a:j)x\overline{y} + C_8(a:j)\cdot xy + C_9(a:k)\overline{x}\,\overline{y} + C_{10}(a:k)\overline{x}y + C_{11}(a:k)x\overline{y} + C_{12}(a:k)\cdot xy$$

4.2 Realizacja przekaźnikowo-stykowa algebry 2 + 3 - elementowej

Zajmiemy się obecnie sieciami elektrycznymi będącymi odpowiednikami funkcji naszej algebry.



rys. 4.160

Oznaczmy przez φ stan obwodu $M\Phi N$.

a/ jeżeli pomiędzy punktami M i N / rys. 4.160 / niema przepływu prądu to $\varphi=0$.

b/ jeżeli pomiędzy punktami M i N / rys. 4.160 / jest przepływ prądu to $\varphi=1$.

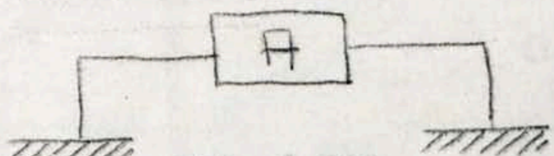
Wejcia do naszego obwodu będą dwóch rodzaji, mianowicie: wejecia dwu i wejścia trzy-stanowej.

Algebraicznym odpowiednikiem wejść będą zmienne, wejść dwustanowych zmienne dwuwartościowe, wejść trójstanowych zmienne trójwartościowe.

Wejścia do naszego układu będą kontaktami / stykami / sterowanymi przez przekaźnik lub w jaki kolwiek inny sposób / przez wejście będziemy rozumieli wszystkie kontakty sterowane wspólnie przez jeden przekaźnik / wejscia dwustanowe będą sterowane przez przekaźnik dwupołożeniowy, wejscia trzystanowe przez przekaźnik trójpołożeniowy.

1/ Jeżeli przez uzwojenie przekaźnika dwupołożeniowego $\mathcal{X}$ nie przepływa prąd to kontakty $x=0$ oraz $\overline{x}=1$.

2/ Jeżeli przez uzwojenie przekaźnika dwupołożeniowego $\mathcal{X}$ płynie prąd to kontakty $x=1$ oraz $\overline{x}=0$.



rys. 4.211

3/ Jeżeli przez uzwojenie przekaźnika trójpołożeniowego A nie przepływa prąd, to kontakty $a_i=1$ oraz $a_j=0$ oaraz $a_k=0$,

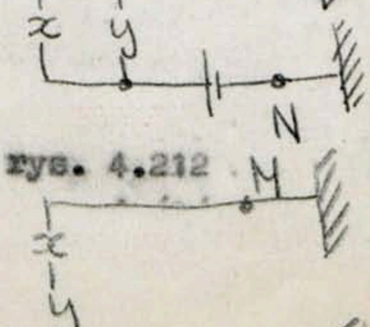
4/ Jeżeli przez uzwojenie przekaźnika trójpołożeniowego A płynie prąd od punktu M do punktu N / rys. 4.211/, to kontakty $a_i=0$ oraz $a_j=1$ oraz $a_k=0$.

5/ Jeżeli przez uzwojenie przekaźnika trójpołożeniowego A płynie prąd od punktu N do punktu M / rys. 4.211 / to kontakty $a_i=0$ oraz $a_j=0$ oraz $a_k=1$

Realizacja podstawowych funkcji dwuelementowej algebry Boole'a przyjmiemy za Schanonem [17], Gawryłowem [2], Gr.C.Moisilem [11],[12].

Suma $x+y$

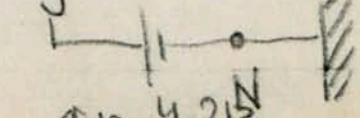
+	0	1
0	0	1
1	1	1



rys. 4.212

Iloczyn $x.y$

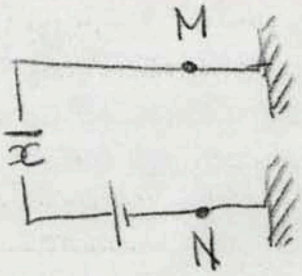
	0	1
0	0	0
1	0	1



rys. 4.213

Dopełnienie $\overline{x}$

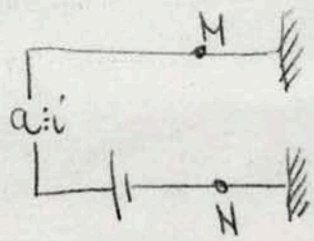
x	$\overline{x}$
0	1
1	0



rys. 4.424

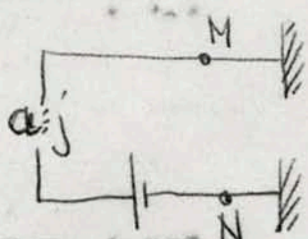
analogicznie jak dopełnienie przyjmujemy realizacje dla trzech funkcji jednego argumentu trójwartościowego

a	$(a;i)$
i	1
j	0
k	0



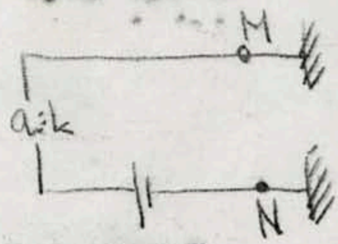
rys. 4.215

a	$a;j$
i	0
j	1
k	0



rys. 4.216

a	$a;k$
i	0
j	0
k	1



rys. 4.217

Rozpatrzmy teraz prosty przykład algebraicznego projektowania sieci. Przypuscmy, że do pewnych celów potrzebna nam jest sieć o jednym wejsciu dwustanowym i jednym wejsciu trójstanowym oraz jednym wyjsciu dwustanowym spełniającym poniższą tabelkę zależności od stanów wejść:

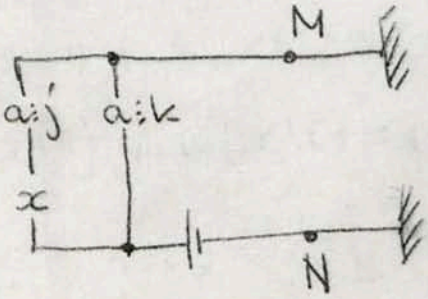
a	x	f
i	0	0
i	1	0
j	0	0
j	1	1
k	0	1
k	1	1

tabelka 4.221

Z tabelki 4.221 otrzymujemy wartość stałych funkcji uniwersalnej 4.151, a mianowicie gdy dla jakiejś kombinacji zmiennych wartość funkcji jest 0, to stała pomnożona przez tę kombinację przyjmujemy 0, jeżeli zaś wartość funkcji jest 1 to stałą przyjmujemy równą 1.

4.222
$$\begin{aligned} f &= (a{:}j).x + (a{:}k)\bar{x} + (a{:}k)x \\ &= (a{:}j).x + (a{:}k)(\bar{x}+x) \\ &= (a{:}j).x + (a{:}k) \end{aligned}$$

Na mocy przyjętej realizacji możemy narysować schemat sieci poszukowanej.



rys. 4.223

Dalsze przykłady zastosowania algebry 2 + 3 elementowej rozpatrzymy w rozdziale 5.

4.3 Algebra 3 + 2 elementowa

Rozważana w niniejszym paragrafie algebra jest trzyelementową algebrą badaną poprzednio w rozdziale 3, rozszerzoną o pewną funkcje dwuargumentową o argumentach przebiegających zbiór dwuelementowy $\{0,1\}$, o wartościach ze zbioru $\{i,j,k\}$.

Do układu aksjomatów przyjętych w rozdziale 3, dołączymy następujące:

Wyrażenia pierwotne

1°/ stałe $0,1$

2°/ zmienne $x,y,z,\ldots$ przebiegające zbiór $\{0,1\}$

3°/ funkcja $x|y$ / identyfikacja druga /

Tezy pierwotne / postulaty /

4.311 $0 \neq 1$

4.312 jeżeli $x = y$, to $x|y = k$

4.313 jeżeli $x \neq y$, to $x|y = i$

W dalszych rozważaniach ograniczymy się do twierdzeń w których wystąpią zmienne $x, y, z, \ldots$, przebiegające zbiór $\{0, 1\}$, poza tym przyjmujemy podane w rozdziale 3, twierdzenia algebry trójelementowej.

Twierdzenia,

4.321 $(x|0) + a(x|1) = (x|0) + a$

4.322 $(x|1) + a(x|0) = (x|1) + a$

4.323 $(x|0) + (y|0) = \left[(x|1) \cdot (y|1)\right]'$

4.324 $(x|1) + (y|1) = \left[(x|0) \cdot (y|0)\right]'$

Dowody powyższych twierdzeń pominiemy ze względu na ich elementarność.

Na podstawie rozważań przeprowadzonych w paragrafie 1.2 funkcja uniwersalna jednej zmiennej dwuwartościowej i jednej zmiennej trójwartościowej ma postać :

4.331 $$(a; x * C_1, C_2, \ldots, C_6) = C_1 \cdot (a:i)(x|0) + C_2(a:i) \cdot (x|1) + C_3(a:j) \cdot (x|0) + C_4 \cdot (a:j)(x|1) + C_5(a:k)(x|0) + C_6(a:k)(x|1)$$

oraz funkcja uniwersalna dwu zmiennych dwuwartosciowych i jednej zmiennej trójwartościowej jest postać:

4.332 $$\left(a; x, y * \begin{Vmatrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ C_5 & C_6 & C_7 & C_8 \\ C_9 & C_{10} & C_{11} & C_{12} \end{Vmatrix}\right) =$$

$$C_1 \cdot (a:i)(x|0)(y|0) + C_2(a:i)(x|0)(y|1) + C_3 \cdot (a:i) \cdot (x|1)(y|0) + C_4 \cdot (a:i)(x|1)(y|1) + C_5(a:j)(x|0)(y|0) + C_6(a:j)(x|0)(y|1) + C_7(a:j) \cdot (x|1)(y|0) + C_8(a:j)(x|1)(y|1) + C_9(a:k)(x|0)(y|0) + C_{10}(a:k)(x|0)(y|1) + C_{11}(a:k)(x|1)(y|0) + C_{12}(a:k)(x|1)(y|1)$$

4.4 Realizacja przekaźnikowostykowa algebry 3 + 2 elementowej

Zajmiemy się obecnie sieciami elektrycznymi będącymi odpowiednikami funkcji naszej algebry.

Stanom obwodu przyporządkujemy elementy zbioru $\{i,j,k\}$ tak jak w paragrafie 3.3.

Stykom / kontaktom / przekaźnika spolaryzowanego trzypołożeniowego A przyporządkujemy elementy zbioru $\{i,j,k\}$ tak jak w paragrafie 3.3.

Przekaźnik dwupołożeniowy x posiada dwa rodzaje kontaktów / styków /

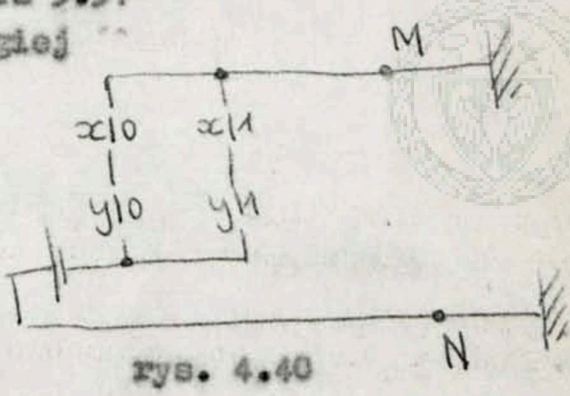
1/ Jeżeli przez uzwojenie przekaźnika x nie płynie prąd to kontakty $x10 = k$ oraz $x11 = i$.

2/ Jeżeli przez uzwojenie przekaźnika x płynie prąd to kontakty $x10 = i$ oraz $x11 = k$.

Realizacja identyfikacji patrz 3.31

Realizacja identyfikacji drugiej

$x \backslash y$	0	1
0	k	i
1	i	k

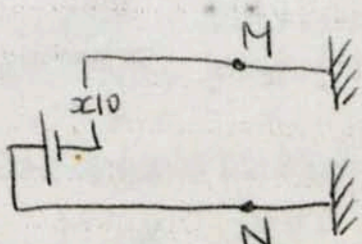


r

rys. 4.40

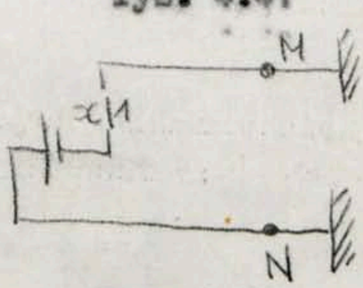
w szczególności

x	$x10$
0	k
1	i



rys. 4.41

x	$x11$
0	i
1	k



rys. 4.42

4.43 <u>Twierdzenie o rozkładzie.</u> Dowolną funkcję f o wartosciach ze zbioru $\{i,j,k\}$ możemy przedstawić w postaci

4.431 $$f = R(f) + j \cdot J(f)$$

gdzie $$R(f) = \begin{cases} f & \text{gdy } f \text{ przyjmuje wartość } i \text{ lub } k \\ i & \text{gdy } f \text{ przyjmuje wartość } j \end{cases}$$

gdzie $$J(f) = \begin{cases} f & \text{gdy } f \text{ przyjmuje wartość } i \text{ lub } j \\ i & \text{gdy } f \text{ przyjmuje wartość } i \end{cases}$$

przyczym $$R(f) \cdot J(f) = i$$

<u>Dowód</u>. Najprostrzym sposobem takiego rozkładu jest podstawienie

4.432 $$R(f) = f : k$$

oraz za

4.433 $$J(f) = f : j$$

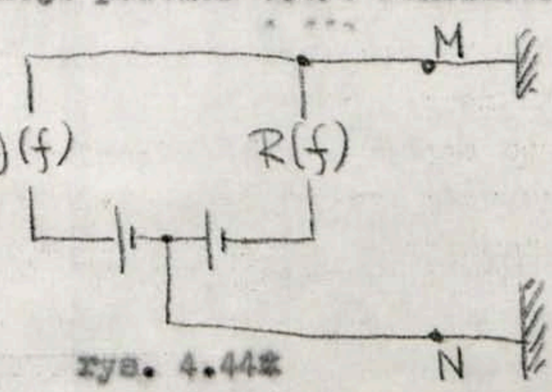
przyczym spełniony jest warunek

$$R(f) \cdot J(f) = (f:k) \cdot (f:j) = i$$

<u>c.b.d.o.</u>

Wyrażenia ~~4.432xix4.433~~ 4.432 i 4.433 możemy korzystając z dowiedzionych twierdzeń rozłożyć na sumy i iloczyny identyfikacji pierwszej i drugiej pomiędzy zmiennymi a elementami odpowiednich zbiorów, te zaś możemy realizować przy pomocy połączeń równoległych i szeregowych.

Ogólnie funkcje postaci 4.431 realizować następująco.



rys. 4.44

W wypadku gdy

4.45 $$R(f) = \varphi \cdot R_1(f)$$

oraz

4.46 $$J(f) = \varphi \cdot J_1(f)$$

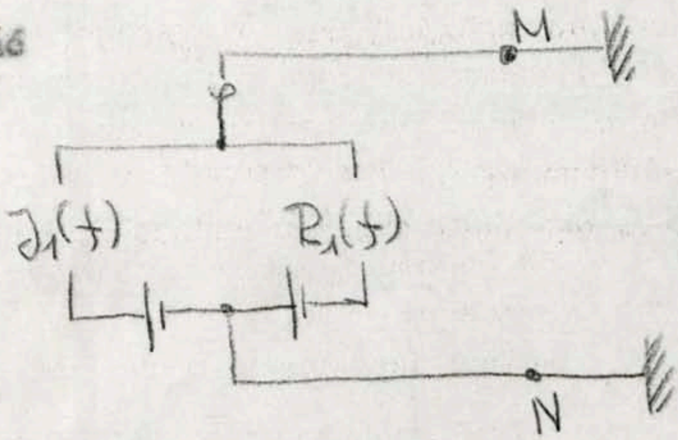
przyczym $$R_1(f) \cdot J_1(f) = i$$

oraz $$R_1(f),\ J_1(f),\ \varphi \in \{i, k\}$$

wówczas funkcję f możemy przedstawić w postaci

4.47 $$f = \varphi\,(R_1(f) + J_1(f))$$

oraz zrealizować



rys. 4.48

Rozpatrzmy teraz prosty przykład algebraicznego projektowania sieci. Przypuscmy, że do pewnych celów potrzebna jest nam sieć o jednym wejsciu dwustanowym, jednym wejsciu trójstanowym i jednym wyjściu trójstanowym spełniającym poniższą zależność od stanów wejść.

a	x	f
i	0	j
i	1	i
j	0	i
j	1	j
k	0	k
k	1	k

tabelka 4.491

z tabelki 4.491 otrzymujemy wartości stałych funkcji uniwersalnej 4.331, a mianowicie gdy dla jakiejś kombinacji wartości zmiennych funkcja przyjmuje wartość i , to stałą odpowiadającą tej kombinacji kładziemy równą i , jeżeli zaś ~~xxxxxx~~ funkcja przyjmuje wartość j , to stałą kładziemy równą j , wreszcie gdy funkcja przyjmuje wartość k to stałą kładziemy równą k .

4.492 $$f = j\cdot(a{:}i)(x|0) + j\cdot(a{:}j)(x|1) + (a{:}k)(x|0) + (a{:}k)(x|1)$$

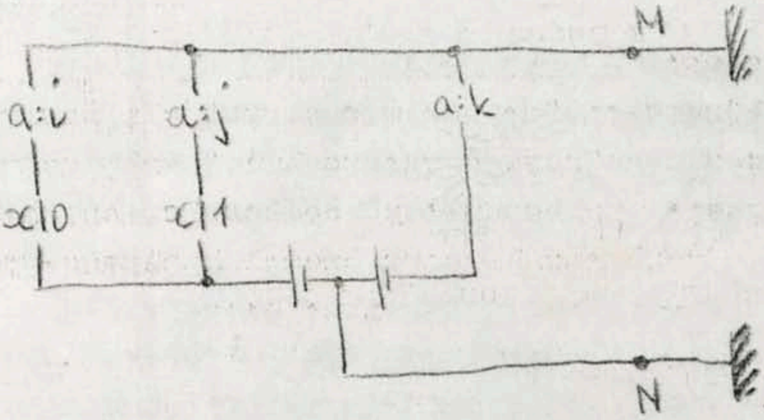
$$= (a{:}k)\left[(x|0) + (x|1)\right] + j\cdot\left[(a{:}i)(x|0) + (a{:}j)(x|1)\right]$$

$$= (a{:}k) + j\cdot\left[(a{:}i)(x|0) + (a{:}j)(x|1)\right]$$

4.493 $$R(f) = a{:}k$$

4.494 $$J(f) = (a{:}i)(x|0) + (a{:}j)\cdot(x|1)$$

Na mocy przyjętej realizacji możemy narysować schemat sieci poszukiwanej.



rys. 4.495

Dalsze przykłady zastosowań algebry 3 + 2 elementowej rozpatrzymy w rozdziale 5.

Rozdział 5. Zastosowanie

5.0 Uwagi wstępne

Rozważania przeprowadzone w rozdziale 4 / paragraf 4.2 i 4.4 / pozwalają nam na projektowanie układów o dwóch rodzajach wejść / wejscia o dwóch i wejscia o trzech stanach wyróżnionych, o wyjsciu dwu lub trzystanowym. Przykłady takich układów, rozpatrywane w rozdziale 4, są układami typu 2.33 / str. 19 /

Układy które interesują nas w praktyce są to przeważnie układy typu 2.35 / str. 20 / zawierające sprzężenia zwrotne.