

strumieniem o kierunku zgodnym z kierunkiem osi tego uzwojenia, więc kolejność indeksów dolnych przy symbolu G jest odwrotna niż indeksów dolnych przy M albo przy L . Jeżeli górne indeksy przy G są identyczne, to napięcie w danym uzwojeniu wywołane jest przez prąd w tym samym uzwojeniu, czemu odpowiada indukcyjność własna L . Jeżeli indeksy górne przy G są różne, to napięcie w danym uzwojeniu jest wywołane przez prąd w innym uzwojeniu, czemu odpowiada indukcyjność wzajemna M .

Na tej podstawie można napisać następujące równości odpowiednich indukcyjności:

$$\left. \begin{aligned} G_{qd}^{rs} &= M_d^{rs} \\ G_{qd}^{rr} &= L_d^r \\ G_{dq}^{rs} &= M_q^{sr} \\ G_{dq}^{rr} &= L_q^r \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

W maszynie o liczbie par biegunów $p > 1$ indukcyjność rotacji jest p razy większa.

4.5. RÓWNANIA NAPIĘĆ MODELU

Po wprowadzeniu operatora s zamiast $\frac{d}{dt}$ i po zastąpieniu iloczynu $\omega \left(\frac{d}{dy} [L] \right) [i]$ przez iloczyn $\omega [G] [i]$ w pierwszym równaniu układu równań (1.93) otrzymuje się ogólne równanie napięć, czyli ogólne równanie sił uogólnionych dla obwodów elektrycznych w postaci

$$[u_z] = [L] s [i] + \omega [G] [i] + [R] [i] \quad (4.10)$$

albo po zastosowaniu odpowiednich oznaczeń dla przyjętego modelu w postaci

$$[u_{dq}^{sr}] = ([R_{dq}^{sr}] + [L_{d,q}^{rs}] s + \omega^r [G_{dq}^{sr}]) [i_{dq}^{sr}] \quad (4.11)$$

przy czym

$$[u_{dq}^{sr}] = \begin{bmatrix} u_d^s \\ u_q^s \\ u_d^r \\ u_q^r \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$[i_{dq}^{sr}] = \begin{bmatrix} i_d^s \\ i_q^s \\ i_d^r \\ i_q^r \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$[R_{dq}^{sr}] = \begin{bmatrix} R_d^s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_q^s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_d^r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_q^r \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$[L_{dq,t}^{sr}] = \begin{bmatrix} L_d^s & 0 & M_d^{sr} & 0 \\ 0 & L_q^s & 0 & M_q^{sr} \\ M_d^{sr} & 0 & L_d^r & 0 \\ 0 & M_q^{sr} & 0 & L_q^r \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$[G_{dq}^{sr}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{dq}^{rs} & 0 & G_{dq}^{rr} \\ -G_{dq}^{rs} & 0 & -G_{dq}^{rr} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Wprowadza się pojęcie macierzy impedancji

$$[Z_{dq}^{sr}] = [R_{dq}^{sr}] + [L_{dq,t}^{sr}] s + \omega^r [G_{dq}^{sr}] \quad (4.17)$$

czyli

$$[Z_{dq}^{sr}] = \begin{bmatrix} R_d^s + L_d^s s & 0 & M_d^{sr} s & 0 \\ 0 & R_q^s + L_q^s s & 0 & M_q^{sr} s \\ M_d^{sr} s & G_{dq}^{rs} \omega^r & R_d^r + L_d^r s & G_{dq}^{rr} \omega^r \\ -G_{dq}^{rs} \omega^r & M_q^{sr} s & -G_{dq}^{rr} \omega^r & R_q^r + L_q^r s \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Wtedy

$$[u_{dq}^{sr}] = [Z_{dq}^{sr}] [i_{dq}^{sr}] \quad (4.19)$$

4.6. MOMENT ELEKTROMAGNETYCZNY

Wzór (1.80) określa uogólnioną siłę jako wziętą ze znakiem „minus” pochodną energii względem współrzędnej położenia. Przy rozpatrywaniu momentu elektromagnetycznego w ruchu obrotowym odpowiada temu wzór

$$M_e = - \frac{\partial E_e}{\partial \gamma} \quad (4.20)$$

w którym: E_e – energia elektromagnetyczna; γ – kąt obrotu.

Wzór (4.20) może być stosowany do wyznaczania momentu elektromagnetycznego wtedy, kiedy energia elektromagnetyczna elementów maszyny jest funkcją położenia wirnika względem stojana, jak jest w rzeczywistej maszynie o wirujących gałęziach uzwojenia wirnika względem stojana. Taką maszyną jest np. maszyna synchroniczna w układzie osi naturalnych i maszyna indukcyjna w układzie osi naturalnych.

Wówczas przy założeniu niezależności indukcyjności od nasycenia energia E_e jest równa koenergii E_{eo} i określona wzorem

$$E_e = E_{eo} = \frac{1}{2} \sum_k \Psi_k i_k \quad (4.21)$$

w którym: Ψ_k – strumień magnetyczny skojarzony z k -tym obwodem; i_k – prąd w obwodzie k -tym.

Strumień magnetyczny skojarzony z obwodem k -tym Ψ_k jest sumą strumieni skojarzonych z tym obwodem od prądu w tym obwodzie i od prądów w obwodach pozostałych, czyli

$$\Psi_k = \sum L_{kh} i_h \quad (4.22)$$

przy czym: $h = 1, 2, \dots, k$; L_{kh} – indukcyjność wzajemna pomiędzy rozpatrywanym k -tym obwodem, a jednym z h obwodów magnetycznie sprzężonych, przy czym przy $h = k$ jest to indukcyjność własna L_k .

Moment elektromagnetyczny maszyn elektrycznych przedstawionych za pomocą modelu ogólnego z rys. 4.1, tzn. maszyn, w których istnieje rzeczywisty komutator albo w których korzysta się z transformacji Parka (inaczej mówiąc maszyn o więzach anholonomicznych), można wyznaczyć z – opartej na zasadzie zachowania energii – pierwszej zasady termodynamiki, która w zastosowaniu do ogólnego modelu maszyny elektrycznej brzmi:

Suma algebraiczna energii dopływającej do wszystkich bram (elektrycznych i mechanicznej) modelu maszyny elektrycznej równa się energii zmagazynowanej i energii strat cieplnych.

Odpowiada temu zależność

$$(p_{dq}^{sr} + p_m^r) dt = (p_{mag} + p_t) dt \quad (4.23)$$

w której: p_{dq}^{sr} – moc elektryczna (doprowadzona do wszystkich bram elektrycznych); p_m^r – moc mechaniczna (doprowadzona do bramy mechanicznej, czyli do wału); p_{mag} – moc, odpowiadająca energii magazynowanej $p_{mag} dt$; p_t – moc strat w elementach (magazynach) dyssypatywnych.

Moc elektryczna modelu

$$p_{dq}^{sr} = i_d^s u_d^s + i_q^s u_q^s + i_d^r u_d^r + i_q^r u_q^r \quad (4.24)$$

albo w zapisie macierzowym

$$[p_{dq}^{sr}] = [i_{dq}^{sr}]^T [u_{dq}^{sr}] \quad (4.25)$$

przy czym macierz transponowana prądów

$$[i_{dq}^{sr}]^T = [i_d^s \quad i_q^s \quad i_d^r \quad i_q^r] \quad (4.26)$$

Moc mechaniczna

$$p_m^r = \omega^r M^r \quad (4.27)$$

Moc całkowita dostarczona do wszystkich pięciu bram

$$p_{dq} = p_{dq}^{sr} + p_m^r$$

czyli

$$p_{dq} = [i_{dq}^{sr}]^T [u_{dq}^{sr}] + \omega^r M^r \quad (4.28)$$

Po podstawieniu u_{dq}^{sr} według wzoru (4.11) i $M^r = M_z$ według drugiego równania układu równań (1.92) otrzymuje się

$$p_{dq} = [i_{dq}^{sr}]^T [R_{dq}^{sr}] [i_{dq}^{sr}] + [i_{dq}^{sr}]^T [L_{dq, r}^{rs}] s [i_{dq}^{sr}] + \\ + [i_{dq}^{sr}]^T \omega^r [G_{dq}^{sr}] [i_{dq}^{sr}] + \omega^r J s \omega^r + \omega^r D_r \omega^r + \omega^r M_e \quad (4.29)$$

We wzorze (4.29) można wyodrębnić moc traconą (straty mocy) w elementach dyssypatywnych elektrycznych (rezystancjach) p_{Cu} i w elementach dyssypatywnych mechanicznych (tarcie) p_m , czyli

$$p_t = p_{Cu} + p_m \quad (4.30)$$

przy czym

$$p_{Cu} = [i_{dq}^{sr}]^T [R_{dq}^{sr}] [i_{dq}^{sr}] \quad (4.31)$$

$$p_m = \omega^r D_r \omega^r \quad (4.32)$$

oraz moc odpowiadającą energii magazynowanej w magazynach elektromagnetycznych $p_{mag e}$ i w magazynach mechanicznych $p_{mag m}$, czyli

$$p_{mag} = p_{mag e} + p_{mag m} \quad (4.33)$$

przy czym

$$p_{mag e} = [i_{dq}^{sr}]^T [L_{dq, r}^{sr}] s [i_{dq}^{sr}] \quad (4.34)$$

$$p_{mag m} = \omega^r J s \omega^r \quad (4.35)$$

Przy rozważaniu strat pomija się — zgodnie z modelem z rys. 4.2 — straty w rdzeniu ferromagnetycznym. Wprowadzenie do modelu elementów rezystancyjnych odpowiadających stratom w rdzeniu jest trudne, ponieważ w stosowanej tutaj metodzie obwodowej operuje się obwodami o parametrach skupionych.

Moc

$$p_r = p_{dq} - (p_{mag} + p_t) \quad (4.36)$$

oznacza moc, która nie odpowiada ani energii traconej ani energii magazynowanej. Na podstawie przytoczonej pierwszej zasady termodynamiki

$$p_{dq} dt = (p_{mag} + p_t) dt \quad (4.37)$$

czyli

$$p_{dq} = p_{mag} + p_t \quad (4.38)$$

Ze wzorów (4.36) i (4.38) wynika $p_r = 0$, a korzystając ze wzorów (4.29), (4.33) i (4.30) otrzymuje się

$$[i_{dq}^{sr}]^T \omega^r [G_{dq}^{sr}] [i_{dq}^{sr}] + \omega^r M_e = 0 \quad (4.39)$$

skąd

$$M_e = -\frac{1}{\omega^r} [i_{dq}^{sr}]^T \omega^r [G_{dq}^{sr}] [i_{dq}^{sr}] \quad (4.40)$$

czyli

$$M_e = -[i_{dq}^{sr}]^T [G_{dq}^{sr}] [i_{dq}^{sr}] \quad (4.41)$$

lub w formie rozwiniętej

$$M_e = -[i_d^s \ i_q^s \ i_d^r \ i_q^r] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{dq}^{rs} & 0 & G_{dq}^{rr} \\ -G_{qd}^{rs} & 0 & -G_{qd}^{rr} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d^s \\ i_q^s \\ i_d^r \\ i_q^r \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Po wykonaniu mnożenia

$$M_e = -(G_{dq}^{rs} i_q^s + G_{dq}^{rr} i_q^r) i_d^r + (G_{qd}^{rs} i_d^s + G_{qd}^{rr} i_d^r) i_q^r \quad (4.43)$$

Po zastąpieniu oznaczeń indukcyjności rotacji oznaczeniami indukcyjności własnych i wzajemnych według (4.9) i po odpowiednim zgrupowaniu wyrażeń wzór na moment elektromagnetyczny maszyny o p parach biegunów ma następującą postać:

$$M_e = p [M_d^{rs} i_d^s i_q^r - M_q^{sr} i_q^s i_d^r + (L_d^r - L_q^r) i_d^r i_q^r] \quad (4.44)$$

Wprowadza się pojęcie *mocy elektromagnetycznej*

$$P_e = [i_{dq}^{sr}]^T \omega^r [G_{dq}^{sr}] [i_{dq}^{sr}] \quad (4.45)$$

Jest to moc odpowiadająca napięciom indukowanym w uzwojeniach wirnika i prądom płynącym w tych uzwojeniach. Ze wzorów (4.45) i (4.40) otrzymuje się

$$M_e = -\frac{P_e}{\omega^r} \quad (4.46)$$

Wzór (4.46) ze względu na swoją prostotę jest bardzo często stosowany w praktyce do wyznaczania momentu elektromagnetycznego maszyn elektrycznych.

Znak „minus” we wzorze (4.46) pojawił się formalnie z przekształceń matematycznych, można jednak temu nadać pewną interpretację fizyczną. W konwencji odbiornikowej znak momentu zewnętrznego M^r przyjmuje się za dodatni, jeżeli działa on w kierunku zgodnym z kierunkiem prędkości obrotowej. Kierunek (znak) wszystkich pozostałych momentów, np. według równania (1.92), a więc także i momentu elektromagnetycznego M_e , przyjmuje się za dodatni, jeżeli te momenty działają przeciwnie do dodatniego kierunku ω^r . Przy pracy prądnicowej moc mechaniczna $P_m > 0$, kierunki ω^r i M^r (a więc i ich znaki) są jednakowe, czyli $\omega^r M^r > 0$. Stąd

$$M^r = +\frac{P_m}{\omega^r} \quad (4.47)$$

Przy pracy silnikowej jest $P_m < 0$, wirnik obraca się w kierunku przeciwnym do kierunku momentu zewnętrznego, znaki ω^r oraz M^r są różne, więc także i w tym przypadku znak M^r , wynikający ze wzoru (4.47) jest słuszny.

Przy pracy prądnicowej moc elektryczna p_{dq}^{sr} i elektromagnetyczna P_e są ujemne, czyli $P_e < 0$. Moment elektromagnetyczny działa w kierunku przeciwnym do kierunku wirowania, więc znak momentu M_e jest taki sam, jak znak ω^r . Stąd $M_e \omega^r > 0$. Wobec $P_e < 0$ właściwy znak momentu M_e otrzymuje się więc z zależności (4.46). Przy pracy silnikowej jest $P_e > 0$, znaki momentu M_e oraz prędkości ω^r są różne, więc $M_e \omega^r < 0$. Wzór (4.46) jest słuszny także przy pracy silnikowej.

4.7. RÓWNANIA RÓWNOWAGI

Układ równań równowagi sił modelu, składający się z zespołu równań równowagi napięć dla obwodów elektrycznych i jednego równania równowagi momentów dla ruchu obrotowego ma postać

$$\left. \begin{aligned} [u_{dq}^{sr}] &= [Z_{dq}^{sr}] [i_{dq}^{sr}] \\ J \frac{d\omega^r}{dt} + D_r \omega^r - (G_{dq}^{rs} i_a^s + G_{dq}^{rr} i_q^r) i_a^r + (G_{dq}^{rs} i_d^s + G_{dq}^{rr} i_q^r) i_q^r &= M^r \end{aligned} \right\} \quad (4.48)$$

albo

$$\left. \begin{aligned} [u_{dq}^{sr}] &= [Z_{dq}^{sr}] [i_{dq}^{sr}] \\ J \frac{d\omega^r}{dt} + D_r \omega^r + p [M_d^{rs} i_d^s i_q^r - M_q^{sr} i_q^s i_d^r + (L_d^r - L_q^r) i_d^r i_q^r] &= M^r \end{aligned} \right\} \quad (4.49)$$

przy czym: $[u_{dq}^{sr}]$ — macierz napięć określona wzorem (4.12); $[i_{dq}^{sr}]$ — macierz prądów określona wzorem (4.13); $[Z_{dq}^{sr}]$ — macierz impedancji określona wzorem (4.18).

W równaniach momentów (4.48) i (4.49) pominięto momenty obrotowe od podatności wału na skręcanie, co najczęściej nie wpływa w sposób zauważalny na dokładność obliczeń. Niejednokrotnie można także w rozważaniach przybliżonych pomijać momenty tarcia, to znaczy zakładać $D_r = 0$. W równaniach napięć (4.48) i (4.49) pominięto napięcia na pojemnościach maszyny. Przy szybkościach zmian prądu i napięcia spotykanych w maszynach elektrycznych prądu stałego i prądu przemiennego o częstotliwości przemysłowej prądy płynące przez pojemności są pomijalnie małe w porównaniu z prądami płynącymi przez indukcyjności. Wobec tego pominięcie napięć na pojemnościach, czemu odpowiada pominięcie pojemności w modelu maszyny, nie powoduje praktycznie błędów. Przy analizowaniu przebiegów szybkozmiennych, jakimi są np. przepięcia w transformatorze od zakłóceń atmosferycznych, prądy płynące przez pojemności między uzwojeniami albo między uzwojeniami i ziemią mogą być nawet większe od prądów płynących przez indukcyjności i rezystancje. Wtedy nie można pomijać pojemności w modelu i napięć na pojemnościach w równaniach równowagi. W takich przypadkach model maszyny i równanie równowagi mają zupełnie inną postać.

4.8. SPOSOBY ROZWIĄZYWANIA RÓWNAŃ RÓWNOWAGI

Układ n równań równowagi typu (4.48) albo (4.49) zawiera w ogólnym przypadku $2n$ niewiadomych. Na przykład dla modelu z rys. 4.2 taki układ równań składa się z pięciu równań, zawierających 10 niewiadomych: 4 napięcia określone macierzą (4.12), 4 prądy określone macierzą (4.13), moment zewnętrzny M' oraz prędkość kątową ω' . Dla umożliwienia rozwiązania należy zestawić równania więzów. W ogólnym przypadku jest n równań (dla omawianego modelu pięć równań) więzów. Równaniami więzów mogą być np. warunki określające napięcia zewnętrzne (na zaciskach modelu), moment zewnętrzny, prędkość itp. Niektóre z tych dodatkowych równań w ogólnym przypadku określają zmienne jako jawne funkcje czasu. Takie zmienne nazywa się *wymuszeniami*.

Po wyeliminowaniu n niewiadomych przez równania więzów uzyskuje się układ n równań różniczkowych z n niewiadomymi. Jest to układ równań różniczkowych nieliniowych, ponieważ zawierają one wyrażenia będące iloczynem niewiadomych, np. typu ωi albo $i_1 i_2$.

Dla uzyskania odpowiedzi w konkretnym przypadku można posługiwać się komputerem. Ma to jednak tę wadę, że odpowiedź uzyskuje się w formie liczby, a nie funkcji analitycznej, co nie zawsze umożliwia przeprowadzenie krytycznej analizy. Często więc należy uzyskać odpowiedź w postaci funkcji i wówczas zachodzi potrzeba linearyzacji układu równań różniczkowych. Z wielu znanych metod linearyzacji równań różniczkowych należy wybrać taką, której zastosowanie przy określonych warunkach pracy maszyny spowoduje powstanie niewielkich błędów w odpowiedzi, a jednocześnie pozwoli uzyskać odpowiedź w sposób możliwie prosty.

Częstym przypadkiem pracy maszyny elektrycznej jest jej praca przy małych odchyleniach od stanu ustalonego. Przykładem takiej pracy może być praca silnika obcownobudnego prądu stałego ze zmianą prędkości za pomocą niewielkich zmian napięcia twornika. W takim przypadku do linearyzacji równań stosuje się metodę małych przyrostów.

Zmienną $x(t)$ wyraża się następująco:

$$x(t) = x_0 + \Delta x(t)$$

przy czym: x_0 — wartość ustalona zmiennej $x(t)$; $\Delta x(t)$ — zmienny w czasie przyrost tej zmiennej.

Podobnie wyraża się wszystkie inne zmienne, np.

$$y(t) = y_0 + \Delta y(t)$$

Iloczyn tych zmiennych

$$x(t) y(t) = x_0 y_0 + x_0 \Delta y(t) + y_0 \Delta x(t) + \Delta x(t) \Delta y(t)$$

Przy małych przyrostach ich iloczyn $\Delta x(t) \Delta y(t)$ można pominąć jako małą drugiego rzędu. Wtedy

$$x(t) y(t) \approx x_0 y_0 + x_0 \Delta y(t) + y_0 \Delta x(t)$$

z czego widać, że otrzymuje się przybliżone równanie liniowe. Piszemy układ równań dla stanu ustalonego, tzn. dla $x(t) = x_0, y(t) = y_0$. Wtedy operator $s = 0$ i z układu równań (4.48) otrzymuje się układ

$$\begin{bmatrix} u_{d0}^s \\ u_{q0}^s \\ u_{d0}^r \\ u_{q0}^r \\ M_0^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_d^s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_q^s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{dq}^{rs} \omega_0^r & R_d^r & G_{dq}^{rr} \omega_0^r & 0 \\ -G_{qd}^{rs} \omega_0^r & 0 & -G_{qd}^{rr} \omega_0^r & R_q^r & 0 \\ G_{qd}^{rs} i_{q0}^r & -G_{dq}^{rs} i_{d0}^r & G_{qd}^{rr} i_{q0}^r & -G_{dq}^{rr} i_{d0}^r & D_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{d0}^s \\ i_{q0}^s \\ i_{d0}^r \\ i_{q0}^r \\ \omega_0^r \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Następnie korzystając z zależności typu $x = x_0 + \Delta x(t)$ pisze się układ równań dla stanu nieustalonego, przy czym pomija się małe drugiego rzędu. Od tak otrzymanych równań różniczkowych liniowych odejmuje się równania dla stanu ustalonego (4.50) i otrzymuje się układ równań różniczkowych liniowych dla przyrostów

$$\begin{bmatrix} \Delta u_d^s \\ \Delta u_q^s \\ \Delta u_d^r \\ \Delta u_q^r \\ \Delta M^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_d^s + L_d^s s & 0 & M_d^{sr} s & 0 & 0 \\ 0 & R_q^s + L_q^s s & 0 & M_q^{sr} s & 0 \\ M_d^{sr} s & G_{dq}^{rs} \omega_0^r & R_d^r + L_d^r s & G_{dq}^{rr} \omega_0^r & G_{dq}^{rs} i_{q0}^r + G_{dq}^{rr} i_{q0}^r \\ -G_{qd}^{rs} \omega_0^r & M_q^{sr} s & -G_{qd}^{rr} \omega_0^r & R_q^r + L_q^r s & -G_{qd}^{rs} i_{d0}^r + G_{qd}^{rr} i_{d0}^r \\ G_{qd}^{rs} i_{q0}^r & -G_{dq}^{rs} i_{d0}^r & (G_{qd}^{rr} - G_{dq}^{rr}) i_{q0}^r - (G_{qd}^{rr} - G_{dq}^{rr}) i_{d0}^r + D_r + J s & + G_{qd}^{rs} i_{d0}^r + G_{qd}^{rr} i_{d0}^r & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_d^s \\ \Delta i_q^s \\ \Delta i_d^r \\ \Delta i_q^r \\ \Delta \omega^r \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

Układ (4.50) równań algebraicznych dla stanu ustalonego rozwiązuje się łącznie z układem równań więzów i otrzymuje się odpowiedzi dla stanu ustalonego. Układ (4.51) równań różniczkowych liniowych dla przyrostów rozwiązuje się np. metodą operatorową i uzyskuje się transformaty przyrostów a następnie przyrosty. Suma wielkości ustalonych i przyrostów daje szukaną niewiadomą w stanie nieustalonym.

Układy równań (4.50) i (4.51) zawierają w niektórych przypadkach wielkości fizyczne (napięcia, prądy) transformowane z układu osi naturalnych do układu osi prostopadłych nieruchomych. Wtedy po rozwiązaniu tych układów równań należy wyniki transformować z układu osi prostopadłych nieruchomych do układu osi naturalnych.

Niejednokrotnie dla uzyskania właściwej odpowiedzi wystarcza wyznaczenie transmitancji operatorowej

$$G(s) = \frac{dr}{X(s)} = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad (4.52)$$

w której: $Y(s)$ – transformata odpowiedzi; $X(s)$ – transformata wymuszenia.

Transmitancja operatorowa nie jest pojęciem jednoznacznie określonym dla określonej maszyny, ponieważ zależy ona od tego, co przyjmuje się za wymuszenie i co przyjmuje się za odpowiedź. Przykładowo dla silnika obcowzbudnego prądu stałego za wymuszenie można przyjąć zmianę napięcia twornika albo zmianę napięcia wzbudzenia, albo zmianę momentu zewnętrznego, a za odpowiedź można przyjąć zmianę prędkości kątowej (albo obrotowej) otrzymując za każdym razem inną postać transmitancji operatorowej. Dla danego przebiegu czasowego funkcji wymuszającej $x(t)$ wyznacza się transformatę wymuszenia $X(s)$ i wyznacza się transformatę odpowiedzi zgodnie ze wzorem (4.52).

Bardzo często wymuszenie ma postać funkcji jednostkowej

$$x(t) = I(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 0 \\ 1 & \text{dla } t > 0 \end{cases} \quad (4.53)$$

Transformata funkcji jednostkowej ma postać

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt = \frac{1}{s} \quad (4.54)$$

Transformata odpowiedzi na wymuszenie mające postać funkcji jednostkowej, zgodnie ze wzorem (4.52) i (4.54), zwana *transformatą charakterystyki skokowej* ma postać

$$H(s) = Y(s) = X(s) G(s) = \frac{1}{s} G(s) \quad (4.55)$$

Dla tak określonej transformaty charakterystyki skokowej wyznacza się *charakterystykę skokową*, czyli *funkcję czasową odpowiedzi*

$$h(t) = y(t) = \mathcal{L}^{-1} H(s) \quad (4.56)$$

Jeżeli transformata odpowiedzi ma prostą postać matematyczną, to uzyskanie funkcji czasowej odpowiedzi nie przedstawia większych trudności. Niekiedy jednak transformata odpowiedzi danego członu układu ma tak skomplikowaną postać matematyczną, że wyznaczenie funkcji czasowej odpowiedzi tego członu, albo transformaty odpowiedzi całego układu regulacyjnego a tym bardziej jej funkcji czasowej jest bardzo trudne. Wtedy w transformatach odpowiedzi należy przyjmować formalne, matematyczne uproszczenia, uzasadnione analizą wpływu pominięcia pewnych zjawisk fizycznych na dokładność odpowiedzi.

W pewnych przypadkach równań różniczkowych nie wolno upraszczać przez linearyzację metodą małych przyrostów, m.in. kiedy przyrostu wielkości fizycznej nie można uważać za mały w stosunku do wartości tej wielkości w stanie ustalonym (np. przy analizie zwarcia udarowego). Wtedy trzeba wprowadzać uproszczenia do samego przebiegu zjawiska. Na przykład można rozpatrywać przebiegi zwarcia w maszynie synchronicznej, przyjmując uproszczone założenie, że prędkość kątowa wirnika maszyny synchronicznej jest stała w czasie całego przebiegu zwarcia.