

albo

$$G(s) = \frac{\Delta\Omega'(s)}{\Delta M'(s)} = K_1 K_2 \frac{(1 + T_z s) \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

przy czym: K_1, ω_n, ζ określone są wzorami (6.127)÷(6.129) oraz

$$K_2 = \frac{R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r}{2G_{qd}^{rs} i_{a0}} \quad (6.135)$$

$$T_z = \frac{L_d^s + L_q^r}{R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r} \quad (6.136)$$

W przybliżeniu można przyjąć $L_d^s + L_q^r = 0$. Wtedy

$$\left. \begin{aligned} G(s) &= \frac{\Delta\Omega'(s)}{\Delta M'(s)} = \\ &= \frac{R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r}{[2(G_{qd}^{rs} i_{a0})^2 + (R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) D_r] + (R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) Js} \end{aligned} \right\} \quad (6.137)$$

albo

$$G(s) = \frac{\Delta\Omega'(s)}{\Delta M'(s)} = K_1 K_2 \frac{1}{1 + T_m s}$$

gdzie T_m – stała czasowa elektromechaniczna określona wzorem (6.131).

Przy tym uproszczeniu silnik szeregowy jest członem inercyjnym pierwszego rzędu. Dalsze uproszczenia można uzyskać przy $D_r = 0$. Postać transmitancji operatorowej określonej wzorem (6.137) nie ulega zmianie z tym, że stałe wchodzące do tego wzoru wyraża się odpowiednio prościej.

Zastosowanie rozpatrywanych równań równowagi do analizy stanów dynamicznych silnika szeregowego w przypadku regulacji przez zmianę liczby zwojów stojana i przez bocznikowanie uzwojenia stojana prowadzi do odpowiednio bardziej skomplikowanych wzorów.

6.3. MASZYNA OBCOWZBUDNA Z DOZWOJENIEM SZEREGOWYM

6.3.1. Prądnica obcowzbudna z dozwojeniem szeregowym

6.3.1.1. Równania równowagi

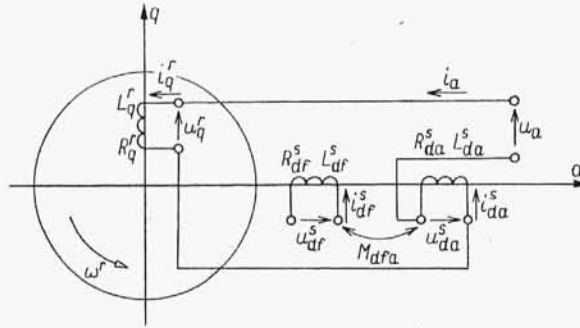
Model prądnicy prądu stałego obcowzbudnej z dozwojeniem szeregowym połączonej na współdziałanie przepływów wzbudzenia przedstawia rys. 6.41. Z układu połączeń wynikają równania więzów

$$\left. \begin{aligned} u_a &= u_q^r + u_{da}^s \\ i_a &= i_q^r = i_{da}^s \end{aligned} \right\} \quad (6.138)$$

Po uwzględnieniu równań więzów w równaniach równowagi otrzymuje się

$$\left. \begin{aligned} u_{df}^s &= (R_{df}^s + L_{df}^s s) i_{df}^s + M_{dfa} s i_a \\ u_a &= (M_{dfa} s - G_{qdf}^{rs} \omega^r) i_{df}^s + [(L_{da}^s + L_q^r) s + (R_{da}^s + R_q^r) - G_{qda}^{rs} \omega^r] i_a \\ M^r &= (Js + D_r) \omega^r + G_{qdf}^{rs} i_{df}^s i_a + G_{qda}^{rs} i_a^2 \end{aligned} \right\} \quad (6.139)$$

przy czym: G_{qdf}^{rs} – indukcyjność rotacji uzwojenia wzbudzającego obcego; G_{qda}^{rs} – indukcyjność rotacji uzwojenia wzbudzającego szeregowego; a pozostałe oznaczenia podano na rys. 6.41.



Rys. 6.41. Model prądnicy prądu stałego obcowzbudnej z dozwojeniem szeregowym połączonej na współdziałanie przepływów

6.3.1.2. Stan ustalony

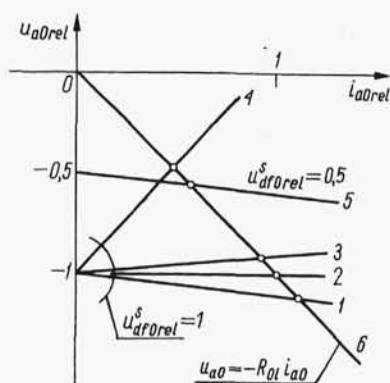
Przy pracy prądnicowej ustalonej można założyć stałą prędkość kątową $\omega^r = \omega_0^r$, a ponadto dla uproszczenia można przyjąć, że prądnica zasila odbiornik rezystancyjny o stałej rezystancji R_l , a więc $u_a = -R_l i_a$. Wtedy równania równowagi dla stanu ustalonego przybierają postać

$$\left. \begin{aligned} u_{df0}^s &= R_{df0}^s i_{df0}^s \\ u_{a0} &= -G_{qdf}^{rs} \omega_0^r i_{df0}^s - [G_{qda}^{rs} \omega_0^r - (R_{da}^s + R_q^r)] i_a \\ M_0^r &= D_r \omega_0^r + G_{qdf}^{rs} i_{df0}^s i_{a0} + G_{qda}^{rs} i_{a0}^2 \end{aligned} \right\} \quad (6.140)$$

Z dwóch pierwszych równań układu (6.140) otrzymuje się równania charakterystyki zewnętrznej prądnicy prądu stałego obcowzbudnej z dozwojeniem szeregowym

$$u_{a0} = -G_{qdf}^{rs} \omega_0^r \cdot \frac{1}{R_{df}^s} u_{df0}^s - [G_{qda}^{rs} \omega_0^r - (R_{da}^s + R_q^r)] i_a \quad (6.141)$$

której przebieg pokazano na rys. 6.42. Na tym rysunku proste 1÷5 odpowiadają stałej wartości indukcyjności rotacji G_{qdf}^{rs} i G_{qda}^{rs} , czyli nie uwzględniają zmniejszenia indukcyjności wywołanego dużym nasyceniem magnetycznym obwodu magnetycznego pod połową nabiegownika, wywołanym poprzecznym przepływem twornika (wirnika). Prosta 1 odpowiada przepływowi uzwojenia podłużnego szeregowego stojana dobranemu tak, że ze wzrostem prądu twornika napięcie na zaciskach rośnie.



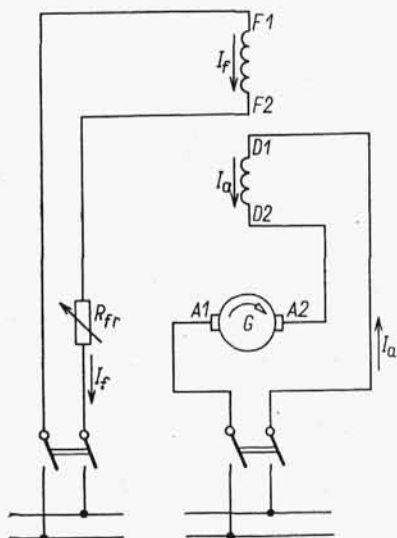
Rys. 6.42. Charakterystyki zewnętrzne prądnicy prądu stałego obcowzbudnej z dozwojeniem szeregowym

Prosta 2, oznaczająca stałą wartość napięcia na zaciskach, odpowiada przepływowi twornika dobranemu tak, że napięcie indukowane przez przepływ szeregowy kompensuje spadki napięcia na rezystancji ($R_{da}^s + R_q^r$), czyli odpowiada przypadkowi, kiedy

$$G_{qda}^{rs} \omega_0^r - (R_{da}^s + R_q^r) = 0 \quad (6.142)$$

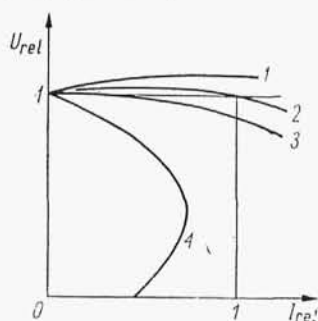
Prosta 3 oznacza za mały przepływ szeregowy, a prosta 4 oznacza przeciwdziałanie przepływu szeregowego (przełączenie zacisków uzwojenia podłużnego szeregowego). Prosta 5 przedstawia charakterystykę zewnętrzną przy przepływie podłużnym dobranym tak, jak przy charakterystyce odpowiadającej prostej 1, ale przy napięciu wzbudzenia obcego zmniejszonym do połowy.

Przy stałej wartości rezystancji odbiornika R_{0l} napięcie na zaciskach prądnicy jest określone zależnością $u_{a0} = -R_{0l} i_{a0}$ (prosta 6). Punkty przecięcia tej prostej z odpowiednimi charakterystykami 1, 2, 3, 4, 5 wyznaczają punkty pracy prądnicy.



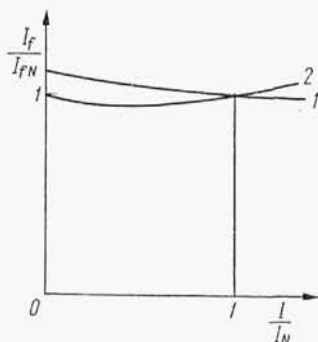
Rys. 6.43. Schemat ideowy połączeń prądnicy prądu stałego obcowzbudnej z dozwojeniem szeregowym

Na rysunku 6.43 pokazano schemat ideowy połączeń prądnicy prądu stałego obcowzbudnej z dozwojeniem szeregowym połączonej na współdziałanie przepływów. Przy dużym prądzie twornika na skutek poprzecznej reakcji twornika (nasylenie obwodu magnetycznego pod połową nabiegunknika) zmniejsza się indukcyjność rotacji i rzeczywiste charakterystyki zewnętrzne ulegają zakrzywieniu, jak na rys. 6.44. Na rysunkach 6.42 i 6.44 odpowiadające sobie charakterystyki oznaczone są tymi samymi numerami.



Rys. 6.44. Rzeczywiste charakterystyki zewnętrzne prądnicy prądu stałego obcowzbudnej z dozwojeniem szeregowym

Na rysunku 6.45 dane są charakterystyki regulacyjne prądnicy prądu stałego obcowzbudnej z dozwojeniem szeregowym, czyli zależności $\frac{I_f}{I_{fN}} = f\left(\frac{I}{I_N}\right)$ przy $U = \text{const}$ oraz $n = \text{const}$. Numery przy charakterystykach regulacyjnych na rys. 6.45 są takie same, jak numery odpowiednich charakterystyk zewnętrznych



Rys. 6.45. Charakterystyki regulacyjne prądnicy prądu stałego obcowzbudnej z dozwojeniem szeregowym

na rys. 6.44. Płaski przebieg charakterystyk zewnętrznych i odpowiednio do tego płaski przebieg charakterystyk regulacyjnych jest zaletą prądnicy prądu stałego obcowzbudnej z dozwojeniem szeregowym połączonej na współdziałanie przepływów.

6.3.1.3. Stan dynamiczny

Układ równań (6.139) jest dość skomplikowany dla badania stanów dynamicznych maszyny obcowzbudnej z dozwojeniem szeregowym w przypadku ogólnym. Dlatego stany dynamiczne tej maszyny często bada się przy różnych założeniach upraszczających. Na przykład dla badania stanu dynamicznego prądnicy można przyjąć

następujące założenia upraszczające: stała prędkość, przepływ szeregowy kompensuje spadki napięcia na rezystancjach szeregowych, współczynnik sprzężenia pomiędzy uzwojeniami wzbudzającymi podłużnymi (stojana) jest równy 1, indukcyjność wirnika jest pomijalnie mała, prądnica jest obciążona odbiornikiem rezystancyjnym o rezystancji R_l . Te uproszczenia można zapisać w postaci

$$\left. \begin{aligned} \omega^r &= \omega_0^r \\ G_{qda}^{rs} \omega_0^r &= R_{da}^s + R_a^r \\ M_{dfa}^2 &= L_{df}^s L_{da}^s \\ L_a^r &= 0 \\ u_a &= -R_l i_a \end{aligned} \right\} \quad (6.143)$$

Po uwzględnieniu uproszczeń (6.143) z dwóch pierwszych równań układu (6.139) otrzymuje się równanie równowagi

$$[R_{df}^s R_l + (R_l L_{df}^s + G_{qdf}^{rs} \omega_0^r M_{dfa} + R_{df}^s L_{da}^s) s] i_a = (G_{qdf}^{rs} \omega_0^r - M_{dfa} s) u_{df}^s \quad (6.144)$$

i równanie przyrostów w zapisie operatorowym

$$\begin{aligned} [R_{df}^s R_l + (R_l L_{df}^s + G_{qdf}^{rs} \omega_0^r M_{dfa} + R_{df}^s L_{da}^s) s] \Delta I_a(s) = \\ = (G_{qdf}^{rs} \omega_0^r - M_{dfa} s) \Delta U_{df}^s(s) \end{aligned} \quad (6.145)$$

Wprowadza się oznaczenia

$$K = \frac{G_{qdf}^{rs} \omega_0^r}{R_{df}^s R_l} \quad (6.146)$$

$$T_1 = \frac{M_{dfa}}{G_{qdf}^{rs} \omega_0^r} \quad (6.147)$$

$$T_2 = \frac{L_{df}^s}{R_{df}^s} + \frac{L_{da}^s}{R_l} + \frac{M_{dfa} G_{qdf}^{rs} \omega_0^r}{R_{df}^s R_l} \quad (6.148)$$

Traktując przyrost napięcia podłużnego wzbudzenia za wymuszenie, a przyrost prądu twornika za odpowiedź, otrzymuje się transmitancję operatorową

$$G(s) = \frac{K(1 - T_1 s)}{1 + T_2 s} \quad (6.149)$$

Przy skokowej zmianie wymuszającego napięcia wzbudzenia transformata prądu ma postać

$$\Delta I_a(s) = K \Delta u_{df}^s(0^+) \frac{1 - T_1 s}{s(1 + T_2 s)} \quad (6.150)$$

Liczba zwojów uzwojenia wzbudzającego szeregowego jest najczęściej bardzo mała w porównaniu z liczbą zwojów uzwojenia wzbudzającego obcego, więc $L_{da}^s \ll L_{df}^s$. Po przyjęciu dalszego uproszczenia: $L_{da}^s = 0$, czyli także $M_{dfa} = 0$ jest $T_1 = 0$, a transformata przyrostu prądu ma postać

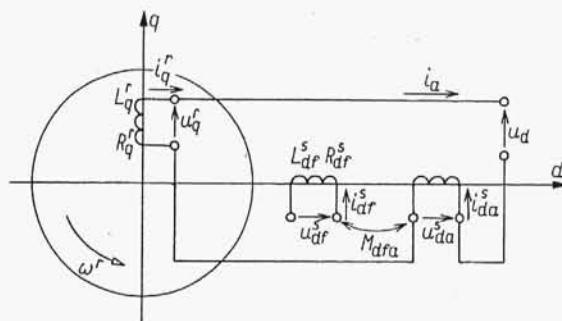
$$\Delta I_a(s) = K \Delta u_{df}^s(0^+) \frac{1}{s(1 + T_2 s)} \quad (6.151)$$

to znaczy postać identyczną z transformatą przyrostu prądu odpowiadającą uproszczonej transmitancji operatorowej prądnicy obcowzbudnej prądu stałego określonej wzorem (6.25), przy czym wtedy jest także $T_2 = T_d^s$. Identyczne transmitancje operatorowe otrzymuje się dla przypadku, kiedy odpowiedzią jest przyrost napięcia na zaciskach, ponieważ $u_a = -R_l i_a$.

6.3.2. Silnik obcowzbudny z dozwojeniem szeregowym

6.3.2.1. Równania równowagi

Silnik obcowzbudny z dozwojeniem szeregowym jest identyczny z silnikiem bocznikowo-szeregowym. Przy pracy prądnicowej jest $u_a i_a < 0$, a przy pracy silnikowej $u_a i_a > 0$. Oznacza to, że przejściu z pracy prądnicowej na silnikową z zachowaniem niezmiennego kierunku wirowania oraz niezmiennych kierunków napięć wzbudzenia obcego (bocznikowego) i na zaciskach twornika towarzyszy zmiana kierunku prądu w obwodzie twornika. Silnik obcowzbudny z dozwojeniem szeregowym pracuje najczęściej przy połączeniu na współdziałanie przepływów wzbudzenia, więc w modelu takiego silnika (rys. 6.46) uzwojenie wzbudzające szeregowo (stojana)

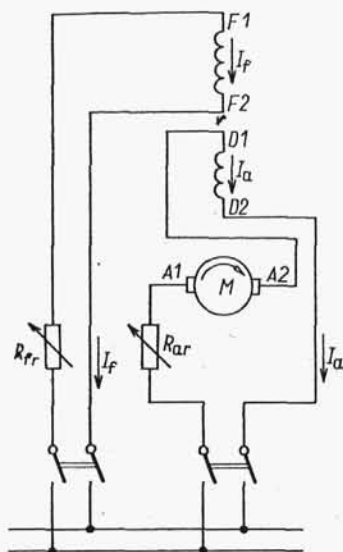


Rys. 6.46. Model silnika prądu stałego obcowzbudnego z dozwojeniem szeregowym

jest włączone przeciwnie niż w modelu prądnicy (rys. 6.41). Na rysunku 6.47 przedstawiono schemat ideowy połączeń silnika prądu stałego obcowzbudnego z dozwojeniem szeregowym. Silnik obcowzbudny z dozwojeniem szeregowym może być także zasilany z prostowników w układzie podobnym do układu z rys. 6.14.

Przeciwnemu (w stosunku do pracy prądnicowej) połączeniu uzwojenia wzbudzającego szeregowego odpowiada przyjęcie w układzie równań (6.139) przeciwnego znaku indukcyjności rotacji ($-G_{qda}^{rs}$). Układ równań dla pracy silnikowej przybiera postać

$$\begin{cases} u_{df}^s = (R_{df}^s + L_{df}^s s) i_{df}^s + M_{dfa} s i_a \\ u_a = (M_{dfa} s - G_{qdf}^{rs} \omega^r) i_{df}^s + [(L_{da}^s + L_q^r) s + (R_{da}^s + R_q^r) + G_{qda}^{rs} \omega^r] i_a \\ M^r = (Js + D_r) \omega^r + G_{qdf}^{rs} i_{df}^s i_a - G_{qda}^{rs} i_a^2 \end{cases} \quad (6.152)$$



Rys. 6.47. Schemat ideowy połączeń silnika prądu stałego obcowzbudnego z dozwojeniem szeregowym

Należy pamiętać, że w równaniach (6.152) stanowi pracy silnikowej odpowiadają jednocześnie jednakowe znaki napięcia na zaciskach u_a oraz prądu twornika i_a : przy $\text{sign } i_{df}^s = \text{sign } u_{df}^s = +1$ jest $\text{sign } u_a = \text{sign } i_a = -1$ oraz przy $\text{sign } i_{df}^s = \text{sign } u_{df}^s = -1$ jest $\text{sign } u_a = \text{sign } i_a = +1$.

6.3.2.2. Stan ustalony

Po uproszczeniu polegającym na przyjęciu $D_r = 0$ układ równań (6.152) dla stanu ustalonego przybiera postać

$$\left. \begin{aligned} u_{df0}^s &= R_{df}^s i_{df0}^s \\ u_{a0} &= -G_{qdf}^{rs} \omega_0^r i_{df0}^s + [(R_{da}^s + R_q^r) + G_{qda}^{rs} \omega_0^r] i_{a0} \\ M_0^r &= G_{qdf}^{rs} i_{df0}^s i_{a0} - G_{qda}^{rs} i_{a0}^2 \end{aligned} \right\} \quad (6.153)$$

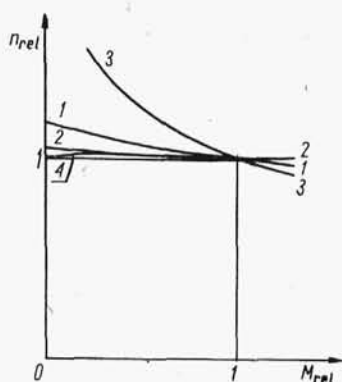
Z tego układu równań można wyznaczyć charakterystyki silnika prądu stałego obcowzbudnego z dozwojeniem szeregowym, to jest zależności $\omega_0^r = f(M_0^r)$ przy danych stałych wartościach u_{a0} oraz u_{df0}^s . Postać tej algebraicznej funkcji jest skomplikowana i mało przydatna do praktycznego wyznaczania charakterystyk mechanicznych tego silnika. Znaczne uproszczenie uzyskuje się przez przyjęcie dość dalekiego od rzeczywistości założenia $R_{da}^s + R_q^r = 0$. Wtedy równania równowagi mają postać:

$$\left. \begin{aligned} u_{df0}^s &= R_{df}^s i_{df0}^s \\ u_{a0} &= -G_{qdf}^{rs} \omega_0^r i_{df0}^s + G_{qda}^{rs} \omega_0^r i_{a0} \\ M_0^r &= G_{qdf}^{rs} i_{df0}^s i_{a0} - G_{qda}^{rs} i_{a0}^2 \end{aligned} \right\} \quad (6.154)$$

skąd

$$M_0^r = - \frac{(u_{a0})^2}{G_{qda}^{rs}} \cdot \frac{1 + \frac{G_{qdf}^{rs}}{R_{df}^s} \cdot \frac{u_{df0}^s}{u_{a0}} \omega_0^r}{(\omega_0^r)^2} \quad (6.155)$$

Przebieg zależności $n = f(M)$ czyli przebieg charakterystyki mechanicznej silnika obcowzbudnego z dozwojeniem szeregowym można łatwo wyjaśnić w sposób fizyczny. Uzwojenie wzbudzące obce wywołuje strumień o stałej (w przybliżeniu) wartości. Uzwojenie szeregowe wywołuje strumień zwiększający się ze wzrostem momentu i prądu twornika. Strumień wypadkowy tego silnika nieco zwiększa się ze wzrostem obciążenia. W silniku szeregowym strumień wzrasta bardzo szybko ze wzrostem obciążenia, co powoduje znaczne zmniejszenie prędkości ze wzrostem obciążenia. Charakterystyka mechaniczna silnika obcowzbudnego z dozwojeniem szeregowym (krzywa 1 na rys. 6.48) przebiega pomiędzy charakterystyką silnika obcowzbudnego (krzywa 2) i charakterystyką silnika szeregowego (krzywa 3).



Rys. 6.48. Porównanie charakterystyk mechanicznych silników prądu stałego
1 – silnik obcowzbudny z dozwojeniem szeregowym połączony na współdziałanie przepływów, 2 – silnik obcowzbudny, 3 – silnik szeregowy, 4 – silnik obcowzbudny z dozwojeniem szeregowym połączony na przeciwdziałanie przepływów

Zmienność prędkości obrotowej silnika obcowzbudnego z dozwojeniem szeregowym połączonego na współdziałanie przepływów jest większa od zmienności prędkości obrotowej silnika obcowzbudnego. Moment początkowy tego silnika jest większy od momentu początkowego silnika obcowzbudnego a mniejszy od momentu początkowego silnika szeregowego.

Moment początkowy silnika obcowzbudnego z dozwojeniem szeregowym połączonego na przeciwdziałanie przepływów ma wartość bardzo małą.

6.3.2.3. Stan dynamiczny

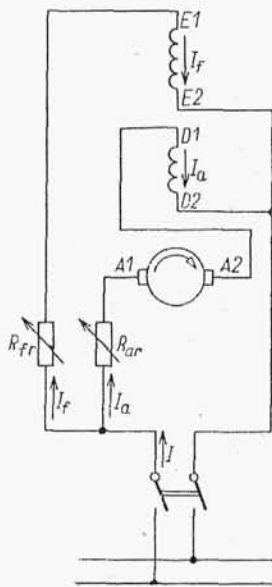
Dla stanów dynamicznych otrzymuje się z równań (6.152) równania przyrostowe w zapisie operatorowym

$$\begin{cases} \Delta U_{df}(s) = (R_{df}^s + L_{df}^s s) \Delta I_{df}^s(s) + M_{dfa} s \Delta I_a(s) \\ \Delta U_a(s) = (M_{dfa} s - G_{qdf}^{rs} \omega_0^r) \Delta I_{df}^s(s) + [(L_{da}^s + L_a^s) s + G_{qda}^{rs} \omega_0^r + \\ + (R_d^s + R_a^s)] \Delta I_a(s) + (G_{qda}^{rs} i_{a0} - G_{qdf}^{rs} i_{df0}^s) \Delta \Omega^r(s) \\ \Delta M^r(s) = (Js + D_r) \Delta \Omega^r(s) + (G_{qd}^{rs} i_{df0} - 2G_{qda}^{rs} i_{a0}) \Delta I_a(s) + G_{qdf}^{rs} i_{a0} \Delta I_{df}^s(s) \end{cases} \quad (6.156)$$

Układ równań (6.156), opisujący stany dynamiczne silnika szeregowo-bocznikowego prądu stałego, ma postać na tyle skomplikowaną, że uzyskanie z niego odpowiedzi na wymuszenie jest trudne. Wykorzystanie tego układu wymagałoby przyjęcia wielu uproszczeń, w związku z czym uzyskana odpowiedź byłaby obciążona błędem.

6.4. MASZYNA SZEREGOWO-BOCZNIKOWA

Maszyna szeregowo-bocznikowa prądu stałego może pracować jako silnik albo jako prądnica. Na rysunku 6.49 przedstawiono schemat ideowy silnika szeregowo-bocznikowego połączanego na współdziałanie przepływów. Oporniki regulacyjne R_{ar} i R_{fr} umożliwiają niezależną regulację napięcia doprowadzonego do twornika i do obwodu bocznikowego wzbudzenia. Z porównania schematów połączeń silnika obcowzbudnego z dozwojeniem szeregowym (rys. 6.47) i silnika szeregowo-bocznikowego widać, że przy jednakowych wartościach napięć doprowadzonych do obwodu twornika i do obwodu wzbudzenia silnik obcowzbudny z dozwojeniem sze-



Rys. 6.49. Schemat ideowy połączeń silnika szeregowo-bocznikowego