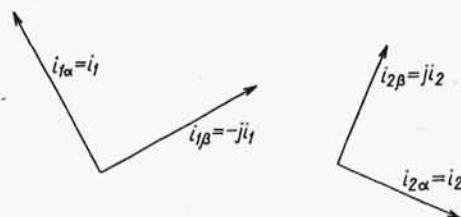


- moc jednej fazy wzrasta w stosunku $\frac{p_{1,2}}{p_{1,3}} = \frac{U_2 I_2}{U_3 I_3} = \frac{3}{2}$;
- liczba faz wzrasta w stosunku $\frac{m_2}{m_3} = \frac{2}{3}$ (tzn. liczba faz maleje);
- moc całkowita pozostaje niezmienną $\frac{m_2 p_{1,2}}{m_3 p_{1,3}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = 1$.

2.5. TRANSFORMACJA WIELKOŚCI Z UKŁADU DWUFAZOWEGO OSI α, β DO UKŁADU OSI SKŁADOWYCH SYMETRYCZNYCH 1, 2

Na rysunku 2.4 pokazano składowe symetryczne dwufazowe prądu. Związek pomiędzy prądami w rozpatrywanych układach osi ma postać



Rys. 2.4. Składowe symetryczne dwufazowe

$$[i_{\alpha,\beta}] = [C] [i_{1,2}] \quad (2.65)$$

oraz

$$[i_{1,2}] = [C]^{-1} [i_{\alpha,\beta}] \quad (2.66)$$

przy czym

$$[i_{\alpha,\beta}] = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

$$[i_{1,2}] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

$$[C]^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

$$[C]^{T*} = \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

Macierz tej transformacji nie jest macierzą ortogonalną, a więc przy spełnionym warunku inwariantności mocy inaczej są transformowane napięcia, a inaczej prądy. Dla spełnienia warunku identycznej transformacji napięć i prądów należy wybrać macierz ortogonalną

$$[C] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -j & j \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

skąd

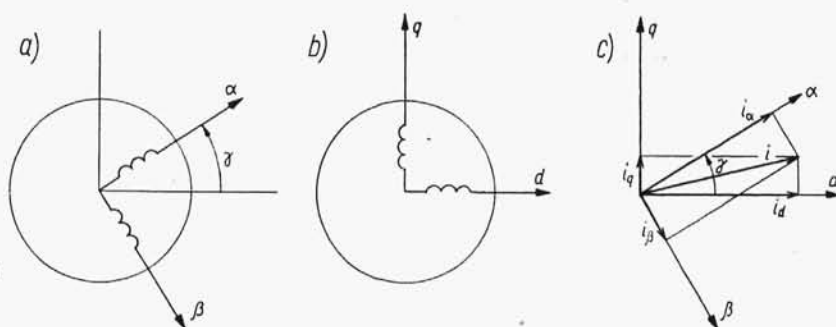
$$[C]^{-1} = [C]^{T*} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ 1 & -j \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

Układ dwufazowy ma kąt $\pi/2$, a nie π . Stąd wniosek, że układ, powszechnie nazywany dwufazowym, nie jest właściwie dwufazowym, lecz jest połówką układu czterofazowego.

2.6. TRANSFORMACJA WIELKOŚCI Z UKŁADU DWUFAZOWEGO OSI WIRUJĄCYCH $\alpha, \beta, 0$, DO UKŁADU OSI NIERUCHOMYCH PROSTOPADŁYCH $d, q, 0$

Wielkości z układu dwufazowego osi wirujących α, β transformuje się do układu osi nieruchomych prostopadłych d, q . Przykładem układu dwufazowego osi wirujących mogą być osie wirnika maszyny indukcyjnej uzwojonego dwufazowo. Omawiana transformacja odpowiada więc np. transformacji wielkości w osiach wirujących razem z wirnikiem, czyli wirujących względem stojana, do wielkości w osiach prostopadłych nieruchomych, czyli w osiach nieruchomych względem stojana, a wirujących względem wirnika.

Na rysunku 2.5 pokazano układy dwufazowe osi wirujących α, β (rys. 2.5a) i osi nieruchomych d, q (rys. 2.5b) oraz rozkład wielkości fizycznej (np. prądu) na składowe w osiach d, q oraz α, β (rys. 2.5c). Ta transformacja jest opisana związkami



Rys. 2.5. Układ dwufazowy osi wirujących (a) i układ osi prostopadłych nieruchomych (b) oraz rozkład prądu na składowe w tych osiach (c)

$$[i_{\alpha,\beta}] = \begin{bmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

$$[i_{d,q}] = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

$$[i_{\alpha,\beta}] = [C] [i_{d,q}] \quad (2.76)$$

$$[i_{d,q}] = [C]^{-1} [i_{\alpha,\beta}] \quad (2.77)$$

$$[C] = [C]^T = [C]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ \sin \gamma & -\cos \gamma \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

Macierz $[C]$ jest macierzą ortogonalną, a ponadto jest ona macierzą symetryczną tzn. macierz $[C]$ jest równa własnej odwrotności $[C]^{-1}$.

Jeśli występuje także składowa zerowa, to słuszne są związki

$$[i_{\alpha,\beta,0}] = \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

$$[i_{d,q,0}] = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

$$[i_{\alpha,\beta,0}] = [C] [i_{d,q,0}] \quad (2.81)$$

$$[i_{d,q,0}] = [C]^{-1} [i_{\alpha,\beta,0}] \quad (2.82)$$

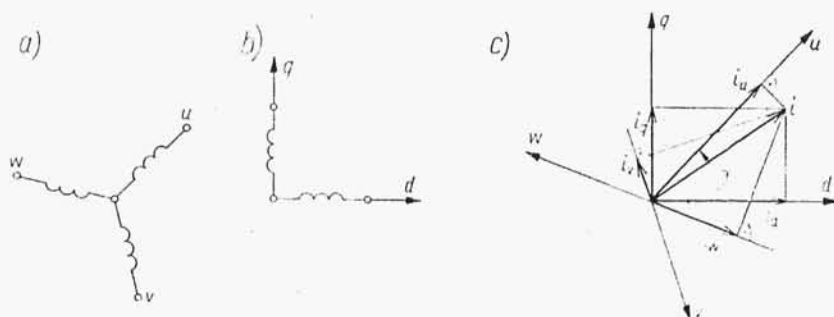
$$[C] = [C]^T = [C]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & -\cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

Transformowanie prądu i napięcia w omawianych układach osi odbywa się przy użyciu tej samej macierzy.

2.7. TRANSFORMACJA WIELKOŚCI Z UKŁADU TRÓJFAZOWEGO OSI WIRUJĄCYCH u, v, w DO UKŁADU OSI PROSTOPADŁYCH NIERUCHOMYCH $d, q, 0$, CZYLI PRZEKSZTAŁCENIE PARKA

Przykładem układu trójfazowego osi wirujących mogą być wirujące osie u, v, w uzwojeń fazowych twornika umieszczonych na wirniku maszyny synchronicznej. Wtedy osiami prostopadłymi nieruchomymi są osie stojana, z których oś podłużna d ma kierunek zgodny z nieruchomą osią bieguna magnetycznego w stojanie, a oś poprzeczna q jest obrócona o kąt $\pi/2p$ względem kierunku osi d . W maszynie dwubiegunowej ($2p = 2$) oś d jest prostopadła do osi q . Jeśli w maszynie synchronicznej magneśnicą jest wirnik a twornikiem stojan, to osie u, v, w są osiami wirującymi względem magneśnicy (wirnika), a nieruchomymi względem twornika (stojana). Wtedy osie d, q są osiami nieruchomymi względem magneśnicy (wirnika), a wirującymi względem twornika (stojana). W tym rozumieniu pojęcia nieruchomy i wirujący odnoszą się do magneśnicy. Na rysunku 2.6 pokazano osie wirujące u, v, w oraz osie prostopadłe nieruchome d, q . Transformacja wielkości w tych układach osi jest opisana zależnościami

$$[i_{u,v,w}] = \begin{bmatrix} i_u \\ i_v \\ i_w \end{bmatrix} \quad (2.84)$$



Rys. 2.6. Układ trójfazowy osi wirujących (a) i układ osi prostopadłych nieruchomych (b) oraz rozkład prądu w tych osiach (c)

$$[i_{d,q,0}] = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

$$[i_{u,v,w}] = [C] [i_{d,q,0}] \quad (2.86)$$

$$[i_{d,q,0}] = [C]^{-1} [i_{u,v,w}] \quad (2.87)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 1 \\ \cos (\gamma - \varepsilon) & \sin (\gamma - \varepsilon) & 1 \\ \cos (\gamma + \varepsilon) & \sin (\gamma + \varepsilon) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

gdzie $\varepsilon = \frac{2\pi}{3}$

$$[C]^T = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \cos (\gamma - \varepsilon) & \cos (\gamma + \varepsilon) \\ \sin \gamma & \sin (\gamma - \varepsilon) & \sin (\gamma + \varepsilon) \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

$$[C]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \cos \gamma & \frac{2}{3} \cos (\gamma - \varepsilon) & \frac{2}{3} \cos (\gamma + \varepsilon) \\ \frac{2}{3} \sin \gamma & \frac{2}{3} \sin (\gamma - \varepsilon) & \frac{2}{3} \sin (\gamma + \varepsilon) \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

Macierz odwrotna nie jest równa macierzy transponowanej, co oznacza że przy transformowaniu prądów i napięć z układu osi u, v, w do układu osi $d, q, 0$ przy zachowaniu warunku inwariantności mocy należy stosować różne macierze. Aby przy tym transformowaniu posługiwać się jedną macierzą, należy wybrać macierz

$$[C] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\gamma - \varepsilon) & \sin(\gamma - \varepsilon) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\gamma + \varepsilon) & \sin(\gamma + \varepsilon) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

$$[C]^{-1} = [C]^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \gamma & \cos(\gamma - \varepsilon) & \cos(\gamma + \varepsilon) \\ \sin \gamma & \sin(\gamma - \varepsilon) & \sin(\gamma + \varepsilon) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

2.8. KONWENCJE ZAPISÓW

Z prawa zachowania energii wynika sformułowanie

$$dE_1 = dE_2 + dE_{ku} + dE_{pu} + dE_{du} \quad (2.93)$$

w którym: dE_1 – elementarna energia doprowadzona do rozpatrywanego układu; dE_2 – elementarna energia odprowadzona od rozpatrywanego układu; dE_{ku} – elementarna energia kinetyczna zmagazynowana w magazynach konserwatywnych układu; dE_{pu} – elementarna energia potencjalna zmagazynowana w magazynach konserwatywnych układu; dE_{du} – elementarna energia stracona w elementach dysypatywnych rozpatrywanego układu.

Wyrażając każdą elementarną energię za pomocą iloczynu mocy i elementarnego czasu, według zależności $dE = P dt$, z wyrażenia (2.93) otrzymuje się

$$P_1 - P - P_{ku} - P_{pu} - P_{du} = 0 \quad (2.94)$$

przy czym: P_1 – moc doprowadzana do układu; P – moc odprowadzana od układu; P_{ku} – moc odpowiadająca energii kinetycznej magazynowanej w elementach konserwatywnych układu; P_{pu} – moc odpowiadająca energii potencjalnej magazynowanej w elementach konserwatywnych układu; P_{du} – moc odpowiadająca energii traconej w elementach dysypatywnych układu.

Na schematach za dodatni kierunek napięcia przyjmuje się kierunek od umownego zacisku ujemnego (–) do umownego zacisku dodatniego (+).

Na wykresach wektorowych kierunek osi rzędnych jest kierunkiem osi rzeczywistej, zwrot osi odciętych jest przeciwny do zwrotu osi urojonej, a dodatni kierunek wektora napięcia jest zgodny z dodatnim kierunkiem osi rzędnych.

Istnieją dwie konwencje, według których przyjmuje się znak napięcia indukowanego i sposób rysowania wykresów wektorowych: źródłowa (prądnicowa) i odbiornikowa (silnikowa).

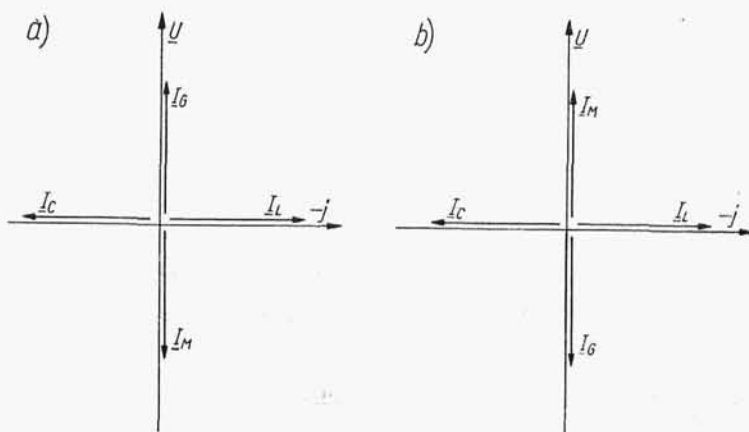
Równanie bilansu napięć w konwencji źródłowej ma postać

$$u = - \frac{d\psi}{dt} - Ri \quad (2.95)$$

a w konwencji odbiornikowej postać

$$u = \frac{d\Psi}{dt} + Ri \quad (2.96)$$

Na rysunku 2.7 zaznaczono kierunki wektorów napięć i prądów przy przebiegach sinusoidalnych dla różnych rodzajów obciążeń w konwencji źródłowej (rys. 2.7a) i odbiornikowej (rys. 2.7b): I_G – prąd czynny przy pracy prądnicowej, I_M – prąd



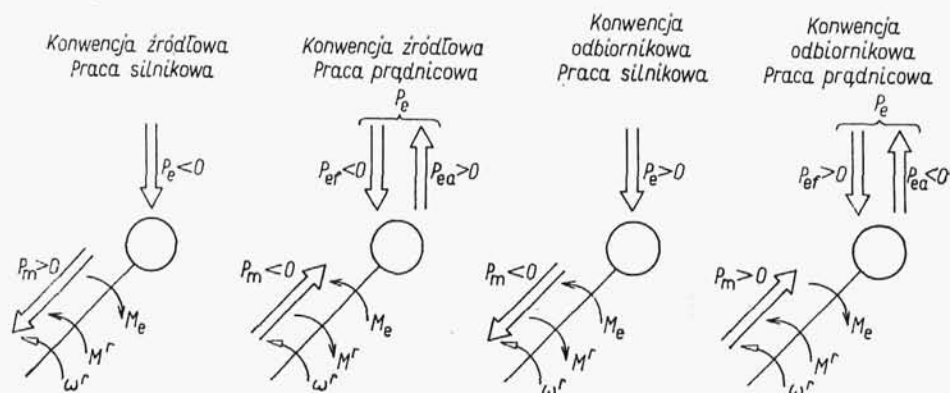
Rys. 2.7. Kierunki wektorów napięć i prądów dla różnych rodzajów obciążeń:
a) w konwencji źródłowej (prądnicowej); b) w konwencji odbiornikowej (silnikowej)

czynny przy pracy silnikowej, I_L – prąd przy oddawanej przez prądnicę albo silnik mocy indukcyjnej, I_C – prąd przy oddawanej przez prądnicę albo silnik mocy pojemnościowej.

W konwencji źródłowej moc odprowadzoną od maszyny przyjmuje się za dodatnią, a moc doprowadzoną do maszyny – za ujemną. W konwencji źródłowej przy pracy silnikowej mocą dodatnią jest moc mechaniczna P_m , a mocą ujemną jest całkowita moc elektryczna P_e równa sumie mocy elektrycznej P_{ef} doprowadzonej do uzwojenia wzbudzenia i mocy elektrycznej P_{ea} doprowadzonej do uzwojenia twornika; iloczyn prędkości kątowej ω' oraz momentu zewnętrznego M' działającego na wał silnika jest dodatni, znaki ω' oraz M' są jednakowe. W konwencji źródłowej przy pracy prądnicowej mocą ujemną jest moc mechaniczna P_m i moc elektryczna P_{ef} doprowadzona do uzwojenia wzbudzenia, a mocą dodatnią jest moc elektryczna P_{ea} odprowadzona od uzwojenia twornika; iloczyn prędkości kątowej ω' oraz momentu zewnętrznego M' działającego na wał prądnicy jest ujemny, znaki ω' oraz M' są różne.

W konwencji odbiornikowej moc doprowadzoną do maszyny przyjmuje się za dodatnią, a moc odprowadzoną od maszyny – za ujemną. W konwencji odbiornikowej przy pracy silnikowej mocą dodatnią jest całkowita moc elektryczna P_e doprowadzona do maszyny, a mocą ujemną jest moc mechaniczna P_m ; iloczyn

prędkości kątowej ω^r oraz momentu zewnętrznego M^r działającego na wał silnika jest ujemny, znaki M^r oraz ω^r są różne. W konwencji odbiornikowej przy pracy prądnicowej mocą dodatnią jest moc mechaniczna P_m i moc elektryczna P_{ef} doprowadzona do uzwojenia wzbudzenia, a mocą ujemną jest moc elektryczna P_{ea} odprowadzona od uzwojenia twornika; iloczyn prędkości kątowej ω^r oraz momentu zewnętrznego M^r jest dodatni, znaki M^r oraz ω^r są zgodne.



Rys. 2.8. Ilustracja mocy, momentów i prędkości

Znak (kierunek działania) momentu elektromagnetycznego M_e jest zawsze przeciwny do znaku (kierunku działania) momentu zewnętrznego M^r . Rysunek 2.8 jest ilustracją znaków mocy momentów i prędkości.