

6.1. UWAGI OGÓLNE

W modelu ogólnym maszyny elektrycznej (rys. 4.1) komutator i szczotki powodują, że okład (i odpowiednio napięcie magnetyczne, natężenie pola magnetycznego, indukcja) wirnika jest w przestrzeni nieruchomy. Ponadto, w komutatorze następuje przetwarzanie częstotliwości. Wprowadzenie komutatora i szczotek do modelu maszyny bezkomutatorowej (synchronicznej lub indukcyjnej) ma na celu wprowadzenie transformacji wielkości z układu osi naturalnych fazowych wirujących u, v, w do układu osi prostopadłych nieruchomych $d, q, 0$, co w zasadniczy sposób ułatwia rozwiązanie układu równań różniczkowych.

W maszynie komutatorowej prądu stałego komutator istnieje w rzeczywistości. W poszczególnych zewzwojach uzwojenia twornika indukują się napięcia przemienne o częstotliwości $f = pn$ i płyną prądy przemienne o tej częstotliwości. W komutatorze następuje przetworzenie tej częstotliwości do częstotliwości $f = 0$. Ponadto, dzięki komutatorowi okład prądu jest w przestrzeni nieruchomy. Rzeczywisty komutator w maszynie prądu stałego spełnia rolę, narzuconą temu urządzeniu przez model ogólny maszyny. Prąd płynący przez szczotki w obwodzie zewnętrznym maszyny prądu stałego może być traktowany jako prąd transformowany z wielofazowego układu osi wirujących twornika do układu osi nieruchomych d, q . Napięcie panujące na szczotkach może być traktowane jako napięcie zewzwojów twornika transformowane do układu osi d, q . Wielkości w osi 0 nie występują w maszynie prądu stałego, ponieważ w rzeczywistości w tworniku tej maszyny nie ma punktu zerowego, przez który płynie prąd.

Tak więc maszyna prądu stałego, w której napięcia są doprowadzone do uzwojeń stojana (magnesów) i do szczotek twornika (wirnika) oraz płyną prądy w obwodach stojana i w zewnętrznym obwodzie twornika (wirnika) bezpośrednio odpowiada modelowi ogólnemu maszyny elektrycznej. Analiza prądów płynących w poszczególnych zewzwojach twornika i napięć indukowanych w tych zwojach na podstawie ogólnych równań równowagi wymagałaby stosowania transformacji odwrotnej, tzn. transformacji wielkości z układu osi prostopadłych nieruchomych d, q do układu wielofazowego osi wirujących. Transformacja taka byłaby jednak albo mało dokładna, albo bardzo uciążliwa. Wynika to z tego, że w opisaney w p. 2.7

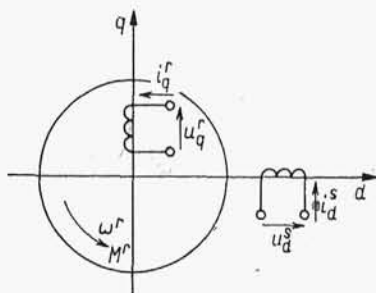
metodzie transformacji wielkości z układu osi u, v, w do układu osi $d, q, 0$ zakłada się sinusoidalny przestrzenny albo czasowy przebieg zmienności poszczególnych wielkości. W maszynie prądu stałego przestrzenny rozkład indukcji od magnesów znacznie różni się od sinusoidalnego i odpowiednio do tego znacznie różnią się od przebiegu sinusoidalnego przebiegi zmienności przestrzennej albo czasowej innych wielkości. Można więc albo transformować pierwsze harmoniczne, albo stosować żmudną metodę rozkładu poszczególnych wielkości na szereg harmonicznych i transformacji wszystkich tych harmonicznych. Dlatego też przy analizie zjawisk zachodzących w maszynie prądu stałego wielkości występujące w uzwojeniach twornika nie będą rachunkowo transformowane do układu osi d, q , lecz wielkości występujące w zewnętrznym obwodzie twornika będą traktowane jako wielkości rzeczywiście transformowane przez komutator z układu osi wirujących wielofazowych twornika do układu osi nieruchomych d, q .

Model ogólny maszyny elektrycznej z rys. 4.1 odpowiada wprost maszynie komutatorowej prądu stałego. Nabiegunniki prawie zawsze, bieguny magnetyczne często, a cały rdzeń magnetyczny stojana maszyny prądu stałego czasem są zbudowane z izolowanych względem siebie blach elektromagnetycznych, więc w modelu maszyny prądu stałego nie występują albo mają mały wpływ obwody zwarte: Q w osi poprzecznej q i D w osi podłużnej d . Ponadto, gdyby nawet te obwody istniały, to nie spełniałyby one tak istotnej roli jak np. w maszynie synchronicznej, ponieważ maszyna prądu stałego przy udarowych zmianach obciążenia wykazuje znacznie mniejszą skłonność do kołysań niż maszyna synchroniczna. Dlatego w modelu maszyny prądu stałego z rys. 4.1 można pominąć obwody zwarte i analizować model uproszczony, jak na rys. 4.2. Taki model maszyny komutatorowej prądu stałego, mający na jedną parę biegunów jedno szczotki na wirniku w osi d i jedno w osi q odpowiada maszynie komutatorowej prądu stałego ogólnej, jaką jest maszyna z wykorzystaniem pola poprzecznego, np. amplidyna. Inne maszyny prądu stałego (silniki i prądnice) mają odpowiednio uproszczone modele. W miarę potrzeby może być ten model odpowiednio rozbudowany, np. przez dodanie drugiego uzwojenia stojana w osi d . Trudno jest natomiast w tej konwencji dodać obwód odpowiadający uzwojeniu komutacyjnemu, ponieważ przepływ tego uzwojenia, w przeciwieństwie do przepływów innych uzwojeń, działa tylko na małym odcinku wirnika w osi szczotek.

6.2. DWUUZWOJENIOWA MASZYNA KOMUTATOROWA PRĄDU STAŁEGO

6.2.1. Równania równowagi

Najprostszą maszyną komutatorową prądu stałego jest maszyna dwuuzwojeniowa tzn. maszyna mająca w stojanie uzwojenie w osi d (uzwojenie wzbudzące), a w wirniku uzwojenie w osi q (uzwojenie twornika). Model tej maszyny pokazano na rys. 6.1.



Rys. 6.1. Model dwuuzwojeniowej maszyny prądu stałego

Układ równań równowagi zgodnie z wzorami (4.48) ma postać

$$\begin{bmatrix} u_d^s \\ u_q^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_d^s + L_d^s s & 0 \\ -G_{qd}^{rs} \omega^r & R_q^r + L_q^r s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d^s \\ i_q^r \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

$$M^r = (Js + D_r) \omega^r + M_e$$

Zgodnie ze wzorem (4.43) moment elektromagnetyczny

$$M_e = G_{qd}^{rs} i_d^s i_q^r \quad (6.2)$$

a ponieważ $G_{qd}^{rs} = pM_d^{rs}$, zatem

$$M_e = pM_d^{rs} i_d^s i_q^r \quad (6.3)$$

Ponadto $M_d^{rs} i_d^s = c_M \Phi$, więc

$$M_e = c_M \Phi i_q^r \quad (6.4)$$

przy czym Φ – strumień wzniesiony przez prąd w magnesach, przechodzący do twornika; i_q^r – prąd twornika.

Ostatecznie otrzymuje się trzy równania równowagi trzech bram (dwóch elektrycznych i jednej mechanicznej) dwuuzwojeniowej maszyny prądu stałego

$$\left. \begin{aligned} u_d^s &= (R_d^s + L_d^s s) i_d^s \\ u_q^r &= -G_{qd}^{rs} i_d^s \omega^r + (R_q^r + L_q^r s) i_q^r \\ M^r &= (Js + D_r) \omega^r + G_{qd}^{rs} i_d^s i_q^r \end{aligned} \right\} \quad (6.5)$$

Te trzy równania zawierają sześć zmiennych: $u_d^s, i_d^s, u_q^r, i_q^r, M^r, \omega^r$. Dalsze trzy równania zestawia się jako równania więzów, ułożone w postaci zależnej od warunków zewnętrznych pracy.

Wielkość x zmienną w czasie wyraża się jako sumę wartości ustalonej x_0 i przyrostu Δx (czyli $x = x_0 + \Delta x$). Z układu równań (6.5) otrzymuje się układ równań równowagi opisujących stan ustalony

$$\left. \begin{aligned} u_{d0}^s &= R_d^s i_{d0}^s \\ u_{q0}^r &= -G_{qd}^{rs} \omega_0^r i_{d0}^s + R_q^r i_{q0}^r \\ M_0^r &= D_r \omega_0^r + G_{qd}^{rs} i_{d0}^s i_{q0}^r \end{aligned} \right\} \quad (6.6)$$

oraz układ przybliżonych równań przyrostowych przy pracy z małymi odchyleniami od stanu ustalonego

$$\left. \begin{aligned} \Delta u_d^s &= (R_d^s + L_d^s s) \Delta i_d^s \\ \Delta u_q^r &= -G_{qd}^{rs} \omega_0^r \Delta i_d^s - G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta \omega^r + (R_q^r + L_q^r s) \Delta i_q^r \\ \Delta M^r &= (J s + D_r) \Delta \omega^r + G_{qd}^{rs} i_{q0}^r \Delta i_d^s + G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta i_q^r \end{aligned} \right\} \quad (6.7)$$

W powyższym zapisie operator s zastępuje formalnie symbol $\frac{d}{dt}$. Zupełnie analogiczną postać ma zapis operatorowy układu równań (6.7) z tym, że najczęściej zamiast x pisze się $X(s)$.

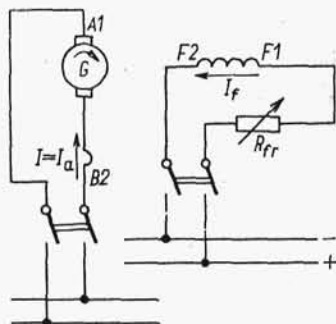
Do rozwiązywania układu równań (6.7) należy ustalić odpowiednie równania więzów w zależności od rodzaju pracy maszyn i charakteru sił zewnętrznych. Można układ równań (6.7) jeszcze uprościć przez przyjęcie $D_r = 0$, ponieważ często moment od tarcia jest pomijalnie mały w porównaniu z momentem zewnętrznym i elektromagnetycznym.

6.2.2. Prądnica obcowzbudna

6.2.2.1. Uwagi ogólne

W stanie pracy prądnicowej maszyna elektryczna jest napędzana obcym silnikiem, do obwodu podłużnego stojana (wzbudzenia) jest doprowadzone napięcie, a od poprzecznego obwodu wirnika (twornika) przez szczotki jest oddawana moc do obwodu zewnętrznego (do odbiornika albo do sieci). Moc elektryczna jest odprowadzana od maszyny (od twornika), więc jest ujemna. Moc mechaniczna jest doprowadzana do maszyny (do wału), moc mechaniczna jest dodatnia. Kierunek działania momentu zewnętrznego M^r jest zgodny z kierunkiem prędkości kątowej ω^r , przy dodatnim znaku ω^r , znak M^r jest dodatni. Znak momentu elektromagnetycznego M_e jest dodatni.

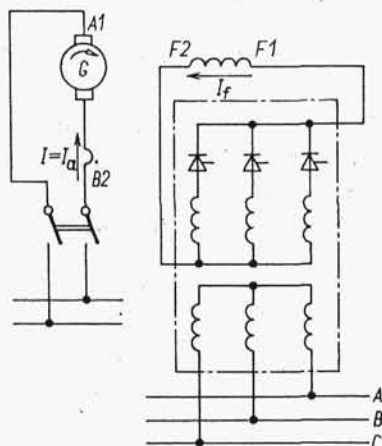
Na rysunku 6.2 pokazano schemat połączeń prądnicy obcowzbudnej z opornikiem regulacyjnym w obwodzie wzbudzenia. W praktyce prąd twornika,



Rys. 6.2. Schemat połączeń prądnicy obcowzbudnej z opornikiem regulacyjnym w obwodzie wzbudzenia

odpowiadający prądowi i_a^r modelu maszyny, najczęściej jest oznaczany I_a (wartość ustalona) albo i_a (wartość nieustalona), a prąd wzbudzenia, odpowiadający prądowi i_d^s modelu maszyny, jest oznaczany I_f (wartość ustalona) albo i_f (wartość nieustalona).

W obwodzie wzbudzenia jest umieszczony opornik regulacyjny R_{fr} . W dużych maszynach straty w oporniku regulacyjnym $R_{fr} I_f^2$ są duże. Wtedy warto re-



Rys. 6.3. Schemat połączeń prądnicy obcowzbudnej z regulacją napięcia wzbudzenia za pomocą prostownika sterowanego

gulować prąd wzbudzenia I_f przez regulację napięcia wzbudzenia U_f (napięcia U_d^s w modelu maszyny) za pomocą prostownika (najczęściej tyrystorowego) z regulowaną wartością napięcia wyprostowanego jak na rys. 6.3.

6.2.2.2. Stan ustalony

Równania więzów w stanie ustalonym mają postać

$$\left. \begin{aligned} \omega^r(t) &= \omega_o^r \\ u_d^s(t) &= u_{d_o}^s \\ u_{q_o}^r(t) &= -R i_{q_o}^r \end{aligned} \right\} \quad (6.8)$$

przy czym R – rezystancja obwodu zewnętrznego.

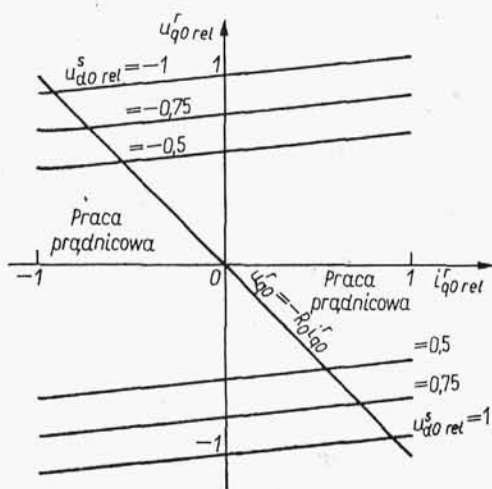
Dla spełnienia pierwszego równania więzów silnik napędzający musi mieć możliwość utrzymania stałej prędkości kątowej. Z dwóch pierwszych równań układu (6.6) przy wykorzystaniu dwóch pierwszych równań więzów układu (6.8) otrzymuje się

$$u_{q_o}^r = -\frac{G_{qd}^{rs} \omega_o^r}{R_d^s} u_{d_o}^s + R_q^r i_{q_o}^r \quad (6.9)$$

Traktując zależność (6.9) jako zależność

$$u_{q_o}^r = f(i_{q_o}^r) \quad (6.10)$$

przy innych wielkościach stałych otrzymuje się *charakterystyki zewnętrzne prądnicy obcowzbudnej* prądu stałego. Na rysunku 6.4 pokazano takie charakterystyki dla różnych stałych wartości napięcia wzbudzenia. Charakterystyki te są podane w war-



Rys. 6.4. Charakterystyki zewnętrzne prądnicy obcowzbudnej prądu stałego

tościach względnych, przy czym za jednostkę napięcia twornika przyjęto napięcie znamionowe twornika, za jednostkę napięcia stojana (wzbudzenia) przyjęto taką wartość napięcia stojana, przy którym w stanie jałowym ($i_{q0}^r = 0$) napięcie twornika ma wartość znamionową, a za jednostkę prądu twornika prąd znamionowy twornika.

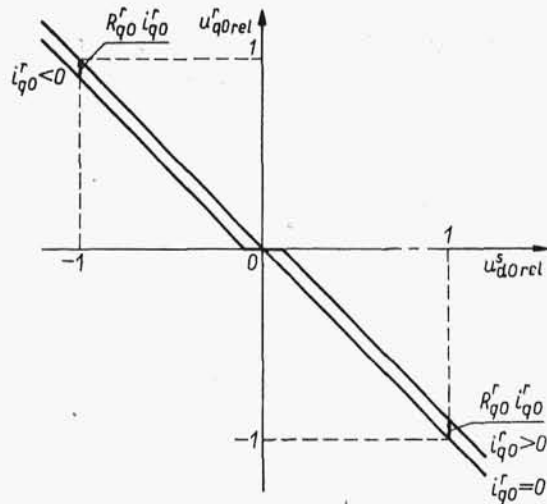
Umieszczenie charakterystyk zewnętrznych w czwartej ćwiartce wykresu wynika z przyjętej konwencji znaku $\text{sign } P_e = -1$, czyli $P_e < 0$ dla pracy prądnicowej, co odpowiada przyjęciu różnych znaków u_q^r oraz i_q^r . Przy zmianie znaku u_d^s , czyli przy zmianie kierunku prądu wzbudzenia charakterystyki zewnętrzne przy pracy prądnicowej znajdują się w drugiej ćwiartce wykresu.

Korzystając z trzeciego równania więzów układu (6.8), przy danej wartości rezystancji odbiornika R_0 i danym prądzie i_{q0}^r (napięciu u_{q0}^r) z zależności $u_{q0}^r = -R_0 i_{q0}^r$ można wyznaczyć napięcie u_{q0}^r (prąd i_{q0}^r), jak na prostej $u_{q0}^r = -R_0 i_{q0}^r$ na rys. 6.4.

Traktując zależność (6.9) jako

$$u_{q0}^r = f(u_{d0}^s) \quad (6.11)$$

przy innych wielkościach stałych (tzn. przy $\omega_0^r = \text{const}$ oraz $i_{q0}^r = \text{const}$) otrzymuje się *charakterystyki obciążenia prądnicy obcowzbudnej*; jak na rys. 6.5. Przy $i_{q0}^r = 0$ charakterystyka obciążenia staje się charakterystyką biegu jałowego. Pracy prądnicowej odpowiada czwarta ćwiartka wykresu ($u_{d0}^s > 0, u_{q0}^r < 0, i_{q0}^r > 0$) albo odpowiednio druga ćwiartka wykresu ($u_{d0}^s < 0, u_{q0}^r > 0, i_{q0}^r < 0$).



Rys. 6.5. Charakterystyka obciążenia prądnicy obcowzbudnej prądu stałego

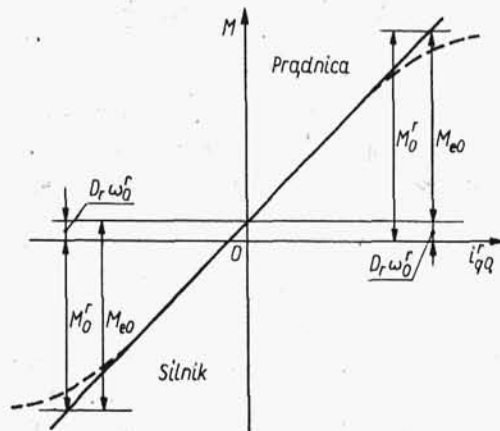
Przy danych prądach i_{d0}^s oraz i_{q0}^r można wyznaczyć moment z trzeciego równania układu (6.6), które można zapisać w postaci

$$\begin{cases} M_0^r = D_r \omega_0^r + M_{e0} \\ M_{e0} = G_{qd}^{rs} i_{d0}^s i_{q0}^r \end{cases} \quad (6.12)$$

przy czym

$$i_{d0}^s = \frac{u_{d0}^s}{R_d^s}$$

czemu odpowiada wykres $M_0^r = f(i_{q0}^r)$ przy $u_{d0}^s = \text{const}$ na rys. 6.6.



Rys. 6.6. Zależność momentu od prądu twornika w maszynie obcowzbudnej prądu stałego

Pracy prądnicowej odpowiada $M'_0 > 0$, czyli pierwsza ćwiartka wykresu. Przy niezmiennym kierunku wirowania znak momentu tarcia $M_{D0} = D\omega'_0$ nie ulega zmianie. Zmiana kierunku prądu i'_{q0} odpowiada przejściu w zakres pracy silnikowej.

Zależność (6.9) określająca charakterystykę zewnętrzną i charakterystykę obciążenia prądnicy obcowzbudnej oraz zależności (6.12) określające momenty maszyny obcowzbudnej otrzymano z ogólnych równań równowagi.

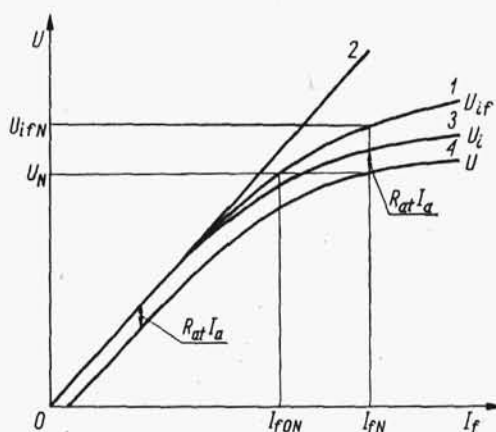
Rysunki 6.4, 6.5 i 6.6 pokazują przebieg tych charakterystyk przy założeniu stałych wartości indukcyjności, co jest założeniem upraszczającym. W rzeczywistości indukcyjności maleją ze wzrostem nasycenia obwodu magnetycznego (ze wzrostem indukcji), co odpowiednio zmienia przebieg charakterystyk.

Przybliżony przebieg charakterystyk z uwzględnieniem wpływu nasycenia obwodu magnetycznego, czyli z uwzględnieniem zmian indukcyjności można ustalić albo na podstawie interpretacji wzorów otrzymanych z równań ogólnych równowagi albo na podstawie rozważań fizycznych prowadzonych w rozdz. 3.

Charakterystykę biegu jałowego, czyli zależność napięcia na zaciskach twornika od prądu wzbudzenia przy stałej prędkości obrotowej twornika i przy prądzie twornika równym zeru, można wyznaczyć korzystając ze wzoru (3.49). Ze wzrostem prądu wzbudzenia strumień wzrasta według krzywej magnesowania, więc podobnie przebiega charakterystyka biegu jałowego prądnicy obcowzbudnej prądu stałego, czyli zależność $U_{if} = f(I_f)$ przy $I_a = 0$, $n = \text{const}$ (rys. 6.7 – krzywa 1), przy czym przy fizycznej interpretacji zjawisk i w codziennej praktyce przyjęto oznaczenia:

- I_a – prąd ustalony twornika, który w teorii maszyn ma oznaczenie i'_{q0} ;
- I_f – prąd wzbudzenia ustalony, który w teorii maszyn ma oznaczenie i'_{d0} ;
- U_{if} – napięcie indukowane ustalone w tworniku od prądu wzbudzenia, odpowiadające napięciu u'_{q0} przy $i'_{q0} = 0$.

Przy $U_{if} = U_N$ prąd wzbudzenia jest równy prądowi znamionowemu wzbudzenia przy biegu jałowym I_{f0N} .



Rys. 6.7. Charakterystyki obciążenia i charakterystyka biegu jałowego prądnicy obcowzbudnej prądu stałego

Gdyby obwód magnetyczny był nienasycony, zależność $U_{if} = f(I_f)$ przebiegałaby jak prosta 2 na rys. 6.7, czyli analogicznie do prostej $u_{q0}^r = f(u_{d0}^s)$ przy $i_{q0}^r = 0$ na rys. 6.5 (bez zwracania uwagi na znak przy u_{q0}^r , co fizycznie nie ma znaczenia).

Indukcja w maszynie obciążonej jest indukcją wypadkową od prądu wzbudzenia i od prądu twornika. Przy nasyconym obwodzie magnetycznym strumień wypadkowy Φ jest mniejszy od strumienia przy biegu jałowym (rys. 3.82) na skutek poprzecznej reakcji twornika. Odpowiada to zmniejszaniu się we wzorze (6.9) indukcyjności G_{ad}^{rs} ze wzrostem prądu $i_{d0}^s = u_{d0}^s/R_d^s$. Przebieg napięcia indukowanego przez strumień wypadkowy w funkcji prądu wzbudzenia, czyli przebieg zależności $U_i = f(I_f)$ pokazuje krzywa 3 na rys. 6.7.

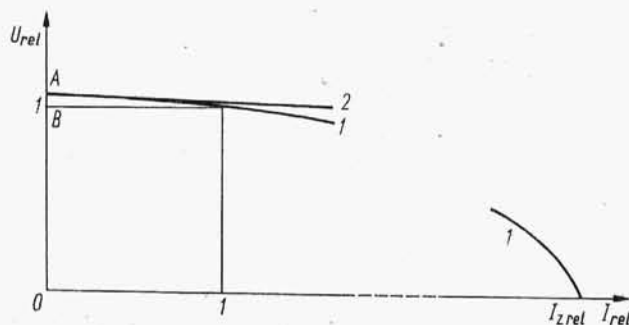
Napięcie na zaciskach maszyny U określone wzorem (3.50) albo (6.9) jest mniejsze od napięcia wypadkowego o spadki napięć $R_{at} I_a$ (albo odpowiednio $R_a i_{q0}^r$). Przebieg *charakterystyki obciążenia*, czyli przebieg zależności $U = f(I_f)$ przy $I_a = \text{const}$ oraz $n = \text{const}$, pokazano na rys. 6.7, przez krzywą 4 i odpowiednio na rys. 6.6 przez krzywą przy $i_{q0}^r > 0$. Charakterystyka biegu jałowego jest charakterystyką obciążenia przy $I_a = 0$. W prądnicy obcowzbudnej prąd twornika jest równy prądowi w obwodzie zewnętrznym (w linii), czyli

$$I = I_a$$

Przy znamionowym prądzie linii I_N (i twornika I_{aN}) i znamionowym napięciu na zaciskach prądnicy U_N jest prąd wzbudzenia znamionowy I_{fN} oraz napięcie indukowane od prądu wzbudzenia znamionowe U_{ifN} .

Charakterystyka zewnętrzna prądnicy obcowzbudnej, czyli zależność napięcia na zaciskach U od prądu obciążenia I (prądu w linii) przy stałej wartości rezystancji R_f w obwodzie wzbudzenia (a tym samym przy stałej wartości prądu wzbudzenia I_f) i przy stałej prędkości obrotowej n , pokazana jest przez krzywą 1 na rys. 6.8.

Przy nienasyconym obwodzie magnetycznym, czyli przy stałej wartości indukcyjności charakterystyka zewnętrzna przebiega jak prosta 2 na rys. 6.8, co odpowiada stałej wartości U_i we wzorze (3.50) i stałej wartości indukcyjności G_{ad}^{rs} we wzorze (6.9). Ze wzrostem prądu zwiększa się poprzeczna reakcja twornika, jedne połówki nabiegunków ulegają dużemu nasyceniu, czemu odpowiada zmniejszenie



Rys. 6.8. Charakterystyka zewnętrzna prądnicy obcowzbudnej prądu stałego

strumienia wypadkowego i napięcia indukowanego U_i we wzorze (3.50) albo współczynnika indukcyjności G_{ad}^{rs} we wzorze (6.9). W konsekwencji tego ze wzrostem prądu I napięcie na zaciskach U maleje szybciej (wg krzywej 1) niżby to wynikało z przebiegu prostoliniowego określonego prostą 2. Prąd zwarciaowy prądnicy obcowzbudnej I_z ma dużą wartość, co jest wadą tej prądnicy, gdyż duży prąd może uszkodzić szczotki i komutator.

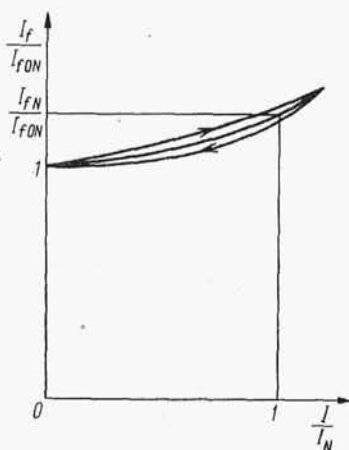
Wartość względna zmienności napięcia

$$\Delta U_{rel} = \frac{\Delta U}{U_N} = \frac{U_0 - U_N}{U_N} = \frac{\overline{OA} - \overline{OB}}{\overline{OB}}$$

przy czym $U_0 = U_{if}$ – napięcie przy biegu jałowym i prądzie wzbudzenia znamionowym. Wartość względna zmienności napięcia zawiera się w granicach od 0,05 (maszyny średnich mocy) do 0,1 (maszyny małej mocy). Tak mała zmienność napięcia jest zaletą prądnic obcowzbudnych.

Zależność prądu wzbudzenia od prądu obciążenia prądnicy przy stałej znamionowej wartości napięcia i przy stałej znamionowej wartości prędkości obrotowej, czyli zależność

$$I_f = f(I) \quad \text{przy} \quad U = U_N \quad \text{oraz} \quad n = n_N$$



Rys. 6.9. Charakterystyka regulacyjna prądnicy obcowzbudnej prądu stałego

nazywa się *charakterystyką regulacyjną*. Charakterystykę regulacyjną prądnicy obcowzbudnej pokazano na rys. 6.9. Wzrost prądu wzbudzenia I_f ze wzrostem prądu obciążenia jest spowodowany reakcją twornika i spadkiem napięcia na rezystancjach w obwodzie twornika, pętla spowodowana jest pętlą histerezy. Często korzysta się z wypośredkowanego przebiegu krzywych $I_f = f(I)$.

6.2.2.3. Stan dynamiczny

W stanach dynamicznych maszyny dwuuzwojeniowej przyrosty wielkości są określone układem równań (6.7). Równania więzów mają postać zależną od warunków zewnętrznych. Pracę prądnicową można analizować przy stałej prędkości, czyli $\omega^* =$

$= \omega_0^r$, $\Delta\omega^r = 0$. Jako wymuszenie można przykładowo przyjąć przyrost napięcia wzbudzenia, a jako odpowiedź przyrost prądu twornika. Dodatkowo dla uproszczenia można założyć, że w obwodzie zewnętrznym prądnicy jest tylko rezystancja R . Wtedy z dwóch pierwszych równań układu (6.7) otrzymuje się w zapisie operatorowym

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_d^s(s) &= (R_d^s + L_d^s s) \Delta I_d^s(s) \\ \Delta U_q^r(s) &= -G_{qd}^{rs} \omega_0^r \Delta I_d^s(s) + (R_q^r + L_q^r s) \Delta I_q^r(s) \end{aligned} \right\} \quad (6.13)$$

Do stosowanego już równania więzów $\Delta\omega^r = 0$ dochodzą dwa, z których jednym jest $u_q^r = -R I_q^r$, a drugim narzucona funkcja czasowa $u_d^s(t)$. Pierwsze równanie więzów w zapisie operatorowym ma postać

$$\Delta U_q^r(s) = -R \Delta I_q^r(s) \quad (6.14)$$

Z równań (6.13) i (6.14) wyznacza się transmitancję operatorową maszyny pracującej w określonych powyżej warunkach

$$G(s) = \frac{\Delta I_q^r(s)}{\Delta U_d^s(s)} = K \frac{1}{(1 + T_d^s s)(1 + T_q^r s)} \quad (6.15)$$

przy czym

$$K = \frac{G_{qd}^{rs} \omega_0^r}{R_d^s (R_q^r + R)} \quad (6.16)$$

T_d^s – stała czasowa podłużnego obwodu stojana (wzbudzenia)

$$T_d^s = \frac{L_d^s}{R_d^s} \quad (6.17)$$

T_q^r – stała czasowa poprzecznego obwodu wirnika (twornika)

$$T_q^r = \frac{L_q^r}{R_q^r + R} \quad (6.18)$$

Transmitancja operatorowa (6.15) jest transmitancją operatorową członu inercyjnego drugiego rzędu.

Często przyjmuje się, że względna wartość wymuszenia (zwiększenia napięcia wzbudzenia) ma charakter funkcji jednostkowej

$$\Delta u_{drel}^s = \frac{\Delta u_d^s}{\Delta u_d^s(0^+)} = 1(t) \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 0 \\ 1 & \text{dla } t > 0 \end{cases} \quad (6.19)$$

przy czym $\Delta u_d^s(0^+)$ – wartość początkowa wymuszenia.

Po opuszczeniu indeksu rel oznaczającego wartość względną transformata wymuszenia jednostkowego ma postać

$$\Delta U_d^s(s) = \frac{1}{s} \quad (6.20)$$

Transformata charakterystyki skokowej (odpowiedzi na wymuszenie) członu inercyjnego drugiego rzędu ma postać

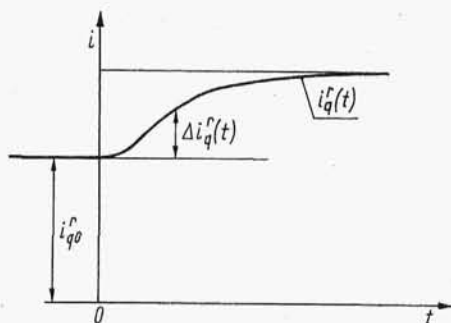
$$H(s) = \frac{1}{s} \frac{K}{(1+T_1 s)(1+T_2 s)} \quad (6.21)$$

a charakterystyka skokowa postać

$$h(t) = K \left[1 - \frac{1}{T_1 - T_2} \left(T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}} \right) \right] \quad (6.22)$$

Na tej podstawie przyrost prądu twornika przy skokowym wzroście napięcia wzbudzenia

$$\Delta i_q^r(t) = \Delta u_d^s(0^+) K \left[1 - \frac{1}{T_d^s - T_q^r} \left(T_d^s e^{-\frac{t}{T_d^s}} - T_q^r e^{-\frac{t}{T_q^r}} \right) \right] \quad (6.23)$$



Rys. 6.10. Przebieg prądu twornika w funkcji czasu w prądnicy obcowzbudnej prądu stałego przy skokowej zmianie napięcia wzbudzenia

Przebieg prądu twornika przy takim wzroście napięcia pokazano na rys. 6.10. Przy stałej wartości rezystancji obwodu zewnętrznego $R = \text{const}$ przyrost napięcia twornika jest określony zależnością

$$\Delta u_q^r(t) = -R \Delta u_d^s(0^+) K \left[1 - \frac{1}{T_d^s - T_q^r} \left(T_d^s e^{-\frac{t}{T_d^s}} - T_q^r e^{-\frac{t}{T_q^r}} \right) \right] \quad (6.24)$$

Najczęściej jest $T_q^r \ll T_d^s$. Wtedy

$$G(s) \approx K \frac{1}{1 + T_d^s s} \quad (6.25)$$

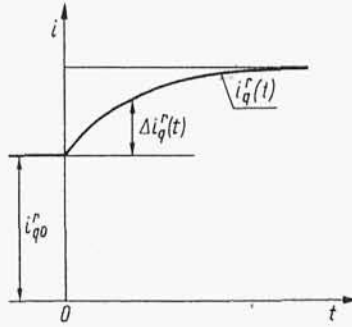
co oznacza transmitancję operatorową członu inercyjnego pierwszego rzędu. Transformata charakterystyki skokowej

$$H(s) = \frac{1}{s} \frac{K}{(1 + T_d^s s)} \quad (6.26)$$

wobec tego przyrost prądu twornika

$$\Delta i_q^r(t) = \Delta u_d^s(0^+) K \left(1 - e^{-\frac{t}{T_d^r}}\right) \quad (6.27)$$

Przebieg prądu twornika z przyrostem według wzoru (6.27) pokazano na rys. 6.11.



Rys. 6.11. Uproszczony przebieg prądu twornika w funkcji czasu w prądniccy obcowzbudnej prądu stałego przy skokowej zmianie napięcia wzbudzenia

Wymuszeniem może być także nagła zmiana rezystancji odbiorników, a odpowiedzią zmiana prądu twornika. Wtedy

$$R = R_0 + \Delta R(t) \quad (6.28)$$

przy czym dla uproszczenia można przyjąć, że względny przyrost rezystancji jest określony funkcją jednostkową

$$\Delta R_{rel} = \frac{\Delta R}{\Delta R(0^+)} = \mathbf{1}(t) \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 0 \\ 1 & \text{dla } t > 0 \end{cases} \quad (6.29)$$

Przyjmując, że indukcyjność odbiornika jest równa zero, otrzymuje się równanie więzów

$$u_q^r(t) = -R i_q^r(t) \quad (6.30)$$

Z równania więzów (6.30) i z drugiego równania układu (6.5) otrzymuje się przybliżone równanie przyrostów

$$-i_{q0}^r \Delta R(s) = (R_q^r + R_0) (1 + T_q^r s) \Delta i_q^r(s) \quad (6.31)$$

w którym T_q^r – stała czasowa poprzecznego obwodu twornika wirnika z włączoną rezystancją zewnętrzną

$$T_q^r = \frac{L_q^r}{R_q^r + R_0} \quad (6.32)$$

Na podstawie równania (6.31) wyznacza się kolejno:

– transmitancję operatorową (odpowiadającą członowi inercyjnemu pierwszego rzędu)

$$G(s) = \frac{\Delta i_q^r(s)}{\Delta R(s)} = - \frac{i_{q0}^r}{R_q^r + R_0} \cdot \frac{1}{1 + T_q^r s} \quad (6.33)$$

- transformatę wartości względnej wymuszenia

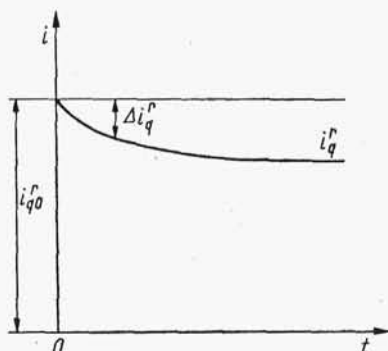
$$\Delta R_{rel}(s) = \frac{1}{s} \quad (6.34)$$

- transformatę przyrostu prądu twornika

$$\Delta I_q^r(s) = -\Delta R(0^+) \frac{i_{q0}^r}{R_q^r + R_0} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + T_q^r s} \quad (6.35)$$

- przyrost prądu twornika (rys. 6.12)

$$\Delta i_q^r(t) = -\Delta R(0^+) \frac{i_{q0}^r}{R_q^r + R_0} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_q^r}}\right) \quad (6.36)$$



Rys. 6.12. Przebieg prądu twornika w funkcji czasu w prądnicy obcowzbudnej prądu stałego przy skokowej zmianie rezystancji odbiornika

Stała czasowa T_q^r ma zwykle bardzo małą wartość i w przybliżeniu można przyjąć, że przy skokowej zmianie rezystancji odbiornika następuje skokowa zmiana prądu twornika, czyli w tych warunkach prądnica obcowzbudna prądu stałego zachowuje się jak człon bezinercyjny (proporcjonalny wzmacniający).

6.2.3. Silnik obcowzbudny

6.2.3.1. Wiadomości ogólne

W silniku obcowzbudnym można zmieniać napięcie doprowadzone do twornika, napięcie doprowadzone do uzwojenia wzbudzającego i moment zewnętrzny. Przy zmianach momentu i stałych wartościach napięcia twornika i napięcia wzbudzenia, w stanie ustalonym otrzymuje się przebieg charakterystyki mechanicznej, czyli przebieg zależności $\omega_0^r = f(M_0^r)$ przy $U = \text{const}$ oraz $U_f = \text{const}$. Przy zmianach napięcia twornika U , a przy stałych wartościach napięcia wzbudzenia U_f i momentu M_0^r w stanie ustalonym albo przy zmianach napięcia wzbudzenia U_f , a przy stałych wartościach napięcia twornika U i momentu M_0^r otrzymuje się regulację prędkości silnika obcowzbudnego.

Na rysunku 6.13 przedstawiono schemat połączeń silnika obcowzbudnego oporników regulacyjnych. Taka regulacja w dużych maszynach powoduje powstanie z regulacją napięcia wzbudzenia (prądu wzbudzenia) i napięcia twornika za pomocą