

4. OGÓLNY MODEL MASZINY ELEKTRYCZNEJ

4.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE

Równania (1.92) i (1.93) są równaniami opisującymi proces przemian energetycznych w każdym przetworniku elektromechanicznym o ruchu obrotowym, a więc także w maszynie elektrycznej wirującej z zastrzeżeniem spełnienia warunku holonomiczności więzów. Równania (1.94) i (1.95) są równaniami opisującymi proces przemian energetycznych w każdym przetworniku elektromechanicznym o ruchu postępowym, a więc także w silniku elektrycznym liniowym. Wszystkie wielkości występujące w tych równaniach mają wymiar siły uogólnionej. Odpowiednio w równaniach elektrycznych występują wielkości, mające wymiar napięcia, w równaniach mechanicznych układów (1.92) i (1.93) występują wielkości mające wymiar momentu obrotowego, a w równaniach mechanicznych układów (1.94) i (1.95) – wielkości mające wymiar siły.

W rozdziale 1 omówiono zasady elektromechanicznego przetwarzania energii w maszynie zastąpionej modelem z elementami skupionymi. Równania (1.92) ÷ (1.95) są także równaniami dla elementów skupionych. Model, który można opisać równaniami odpowiadającymi równaniom (1.92) ÷ (1.95) musi więc zawierać obwody złożone z elementów skupionych. Liczba obwodów musi być równa liczbie współrzędnych, występujących w układach równań. W każdym z układów równań (1.92) ÷ (1.95) występuje tylko jedno równanie mechaniczne. Ogólny model maszyny elektrycznej ma tylko jeden obwód mechaniczny, np. w maszynie elektrycznej wirującej „obwód wału”. Współrzędną podstawową i jej pochodnymi dla maszyny elektrycznej wirującej są:

- położenie kątowe γ , odpowiadające współrzędnej położenia ξ ;
- prędkość kątowa $\dot{\gamma} = \omega$, odpowiadająca prędkości $\dot{\xi} = v$;
- przyspieszenie kątowe $\ddot{\gamma} = \dot{\omega}$, odpowiadające przyspieszeniu $\ddot{\xi} = \dot{v}$.

Druga współrzędna (kręt) i jej pochodna (moment obrotowy) są określone przez odpowiednie charakterystyki magazynów energii. Współrzędną podstawową i jej pochodnymi dla silnika elektrycznego liniowego są:

- położenie $\xi = x$;
- prędkość $\dot{\xi} = v$;
- przyspieszenie $\ddot{\xi} = \dot{v}$.

Druga współrzędna (pęd) i jej pochodna (siła) są określone przez odpowiednie charakterystyki magazynów energii.

Liczba współrzędnych w „ruchu elektrycznym”, a więc i liczba obwodów w ogólnym modelu maszyny elektrycznej jest różna, zależnie od rodzaju i konstrukcji maszyny. Współrzedną podstawową i jej pochodnymi są:

- ładunek q , odpowiadający współrzednej położenia ξ ;
- prąd $\dot{q} = i$, odpowiadający prędkości $\dot{\xi} = v$;
- szybkość zmiany prądu $\ddot{q} = \dot{i}$ odpowiadająca przyspieszeniu $\ddot{\xi} = \dot{v}$.

Druga współrzędna (strumień skojarzony $\Psi = Li$ odpowiadający pędowi) i jej pochodna (napięcie $\dot{\Psi} = u$, będące odpowiednikiem siły) są określone przez charakterystyki magazynów energii.

Należy więc zbudować taki model maszyny elektrycznej, dla którego można by napisać równania szczegółowe (dla wszystkich współrzędnych) zgodnie z równaniami (1.92) i (1.93) albo (1.94) i (1.95) i to równania dla wszystkich rodzajów maszyn elektrycznych. Silnik liniowy można traktować jako szczególny przypadek maszyny wirującej z nieskończenie wielkim promieniem obrotu albo można dla silnika liniowego stworzyć oddzielny model.

W rozważaniu zjawisk występujących w modelu stosuje się zasadę superpozycji. Oznacza to, że się przyjmuje niezależność permeancji obwodów magnetycznych od nasycenia magnetycznego tych obwodów, czyli niezależność indukcyjności obwodów elektrycznych od nasycenia magnetycznego obwodów magnetycznych. Wpływ nasycenia uwzględnia się w dyskusji otrzymanych wyników i ich interpretacji.

4.2. CECHY MODELU

Model ogólny maszyny elektrycznej musi być adekwatny do wszystkich rodzajów (a przynajmniej do wszystkich głównych) maszyn elektrycznych, a więc do maszyn komutatorowych, maszyn indukcyjnych, maszyn synchronicznych i transformatorów.

Podstawowe cechy zjawisk opisanych równaniami odpowiadającymi obwodom modelu muszą być identyczne (albo przynajmniej bardzo zbliżone) z cechami zjawisk zachodzących w maszynie elektrycznej. Wspólną cechą pracy wszystkich maszyn elektrycznych jest to, że:

W stanie ustalonym strumień wirnika i strumień stojana są względem siebie nieruchome

Mogą przy tym zachodzić dwa przypadki:

(1) Strumień stojana i strumień wirnika wirują w przestrzeni z jednakową prędkością (np. w maszynach indukcyjnych, w maszynach synchronicznych z uzwojeniem wzbudzącym w wirniku, w maszynach komutatorowych trójfazowych).

(2) Strumień stojana i strumień wirnika są w przestrzeni nieruchome (np. w maszynach komutatorowych prądu stałego, w maszynach synchronicznych z uzwojeniem wzbudzącym w stojanie).

W maszynie prądu stałego w tworniku (w uzwojeniu wirnika) płynie prąd przemienny, a w obwodzie zewnętrznym (poczynając od szczotek) płynie prąd stały. Przetwarzanie prądu stałego na przemienny (albo odwrotnie) odbywa się w komutatorze. Uzwojenie twornika, maszyny prądu stałego wiruje razem z wirnikiem, ale gałęzie tego uzwojenia, na które jest ono podzielone przez szczotki, są w przestrzeni nieruchome (w tych gałęziach wymieniają się tylko poszczególne zewzoje). Dlatego: aby przetworzyć prąd przemienny na stały (albo na odwrót) oraz aby z wirującego uzwojenia uzyskać nieruchome w przestrzeni gałęzie (co jest konieczne, aby strumień twornika maszyny prądu stałego miał nieruchome położenie względem magnesów) trzeba użyć komutatora.

Prąd płynący w zezwoju twornika maszyny prądu stałego i_1 jest funkcją prądu płynącego przez szczotki i_2 oraz położenia tego zezwoju, czyli $i_1 = f(i_2, \gamma)$, co świadczy o anholomiczności więzów maszyny komutatorowej. Dlatego wyprowadzone w p. 1.4 ogólne równania równowagi mogą być użyte jako równania równowagi modelu tylko przy analizie prądów i napięć zewnętrznych, a nie mogą być zastosowane przy analizie napięć i prądów w uzwojeniach twornika.

Jako model maszyny synchronicznej można przyjąć model z nieruchomymi magnesami i z wirującym twornikiem. Taki model jest podobny do modelu maszyny prądu stałego. Można także przyjąć, jak jest najczęściej w dużych maszynach synchronicznych, model odwrotny — z uzwojeniem wzbudzającym na wirniku i z uzwojeniem twornika w stojanie. W prowadzonych tutaj rozważaniach nie ma to istotnego znaczenia, ponieważ ważny jest ruch względny. W modelu z magnesami w stojanie stałe położenie strumienia stojana względem strumienia wirnika wynika z tego, że strumień stojana (magnesów) jest z natury nieruchomy, a strumień wirnika (twornika) od prądu trójfazowego twornika jest strumieniem wirującym względem wirnika, ale wirnik wiruje z prędkością synchroniczną w kierunku przeciwnym, więc strumień wirnika jest nieruchomy w przestrzeni.

W modelu maszyny synchronicznej z magnesami na wirniku strumień twornika (stojana) wiruje synchronicznie względem stojana, strumień magnesów (wirnika) jest nieruchomy względem wirnika, ale wirnik wiruje synchronicznie ze strumieniem stojana w tym samym kierunku, więc obydwa te strumienie są (w stanie ustalonym) względem siebie nieruchome.

W maszynie indukcyjnej strumień stojana wiruje względem stojana z prędkością synchroniczną n_1 , wirnik wiruje w tym samym kierunku z prędkością $n = (1-s)n_1$, w wirniku są indukowane prądy o częstotliwości $f_2 = sf$, strumień wirnika wiruje względem wirnika z prędkością sn_1 , a względem stojana z prędkością $sn_1 + (1-s)n_1 = n_1$ — strumienie stojana i wirnika wirują w przestrzeni z taką samą prędkością, czyli są względem siebie nieruchome.

|| Stąd wniosek: model powinien mieć nieruchome względem siebie strumienie stojana i wirnika.

Model musi umożliwić napisanie tylu równań opisujących przemiany energetyczne, ile ich można napisać dla rzeczywistej maszyny, tzn. musi zapewnić wyczerpanie

wszystkich współrzędnych odpowiedniego układu równań z układów $(1.92) \div (1.95)$. Model ogólny powinien mieć obwody, odpowiadające wszystkim obwodom wszystkich rodzajów maszyn elektrycznych albo powinien zapewniać możliwość dodawania poszczególnych obwodów w miarę potrzeby bez konieczności zmiany struktury modelu.

Maszyny z jednakową szczeliną na obwodzie są magnetycznie symetryczne. W takich maszynach indukcyjność własna uzwojenia fazowego stojana (wirnika) ma wartość stałą, indukcyjność wzajemna między uzwojeniem fazowym stojana (wirnika) i uzwojeniem bieguna magnetycznego wirnika (stojana) jest kosinusoidalną funkcją kąta między osiami tych uzwojeń, natomiast amplitudy tych indukcyjności mają wartości stałe.

Niektóre maszyny są magnetycznie asymetryczne (np. maszyny prądu stałego, maszyny synchroniczne z biegunami wydatnymi), szczelina powietrzna w osi podłużnej d (tj. w osi biegunów) jest mała, a w osi poprzecznej q (prostopadłej do d) — duża. Permeancje w różnych osiach i odpowiadające im indukcyjności są różne. W asymetrycznych maszynach prądu przemiennego (np. w maszynach synchronicznych) indukcyjność własna uzwojenia fazowego stojana (wirnika) i indukcyjność wzajemna między uzwojeniem fazowym stojana (wirnika), a uzwojeniem bieguna magnetycznego wirnika (stojana) są funkcjami kąta γ , tj. kąta między osią podłużną wirnika (stojana) a osią rozpatrywanej fazy stojana (wirnika). Zastosowanie transformacji Parka, transformującej wielkości z układu trójfazowego osi wirujących (nieruchomych) naturalnych u, v, w do układu osi nieruchomych (wirujących) $d, q, 0$ upodabnia twornik maszyny synchronicznej do twornika maszyny prądu stałego z nieruchomymi względem siebie uzwojeniami twornika i magnesów i z dwiema szczotkami na parę biegunów. Przekształcenie Parka, tak jak komutator, zmienia w tym przypadku częstotliwość w tworniku synchroniczną na częstotliwość równą zeru.

W maszynie indukcyjnej układy trójfazowe osi stojana i wirnika można także zastąpić układami osi prostopadłych.

Stąd wniosek, że model maszyny prądu stałego może być modelem każdej maszyny elektrycznej. Przy przyjęciu, że prędkość wirnika jest równa zeru i że zjawiska zachodzą tylko w jednej osi, model ten jest odpowiedni także dla transformatora.

Zastosowanie transformacji Parka do modelu maszyny prądu przemiennego bezkomutatorowej jest odpowiednikiem zastosowania komutatora w maszynie komutatorowej. Dlatego taki model nadaje się tylko do analizy prądów i napięć zewnętrznych. Uzyskanie wyrażeń na prądy i napięcia wewnętrzne (rzeczywiście występujące w maszynie) wymaga zastosowania odwrotnej transformacji Parka.

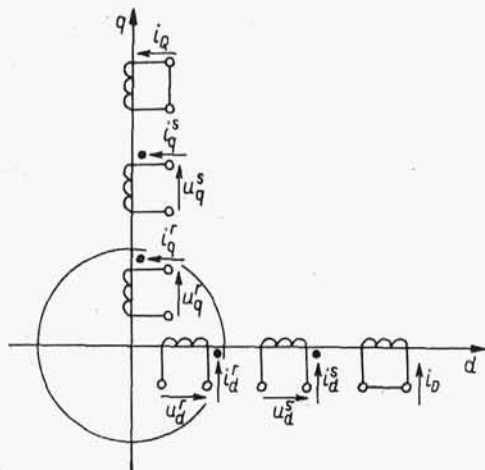
W maszynie elektrycznej rzeczywistej istnieją wyraźne obwody elektryczne, czyli uzwojenia. Niektóre z tych obwodów mogą mieć wyprowadzone końcówki, do których może być doprowadzone napięcie zewnętrzne. W modelu obwodom tym odpowiadają obwody otwarte zasilane napięciami zewnętrznymi. Inne obwody w maszynach elektrycznych nie mają charakteru obwodów wydzielonych. Są to lite

elementy. Ścisłe odwzorowanie zjawisk w litych elementach za pomocą zjawisk w obwodach wydzielonych jest bardzo trudne, gdyż wymaga uwzględnienia wielu obwodów zamkniętych, co znacznie komplikuje układ równań różniczkowych i utrudnia jego rozwiązanie. Jest to zasadnicza wada stosowania metody obwodowej do maszyn elektrycznych. Bardzo często wystarcza jednak dokładność odpowiadająca zastąpieniu danego litego elementu w polu magnetycznym maszyny elektrycznej jednym, albo co najwyżej dwoma obwodami zamkniętymi.

4.3. MODEL MASZyny

Model ogólny maszyny elektrycznej pokazano na rys. 4.1. W modelu tym występują następujące obwody, prądy i napięcia:

- obwód poprzeczny wirnika z prądem i_q^r , napięciem u_q^r ;
- obwód poprzeczny stojana z prądem i_q^s , napięciem u_q^s ;
- obwód poprzeczny tłumienia (w stojanie) z prądem i_Q ;
- obwód podłużny wirnika z prądem i_d^r , napięciem u_d^r ;
- obwód podłużny stojana z prądem i_d^s , napięciem u_d^s ;
- obwód podłużny tłumienia (w stojanie) z prądem i_D .



Rys. 4.1. Model ogólny maszyny elektrycznej

Ten model odpowiada maszynie z magnesami w stojanie i twornikiem w wirniku, z dwoma obwodami w stojanie z napięciem na zaciskach i dwoma obwodami tłumiącymi (zamkniętymi) w stojanie, tj. po jednym obwodzie tłumiącym w każdej osi w stojanie. Bardzo często rozpatruje się maszyny elektryczne tylko z jednym obwodem w stojanie z napięciem na zaciskach, mianowicie z obwodem z prądem i_d^s , tzn. z obwodem wzbudzenia w osi podłużnej. W takim przypadku obwód z prądem i_q^s nie istnieje. Takimi maszynami są np. maszyny synchroniczne

w normalnym wykonaniu (bez wzbudzenia w osi poprzecznej) oraz maszyny prądu stałego nieskompensowane. Zastąpienie litych biegunów np. w maszynie synchronicznej tylko jednym obwodem tłumiącym w osi podłużnej (z prądem i_D) i tylko jednym obwodem tłumiącym w osi poprzecznej (z prądem i_Q) jest uproszczeniem. Czasem zachodzi potrzeba dokładniejszej analizy zjawisk przez dodanie jeszcze dalszych obwodów tłumiących w osi podłużnej i w osi poprzecznej. W niektórych maszynach, jak np. w maszynach prądu stałego z blachowanymi nabiegunnikami, a tym bardziej z blachowanym całym obwodem magnetycznym, można nie rozpatrywać obwodów tłumiących w stojanie. W niektórych maszynach występuje w wirniku tylko jeden obwód, mianowicie obwód poprzeczny. Są to np. prądnica i silnik prądu stałego.

Przy rysowaniu modelu przyjęto następującą konwencję oznaczeń:

- prąd wpływa do końcówki oznaczonej kropką, tj. do końcówki dalszej od osi maszyny (osi wału),
- taki prąd wywołuje strumień skierowany od osi maszyny do zewnątrz;
- indeksy dolne d, q oznaczają oś maszyny podłużną d albo poprzeczną q ;
- oś podłużna d — oś, której kierunek pokrywa się z osią bieguna magnetycznego;
- oś poprzeczna q — w maszynie o $p = 1$ oś prostopadła do osi podłużnej d i wyprzedzająca oś d o kąt $\pi/2p$;
- indeksy górne r, s oznaczają element maszyny — wirnik r albo stojan s ;
- kierunek wirowania wirnika dodatni — kierunek lewy (przeciwny do kierunku ruchu wskazówek zegara).

Miejsca, którymi moc może do maszyny dopływać albo od maszyny odpływać nazywa się *bramami*. W modelu z rys. 4.1 jest jedna brama mechaniczna (wał) i sześć bram elektrycznych z tym, że dwie bramy elektryczne są zamknięte, więc ostatecznie są cztery bramy elektryczne i jedna brama mechaniczna. Przyjęcie konwencji odbiornikowej (silnikowej) narzuca następującą konwencję dotyczącą znaku mocy: moc dopływająca do maszyny jest dodatnia. Stąd:

(1) Przy pracy silnikowej:

- moc na bramach elektrycznych jest dodatnia, prądy płyną zgodnie z przyłożonymi z zewnątrz napięciami;
- moc na bramie mechanicznej jest ujemna, kierunek momentu M' przyłożonego z zewnątrz do wału (do bramy mechanicznej) jest przeciwny do kierunku prędkości wirowania wirnika ω' .

(2) Przy pracy prądnicowej:

- moc na niektórych bramach elektrycznych — na bramach twornika — jest ujemna, prądy płyną przeciwko przyłożonym z zewnątrz napięciom, na niektórych bramach elektrycznych — na bramach obwodów wzbudzenia — moc jest dodatnia;
- moc na bramie mechanicznej jest dodatnia, kierunek momentu M' przyłożonego z zewnątrz do wału jest zgodny z kierunkiem prędkości wirowania wirnika ω' , moc mechaniczna dopływa do maszyny.

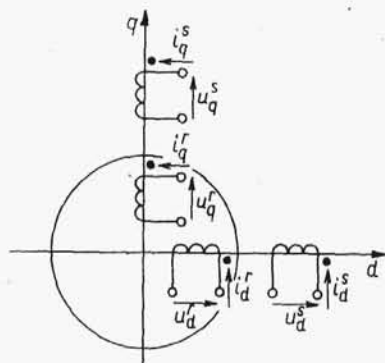
4.4. INDUKCYJNOŚCI I NAPIĘCIA TRANSFORMACJI I ROTACJI

Przy przemianach energetycznych w równaniach równowagi dotyczących bram elektrycznych np. wg wzoru (1.93) występują napięcia indukowane zapisane w postaci dwóch członów:

$[L] \frac{d}{dt} [i]$ – napięcie transformacji powstające na skutek zmian prądu w czasie niezależnie od ruchu maszyny, a więc powstające także w maszynie nieruchomej;

$\omega \left(\frac{d}{d\gamma} [L] \right) [i]$ – napięcie rotacji, powstające przy ruchu wirnika na skutek zmiany indukcyjności przy zmianie kąta γ , tj. kąta pomiędzy osią zezwoju stojana i osią zezwoju wirnika, a niezależnie od zmian prądu w czasie, czyli powstające także przy prądzie stałym.

Napięcia indukowane transformacji i rotacji zostaną rozpatrzone na przykładzie modelu uproszczonego, pokazanego na rys. 4.2. Poszczególne indukcyjności tworzące macierz indukcyjności $[L]$ mają różny przebieg w funkcji kąta γ dla różnych



Rys. 4.2. Model uproszczony maszyny elektrycznej

rodzajów maszyn i mają różne macierze transformacyjne przy transformowaniu strumieni skojarzonych z jednego układu osi do drugiego układu.

Tutaj zostaną podane niektóre uwagi dotyczące napięć indukowanych oparte częściowo na analizie matematycznej, a częściowo na fizycznej istocie zjawisk.

Macierz strumieni skojarzonych występujących w uproszczonym modelu maszyny elektrycznej (rys. 4.2) jest następująca:

$$[\Psi_{dq}^{sr}] = [L_{dq}^{sr}] [i_{dq}^{sr}] \quad (4.1)$$

przy czym

$$[\Psi_{dq}^{sr}] = \begin{bmatrix} \Psi_d^s \\ \Psi_q^s \\ \Psi_d^r \\ \Psi_q^r \end{bmatrix}$$

$$[i_{dq}^{sr}] = \begin{bmatrix} i_d^s \\ i_q^s \\ i_d^r \\ i_q^r \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$[L_{dq}^{sr}] = \begin{bmatrix} L_d^s & M_{dq}^{ss} & M_{dd}^{sr} & M_{dq}^{sr} \\ M_{qd}^{ss} & L_q^s & M_{qd}^{sr} & M_{qq}^{sr} \\ M_{dd}^{rs} & M_{dq}^{rs} & L_d^r & M_{dq}^{rr} \\ M_{qd}^{rs} & M_{qq}^{rs} & M_{qd}^{rr} & L_q^r \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

W powyższych macierzach przyjęto następującą zasadę stosowania symboli i indeksów:

- indeksy w oznaczeniach strumieni skojarzonych Ψ i indukcyjności własnych L (z jednym indeksem górnym i jednym dolnym) są pisane według tej samej zasady, co indeksy przy oznaczeniach prądów i , tzn. indeks dolny oznacza oś (d albo q), w której występuje wielkość, a indeks górny (s albo r) oznacza element maszyny, w którym ta wielkość występuje (stojan s , wirnik r);
- symbol $[L_{dq}^{sr}]$ oznacza macierz wszystkich indukcyjności, a więc zarówno indukcyjności własnych L jak i indukcyjności wzajemnych M ;
- w oznaczeniach indukcyjności wzajemnych indeksy dolne oznaczają oś (d albo q), a indeksy górne – element maszyny (stojan s , wirnik r), przy czym pierwszy indeks górny i dolny oznacza element maszyny i oś, w której występuje strumień skojarzony, a drugi indeks górny i dolny oznacza oś i element maszyny, w którym płynie prąd, wywołujący rozpatrywany strumień skojarzony.

Zachodzą równości indukcyjności typu

$$M_{dq}^{ss} = M_{qd}^{ss}; \quad M_{dd}^{sr} = M_{dd}^{rs}; \quad M_{qq}^{sr} = M_{qq}^{rs}$$

Zamiast dwóch identycznych indeksów dolnych pisze się jeden indeks, więc wystąpią indukcyjności

$$M_d^{sr} = M_d^{rs}; \quad M_q^{sr} = M_q^{rs}$$

Przy rozpatrywaniu napięcia transformacji indukcyjności wzajemne uzwojeń ustawionych względem siebie prostopadle są równe zero, czyli

$$M_{dq}^{ss} = M_{qd}^{ss} = M_{dq}^{rr} = M_{qd}^{rr} = M_{dd}^{sr} = M_{dq}^{rs} = M_{dd}^{rs} = M_{qd}^{sr} = 0$$

więc macierz indukcyjności ma postać

$$[L_{dq,r}^{sr}] = \begin{bmatrix} L_d^s & 0 & M_d^{sr} & 0 \\ 0 & L_q^s & 0 & M_q^{sr} \\ M_d^{rs} & 0 & L_d^r & 0 \\ 0 & M_q^{rs} & 0 & L_q^r \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

a napięcie transformacji jako funkcja czasu ma postać

$$[u_{dq,r}^{sr}] = [L_{dq,r}^{sr}] \frac{d}{dt} [i_{dq}^{sr}] \quad (4.5)$$

Ponadto słuszne są zależności

$$M_d^{sr} = \sqrt{L_d^s L_d^r}; \quad M_q^{sr} = \sqrt{L_q^s L_q^r} \quad (4.6)$$

W modelu maszyny elektrycznej osie d oraz q są względem siebie nieruchome, więc poszczególne indukcyjności oznaczają indukcyjności całych uzwojeń. Każdorazowo indukcyjność własna L oznacza całkowitą indukcyjność własną całego uzwojenia, a indukcyjność wzajemna M oznacza całkowitą indukcyjność wzajemną dwóch całych uzwojeń, obydwóch ustawionych w osi d albo obydwóch ustawionych w osi q .

W uzwojeniu jednofazowym napięcie rotacji

$$\omega \left(\frac{dL}{dt} \right) i = 2lBv$$

przy czym: l – długość czynna boku zezwoju; B – indukcja; v – prędkość obwodowa.

Indukcja B jest funkcją wywołującego ją prądu i . Przy założeniu stałej permeancji indukcyjność $B = ci$. Ponieważ

$$v = \omega r$$

przy czym: r – promień obrotu; ω – prędkość kątowna, zatem napięcie rotacji jednego zwoju można wyrazić następująco:

$$u_r = 2lrc\omega i = \omega G i$$

Współczynnik $G = 2lrc$ ma wymiar indukcyjności i może być nazwany *indukcyjnością rotacji*. Na tej podstawie można wyrazić macierz napięć rotacji jako funkcję czasu

$$[u_{dq,t}^{sr}] = \omega^r [G_{dq}^{sr}] [i_{dq}^{sr}] \quad (4.7)$$

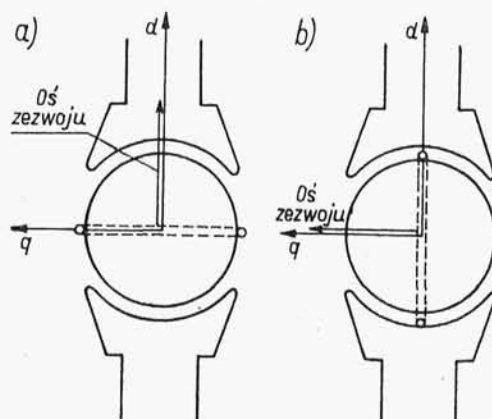
W modelu maszyny osie są względem siebie nieruchome, więc tak przyjęte indukcyjności rotacji G_{dq}^{sr} mają wartości stałe.

Napięcie rotacji powstaje tylko wtedy, kiedy są spełnione następujące warunki:

(1) Uzwojenie (albo strumień) jest w ruchu względem strumienia (albo uzwojenia), gdyż w przeciwnym przypadku jest $\omega = 0$.

(2) istnieje strumień poprzeczny względem osi uzwojenia.

Ilustracją warunku drugiego jest rys. 4.3. Na rysunku 4.3a oś zezwoju pokrywa się z osią strumienia (osią d), strumień magnesów skojarzony z zezwojem ma wartość maksymalną, pochodna tego strumienia skojarzonego względem kąta obrotu jest równa zero, strumień ustawiony prostopadłe do osi zezwoju jest równy zero, napięcie rotacji jest równe zero. Na rysunku 4.3b oś zezwoju jest ustawiona prostopadłe do osi strumienia (osi d), strumień skojarzony z uzwojeniem jest równy zero, pochodna tego strumienia skojarzonego ma wartość maksymalną, strumień ustawiony prostopadłe do osi zezwoju ma wartość maksymalną, napięcie rotacji ma wartość maksymalną.



Rys. 4.3. Ilustracja powstawania napięcia rotacji: a) napięcie rotacji jest równe zero; b) napięcie rotacji ma wartość maksymalną

Stąd w modelu, w którym strumienie są w przestrzeni nieruchome, napięcia rotacji mogą pojawić się tylko w uzwojeniach wirnika, czyli indukcyjności rotacji mają wartości różne od zera tylko w dwóch dolnych wierszach macierzy indukcyjności. Ponadto indukcyjności rotacji mają wartości różne od zera tylko w tych kolumnach, w których dolne indeksy są literami różnymi, co odpowiada warunkowi prostopadłego ustawienia osi. Macierz indukcyjności rotacji ma więc postać

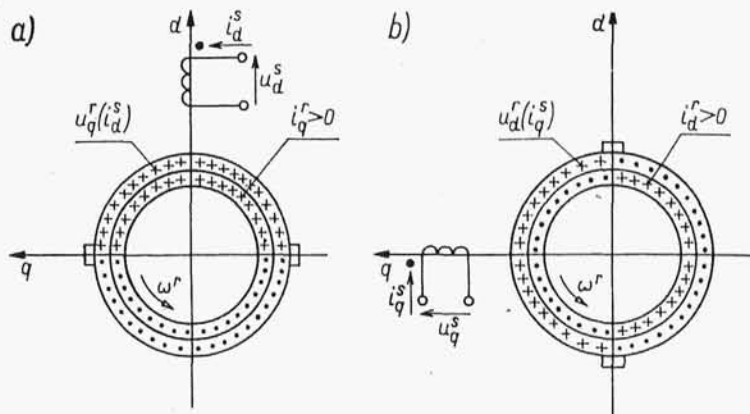
$$[G_{dq}^{sr}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{dq}^{rs} & 0 & G_{dq}^{rr} \\ -G_{qd}^{rs} & 0 & -G_{qd}^{rr} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Znaki w macierzy indukcyjności rotacji (4.8) wynikają z jednakowego traktowania charakteru napięcia indukowanego transformacji i napięcia indukowanego rotacji. Napięcie indukowane transformacji (przy przyjęciu konwencji odbiornikowej, tzn. konwencji, że moc doprowadzona do bramy elektrycznej modelu jest dodatnia) przeciwstawia się płynięciu prądu w uzwojeniu, czemu odpowiada zapis

$$u_{it} = +L \frac{di}{dt}$$

Znak „plus” przy napięciu indukowanym transformacji, czyli znak „plus” przy indukcyjności transformacji stawia się wtedy, kiedy to napięcie przeciwstawia się płynięciu prądu.

Podobnie przy napięciu indukowanym rotacji znak „plus” przy indukcyjności rotacji stawia się wtedy, kiedy napięcie rotacji przeciwstawia się płynięciu prądu. Ilustracją pozwalającą ustalić znaki napięcia rotacji w uzwojeniu wirnika jest rys. 4.4a. Przy danym kierunku ruchu wirnika określonym przez ω^r i kierunku strumienia magnetycznego od prądu i_d^s zgodnym z kierunkiem osi d otrzymuje się dany (na rys. 4.4a w warstwie zewnętrznej) kierunek napięcia rotacji w uzwojeniu



Rys. 4.4. Ilustracja ustalania znaków napięć rotacji

poprzecznym wirnika od prądu i_d^s . Kierunek (założony) prądu i_q^r jest taki, że strumień magnetyczny wniecony tym prądem ma kierunek zgodny z kierunkiem osi q . Napięcie rotacji w uzwojeniu poprzecznym wirnika od prądu i_d^s pomaga płynięciu prądu i_q^r , więc przy tym napięciu trzeba postawić znak „minus”, czyli to napięcie wynosi

$$-G_{dq}^{rs} \omega^r i_d^s$$

Analogicznie jest z napięciem rotacji w tym uzwojeniu od prądu i_q^r , czyli napięcie rotacji w uzwojeniu poprzecznym wirnika od prądu i_d^s wynosi

$$-G_{dq}^{rr} \omega^r i_q^r$$

Przy danym kierunku ruchu wirnika określonym przez ω^r i kierunku strumienia magnetycznego od prądu i_q^s zgodnym z kierunkiem osi q otrzymuje się dany (na rys. 4.4b w warstwie zewnętrznej) kierunek napięcia rotacji w uzwojeniu podłużnym wirnika od prądu i_q^s . Kierunek (założony) prądu i_d^r jest taki, że strumień magnetyczny wniecony tym prądem ma kierunek zgodny z kierunkiem osi d . Napięcie rotacji w uzwojeniu podłużnym wirnika od prądu i_q^s przeciwstawia się płynięciu prądu i_d^r , więc przy tym napięciu trzeba postawić znak „plus” czyli to napięcie wynosi

$$+G_{dq}^{rs} \omega^r i_q^s$$

Podobnie napięcie rotacji w podłużnym uzwojeniu wirnika od prądu i_q^r wynosi

$$+G_{dq}^{rr} \omega^r i_q^r$$

Stąd reguła mnemotechniczna dla określenia znaku napięcia rotacji:

Jeśli w celu sprowadzenia osi zezwoju wirnika do osi zezwoju wywołującego napięcie rotacji należy wirnik obrócić o $\pi/2$ w kierunku zgodnym z kierunkiem wirowania wirnika, to przy indukcyjnościach rotacji należy postawić znak „plus”, jeżeli w kierunku przeciwnym, to znak „minus”.

Napięcie rotacji jest indukowane strumieniem przesuniętym o $\pi/2$ względem uzwojenia, w którym to napięcie jest indukowane, a napięcie transformacji

strumieniem o kierunku zgodnym z kierunkiem osi tego uzwojenia, więc kolejność indeksów dolnych przy symbolu G jest odwrotna niż indeksów dolnych przy M albo przy L . Jeżeli górne indeksy przy G są identyczne, to napięcie w danym uzwojeniu wywołane jest przez prąd w tym samym uzwojeniu, czemu odpowiada indukcyjność własna L . Jeżeli indeksy górne przy G są różne, to napięcie w danym uzwojeniu jest wywołane przez prąd w innym uzwojeniu, czemu odpowiada indukcyjność wzajemna M .

Na tej podstawie można napisać następujące równości odpowiednich indukcyjności:

$$\left. \begin{aligned} G_{qd}^{rs} &= M_d^{rs} \\ G_{qd}^{rr} &= L_d^r \\ G_{dq}^{rs} &= M_q^{sr} \\ G_{dq}^{rr} &= L_q^r \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

W maszynie o liczbie par biegunów $p > 1$ indukcyjność rotacji jest p razy większa.

4.5. RÓWNANIA NAPIĘĆ MODELU

Po wprowadzeniu operatora s zamiast $\frac{d}{dt}$ i po zastąpieniu iloczynu $\omega \left(\frac{d}{dy} [L] \right) [i]$ przez iloczyn $\omega [G] [i]$ w pierwszym równaniu układu równań (1.93) otrzymuje się ogólne równanie napięć, czyli ogólne równanie sił uogólnionych dla obwodów elektrycznych w postaci

$$[u_z] = [L] s [i] + \omega [G] [i] + [R] [i] \quad (4.10)$$

albo po zastosowaniu odpowiednich oznaczeń dla przyjętego modelu w postaci

$$[u_{dq}^{sr}] = ([R_{dq}^{sr}] + [L_{d,q}^{rs}] s + \omega^r [G_{dq}^{sr}]) [i_{dq}^{sr}] \quad (4.11)$$

przy czym

$$[u_{dq}^{sr}] = \begin{bmatrix} u_d^s \\ u_q^s \\ u_d^r \\ u_q^r \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$[i_{dq}^{sr}] = \begin{bmatrix} i_d^s \\ i_q^s \\ i_d^r \\ i_q^r \end{bmatrix} \quad (4.13)$$