

- transformatę wartości względnej wymuszenia

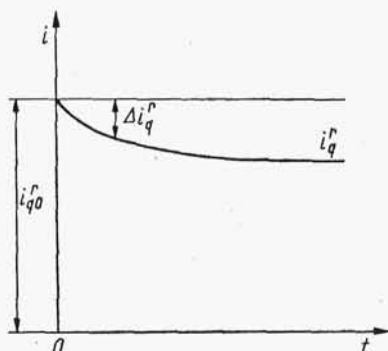
$$\Delta R_{rel}(s) = \frac{1}{s} \quad (6.34)$$

- transformatę przyrostu prądu twornika

$$\Delta I_q^r(s) = -\Delta R(0^+) \frac{i_{q0}^r}{R_q^r + R_0} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + T_q^r s} \quad (6.35)$$

- przyrost prądu twornika (rys. 6.12)

$$\Delta i_q^r(t) = -\Delta R(0^+) \frac{i_{q0}^r}{R_q^r + R_0} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_q^r}}\right) \quad (6.36)$$



Rys. 6.12. Przebieg prądu twornika w funkcji czasu w prądnicy obcowzbudnej prądu stałego przy skokowej zmianie rezystancji odbiornika

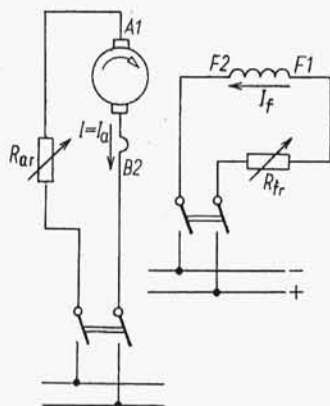
Stała czasowa T_q^r ma zwykle bardzo małą wartość i w przybliżeniu można przyjąć, że przy skokowej zmianie rezystancji odbiornika następuje skokowa zmiana prądu twornika, czyli w tych warunkach prądnica obcowzbudna prądu stałego zachowuje się jak człon bezinercyjny (proporcjonalny wzmacniający).

6.2.3. Silnik obcowzbudny

6.2.3.1. Wiadomości ogólne

W silniku obcowzbudnym można zmieniać napięcie doprowadzone do twornika, napięcie doprowadzone do uzwojenia wzbudzającego i moment zewnętrzny. Przy zmianach momentu i stałych wartościach napięcia twornika i napięcia wzbudzenia, w stanie ustalonym otrzymuje się przebieg charakterystyki mechanicznej, czyli przebieg zależności $\omega_0^r = f(M_0^r)$ przy $U = \text{const}$ oraz $U_f = \text{const}$. Przy zmianach napięcia twornika U , a przy stałych wartościach napięcia wzbudzenia U_f i momentu M_0^r w stanie ustalonym albo przy zmianach napięcia wzbudzenia U_f , a przy stałych wartościach napięcia twornika U i momentu M_0^r otrzymuje się regulację prędkości silnika obcowzbudnego.

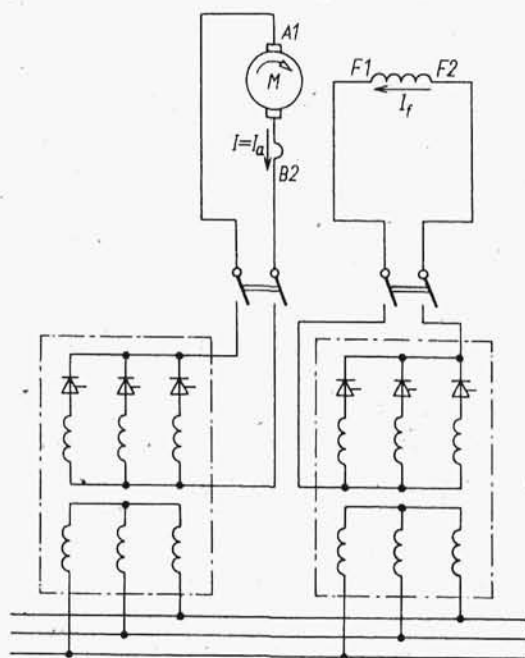
Na rysunku 6.13 przedstawiono schemat połączeń silnika obcowzbudnego oporników regulacyjnych. Taka regulacja w dużych maszynach powoduje powstanie z regulacją napięcia wzbudzenia (prądu wzbudzenia) i napięcia twornika za pomocą



Rys. 6.13. Schemat połączeń silnika obcowzbudnego z opornikami regulacyjnymi w obwodach wzbudzenia i twornika

dużych strat. Dlatego w dużych maszynach regulację napięcia wzbudzenia i napięcia twornika realizuje się przez zastosowanie prostowników z regulowanym napięciem stałym (rys. 6.14).

Często przyjmuje się w uproszczeniu, że regulacja prędkości obrotowej silnika obcowzbudnego za pomocą zmiany napięcia (i prądu) wzbudzenia przez zmianę rezystancji R_f w obwodzie wzbudzającym odbywa się „bez strat” z powodu małej mocy przepływającej przez ten obwód. Dlatego można stosować układ z opornikiem regulacyjnym w obwodzie wzbudzenia (jak na rys. 6.13) i z prostownikiem regulowanym w obwodzie twornika (jak na rys. 6.14).



Rys. 6.14. Schemat połączeń silnika obcowzbudnego z regulowanymi prostownikami zasilającymi twornik i obwód wzbudzenia

Przy pracy silnikowej moc elektryczna $P_e > 0$, moc mechaniczna $P_m < 0$, znak momentu elektromagnetycznego M_e i momentu zewnętrznego M^r jest przeciwny do znaku prędkości kątowej ω^r .

Równaniami równowagi w przypadku ogólnym są równania układu (6.5), w stanie ustalonym – równania układu (6.6), a równaniami przyrostów – równania układu (6.7). Równania więzów mogą mieć postać:

– przy sterowaniu napięciem stojana (wzbudzenia)

$$\left. \begin{aligned} u_d^s &= u_d^s(t) = u_{d0}^s + \Delta u_d^s(t) \\ u_q^r &= u_{q0}^r \\ R_q^r &= R_{q0}^r \\ M^r &= M_0^r \end{aligned} \right\} \quad (6.37)$$

– przy sterowaniu napięciem wirnika (twornika)

$$\left. \begin{aligned} u_d^s &= u_{d0}^s \\ u_q^r &= u_q^r(t) = u_{q0}^r + \Delta u_q^r(t) \\ R_q^r &= R_{q0}^r \\ M^r &= M_0^r \end{aligned} \right\} \quad (6.38)$$

– przy zmianie momentu

$$\left. \begin{aligned} u_d^s &= u_{d0}^s \\ u_q^r &= u_{q0}^r \\ R_q^r &= R_{q0}^r \\ M^r &= M^r(t) = M_0^r + \Delta M^r(t) \end{aligned} \right\} \quad (6.39)$$

– przy sterowaniu rezystancją wirnika (twornika)

$$\left. \begin{aligned} u_d^s &= u_{d0}^s \\ u_q^r &= u_{q0}^r \\ R_q^r &= R_q^r(t) = R_{q0}^r + \Delta R_q^r(t) \\ M^r &= M_0^r \end{aligned} \right\} \quad (6.40)$$

W najprostszym przypadku wielkość sterująca zmienia się skokowo, czyli wartości względne przyrostów każdej wielkości sterującej są określone funkcją jednostkową

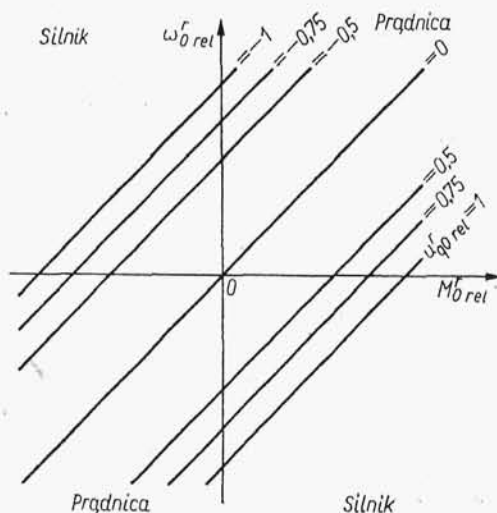
$$\Delta x_{rel}(t) = \frac{\Delta x(t)}{\Delta x(0^+)} = \mathbf{1}(t) \quad (6.41)$$

6.2.3.2. Stan ustalony

W stanie ustalonym z równań układu (6.6) otrzymuje się

$$\omega_0^r = \frac{M_0^r - \frac{G_{qd}^{rs}}{R_d^s R_q^r} u_{d0}^s u_{q0}^r}{D_r + \frac{1}{R_q^r} \left(\frac{G_{qd}^{rs} u_{d0}^s}{R_d^s} \right)^2} \quad (6.42)$$

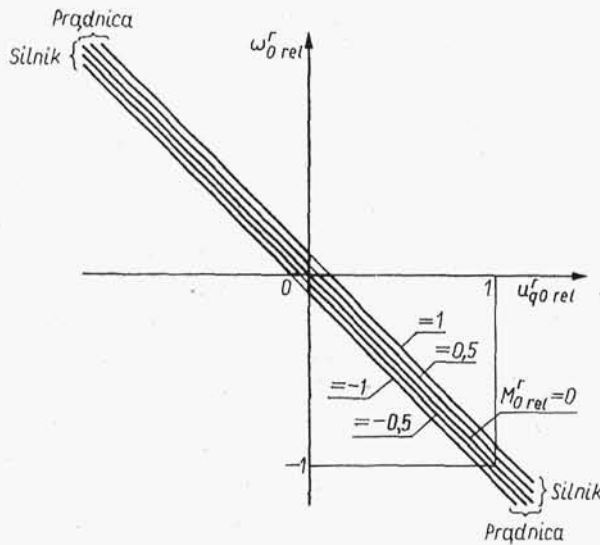
Wzór (6.42) wiąże ze sobą cztery wielkości: M_0^r , ω_0^r , u_{d0}^s , u_{q0}^r . Dla stanu ustalonego można ułożyć równania więzów, jak np. $u_{d0}^s = \text{const}$ oraz $u_{q0}^r = \text{var}$, tzn. u_{q0}^r można traktować jako parametr zmieniany quasi-statycznie. Wtedy otrzymuje się *charakterystyki mechaniczne* silnika obcowzbudnego $\omega_0^r = f(M_0^r)$ przy $u_d^s = u_{d0}^s = \text{const}$ dla różnych, każdorazowo stałych wartości u_{q0}^r . Te charakterystyki przy uproszczeniu wynikającym z przyjęcia $D_r = 0$ pokazano na rys. 6.15. Przy pracy silnikowej



Rys. 6.15. Charakterystyki mechaniczne silnika obcowzbudnego prądu stałego

znaki M^r oraz ω^r są różne, czyli pracy silnikowej odpowiadają charakterystyki w drugiej lub czwartej ćwiartce wykresu, a pracy prądnicowej – w pierwszej i trzeciej ćwiartce. Przy umownie przyjętych znakach $\text{sign } M_0^r = +1$, $\text{sign } \omega_0^r = -1$ pracy silnikowej odpowiadają charakterystyki w czwartej ćwiartce. Wtedy dla umownie przyjętego $\text{sign } u_{d0}^s = +1$ jest także $\text{sign } u_{q0}^r = +1$. Przy zmniejszaniu wartości u_{q0}^r i przy stałej wartości M_0^r bezwzględna wartość ω_0^r maleje. Przy zmianie znaku u_{q0}^r zmienia się kierunek ω_0^r oraz M_0^r i charakterystyka pracy silnikowej przebiega w ćwiartce drugiej. Zależność $\omega_0^r = f(M_0^r)$ jest prostą opadającą. Przebieg prostoliniowy wynika z przyjęcia $G_{qd}^{rs} = \text{const}$.

Traktując zależność (6.42) jako $\omega_0^r = f(u_{q0}^r)$ przy $u_{d0}^s = \text{const}$ oraz M_0^r zmienianym parametrycznie, otrzyma się wykres jak na rys. 6.16.



Rys. 6.16. Zależność prędkości od napięcia twornika silnika obcowzbudnego prądu stałego

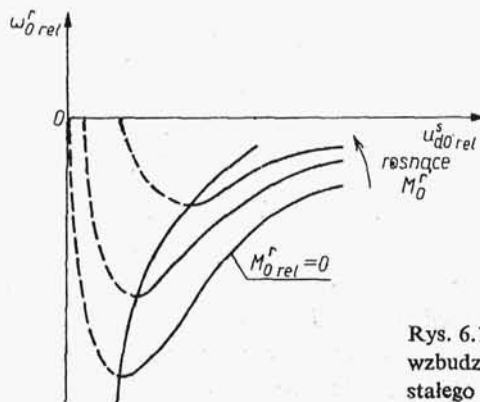
Traktując zależność (6.42) jako $\omega_0^r = f(u_{d0}^s)$ przy $u_{q0}^r = \text{const}$ oraz M_0^r zmienianym parametrycznie otrzyma się wykres jak na rys. 6.17. Z przyrównania pochodnej do zera

$$\frac{d\omega_0^r}{du_{d0}^s} = 0$$

otrzymuje się wartość $u_{d0\text{ kr}}^s$, przy której ω_0^r ma wartości maksymalne

$$u_{d0\text{ kr}}^s = \frac{M_0^r R_d R_q}{G_{qd}^{rs} u_{q0}^r} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{1}{R_q} \left(\frac{u_{q0}^r}{M_0^r} \right)^2} \right] \quad (6.43)$$

Kreskowane części krzywych $\omega_0^r = f(u_{d0}^s)$ oznaczają niestabilny zakres pracy silnika.



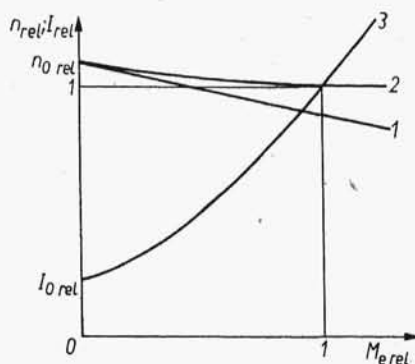
Rys. 6.17. Zależność prędkości od napięcia wzbudzenia silnika obcowzbudnego prądu stałego

Z rozważań nad fizycznymi zasadami działania maszyn elektrycznych wynika [wzór (3.52)], że moment elektromagnetyczny maszyny prądu stałego $M_e = c_M \Phi I_a$, co przy stałej wartości strumienia magnetycznego oznacza proporcjonalność momentu elektromagnetycznego do prądu twornika I_a . Moment elektromagnetyczny określony na podstawie równań równowagi wzorem (6.2) jest także proporcjonalny do prądu twornika i_a^r przy stałej wartości strumienia, tzn. przy stałej wartości iloczynu $G_{ad}^{rs} i_a^s$, jak na rys. 6.6. W rzeczywistości przy obciążeniu maszyny występuje zjawisko reakcji twornika, które na skutek nasycenia pod połówkami biegunów powoduje zmniejszenie permeancji i zmniejszenie strumienia magnetycznego. Odpowiada temu zmniejszenie indukcyjności G_{ad}^{rs} i zmniejszenie strumienia $G_{ad}^{rs} i_{a0}^s$, nawet przy stałej wartości prądu wzbudzenia i_{a0}^s (czyli I_f). Dlatego zależność momentu elektromagnetycznego od prądu twornika odbiega od przebiegu prostoliniowego, jak krzywa kreskowana na rys. 6.6.

Ze wzorów (3.49), (3.52) i (3.53) podanych w p. 3.3.2, omawiającym fizyczne zasady działania maszyn prądu stałego, otrzymuje się wzór

$$n = \frac{U - \frac{M_e}{c_M \Phi} R_{at}}{c_U \Phi} \quad (6.44)$$

będący odpowiednikiem wzoru (6.42), otrzymanego z równania równowagi. Przy założeniu $\Phi = \text{const}$ otrzymuje się ze wzoru (6.44) prostą $n = f(M_e)$ jak prosta 1 na rys. 6.18, będącą odpowiednikiem prostych $\omega_0 = f(M_e^r)$ z rys. 6.15. Wykres na rys. 6.18 wykonany jest w wartościach względnych: $n_{rel} = \frac{n}{n_N}$, $M_{e,rel} = \frac{M_e}{M_N}$ oraz $I_{rel} = \frac{I}{I_N} = \frac{I_a}{I_N}$.



Rys. 6.18. Rzeczywista charakterystyka mechaniczna i przebieg prądu w funkcji momentu silnika obcowzbudnego prądu stałego

W rzeczywistości ze wzrostem momentu i prądu twornika strumień wypadkowy na skutek reakcji twornika maleje i prędkość silnika maleje mniej niż przy $\Phi = \text{const}$, więc krzywa $n = f(M_e)$ ma przebieg jak krzywa 2 na rys. 6.18. Zmniejszaniu się strumienia na skutek reakcji twornika odpowiada zmniejszanie się indukcyjności G_{ad}^{rs} [wzór (6.42)]. Po uwzględnieniu zmniejszania się indukcyjności G_{ad}^{rs} uzyskuje się przebieg $\omega_0^r = f(M_e^r)$ krzywoliniowy.

W znamionowym stanie pracy jest prędkość obrotowa znamionowa n_N , a przy biegu jałowym (przy momencie zewnętrznym równym zero) przy znamionowym prądzie wzbudzenia I_{fN} i przy znamionowym napięciu twornika U_N jest prędkość n_0 . Względna zmiana prędkości obrotowej od biegu jałowego do obciążenia znamionowego

$$\Delta n_{rel} = \frac{n_0 - n_N}{n_N} = 0,03 \div 0,1$$

Jest to zmienność prędkości niewielka, co jest główną właściwością silników obcowzbudnych.

Przy stałej wartości permeancji obwodu magnetycznego [stała wartość Φ we wzorze (3.52) i stała wartość indukcyjności G_{ad}^{rs} we wzorze (6.2)] prąd twornika jest proporcjonalny do momentu elektromagnetycznego. Na skutek zjawiska nasycania się obwodu magnetycznego wzrost prądu twornika jest szybszy. Przebieg zależności $I = f(M_e)$ — krzywa 3 na rys. 6.18 — jest zniekształcony także przez występujący w rzeczywistości moment tarcia (straty mechaniczne), przez straty w rdzeniu i niewielkie straty w uzwojeniu twornika.

Wzór (3.53) jest równaniem bilansu napięć silnika prądu stałego przy użyciu symboli stosowanych do fizycznego opisu zjawisk w maszynach elektrycznych. Wzór ten można przedstawić w postaci

$$\frac{U_i}{U} + \frac{I_a}{\frac{U}{R_{at}}} = 1 \quad (6.45)$$

Wielkość

$$I_{az} = \frac{U}{R_{at}} \quad (6.46)$$

oznacza prąd zwarcia twornika, tzn. prąd twornika przy prędkości $n = 0$. Wtedy wzór (6.45) przybiera postać

$$\frac{U_i}{U} + \frac{I_a}{I_{az}} = 1 \quad (6.47)$$

W silniku obcowzbudnym przy pominięciu wpływu reakcji twornika można założyć stałą wartość strumienia $\Phi = \text{const}$ (przy niezmięnionej wartości prądu wzbudzenia). Wprowadza się pojęcie *prędkości idealnej biegu jałowego* n_{0i} , tj. takiej prędkości, przy której napięcie indukowane przez strumień Φ jest równe napięciu na zaciskach maszyny, a prąd w obwodzie twornika ma wartość równą zero.

Wówczas

$$U = c_U \Phi n_{0i} \quad (6.48)$$

a ze wzorów (3.49) i (6.48) otrzymuje się

$$\frac{U_i}{U} = \frac{c_U \Phi n}{c_U \Phi n_{0i}} = \frac{n}{n_{0i}} = n_{rel} \quad (6.49)$$

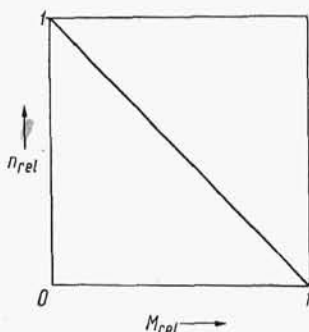
przy czym n_{rel} oznacza względną wartość prędkości obrotowej (względem prędkości idealnej biegu jałowego).

Podobnie, przy tych samych warunkach ze wzoru (6.4) otrzymuje się wyrażenie na względną wartość momentu obrotowego (względem momentu przy zwarcu M_{ez} , tj. przy $n = 0$).

$$M_{e\,rel} = \frac{M_e}{M_{ez}} = \frac{c_M \Phi I_a}{c_M \Phi I_{az}} = \frac{I_a}{I_{az}} \quad (6.50)$$

Ze wzorów (6.47), (6.49) i (6.50) otrzymuje się wyrażoną w wartościach względnych teoretyczną charakterystykę mechaniczną $n_{rel} = f(M_{e\,rel})$ silnika obcowzbudnego prądu stałego w postaci (rys. 6.19)

$$n_{rel} + M_{e\,rel} = 1 \quad (6.51)$$



Rys. 6.19. Teoretyczna charakterystyka mechaniczna silnika obcowzbudnego

Przy zasilaniu silnika z prostownika sterowanego, prąd płynący przez twornik zawiera składową stałą (wartość średnią) i składową oscylującą. Podobnie moment elektromagnetyczny zawiera składową stałą (wartość średnią) i składową oscylującą. W przybliżonych rozważaniach można przyjąć, że z powodu dużej inercji silnika i napędzanego przez niego urządzenia składowa oscylująca momentu nie ma wpływu na prędkość. Przy takim uproszczeniu można przyjąć, że moment elektromagnetyczny jest proporcjonalny do średniej wartości prądu wyprostowanego I_a , płynącego przez twornik.

Przy zasilaniu prostownikowym nie można przyjmować, że napięcie wyprostowane ma wartość stałą, ponieważ w obwodzie występują dość znaczne spadki napięć. Można natomiast z pewnym przybliżeniem przyjąć, że skuteczna wartość napięcia i amplituda napięcia po stronie pierwotnej transformatora zasilającego prostownik ma wartość stałą. Obwód składa się ze źródła napięcia sinusoidalnego $\sqrt{2}U \sin \omega t$, transformatora o reaktancji zwarciowej X_z , prostownika q -pulsowego i twornika silnika o rezystancji R_a oraz napięciu indukowanym U_i .

Z teorii prostownika wiadomo, że w takim obwodzie średnia wartość prądu wyprostowanego

$$I_a = \frac{\sqrt{2} U_{20} q}{2\pi (R_a + R_x)} [(\cos \vartheta_z - \cos \vartheta_g) - U_{i\,rel}(\vartheta_g - \vartheta_z)] \quad (6.52)$$

przy czym: ϑ_z – kąt wysterowania zaworu (kąt, przy którym zawór zaczyna przewodzić prąd) liczony od chwili, gdy napięcie przechodzi przez 0 od wartości ujemnej do dodatniej; ϑ_g – kąt wyłączenia (kąt, przy którym zawór przestaje przewodzić prąd); q – liczba pulsów prostownika; U_{20} – skuteczna wartość napięcia po wtórnej stronie transformatora, wynikająca z przekładni (przy biegu jałowym); U_{irel} – względna wartość napięcia indukowanego w silniku (względem amplitudy napięcia na wtórnych zaciskach transformatora) przy biegu jałowym; R_x – rezystancja zastępcza, odwzorowująca spadek napięcia na prostowniku.

Wartość kąta wyłączania ϑ_g praktycznie wyznacza się na podstawie znajomości parametrów obwodu silnika i opracowanych w tym celu nomogramów podawanych w podręcznikach energoelektroniki.

Przy przewodzeniu nieciągłym rezystancja R_x stanowi rezystancję obwodu prądu anodowego połączonego w szereg z obwodem twornika silnika. Przy przewodzeniu ciągłym rezystancja R_x odwzorowuje spadek napięcia spowodowany komutacją.

Spadek napięcia spowodowany komutacją w układach z wyprowadzonym z punktu zerowego (lub gwiazdowego) przewodem i w układach mostkowych wyraża się wzorem

$$\Delta U_k = \frac{X_z I_d}{2\pi/q} = R_x I_d \quad (6.53)$$

a w układach jednokierunkowych – wzorem

$$\Delta U_k = \frac{X_z I_d}{4\pi/q} = R_x I_d \quad (6.54)$$

Stąd rezystancja zastępcza w układach z wyprowadzonym punktem zerowym i w układach mostkowych

$$R_x = \frac{X_z q}{2\pi} \quad (6.55)$$

a w układach jednokierunkowych

$$R_x = \frac{X_z q}{4\pi}$$

W silniku obcowzbudnym zasilanym z prostownika prędkość idealna biegu jałowego n_{0i} ma taką wartość, przy której napięcie indukowane w silniku U_i ma wartość równą $\sqrt{2}U_{20}$ (amplitudzie napięcia na wtórnej stronie transformatora przy biegu jałowym), ponieważ przy tym napięciu nie płynie prąd przez twornik, co stanowi kryterium pojęcia prędkości idealnej biegu jałowego. Wartość względna prędkości obrotowej silnika

$$n_{rel} = \frac{n}{n_{0i}}$$

jest więc równa względnej wartości napięcia indukowanego

$$U_{i\text{rel}} = \frac{U_i}{\sqrt{2} U_{20}}$$

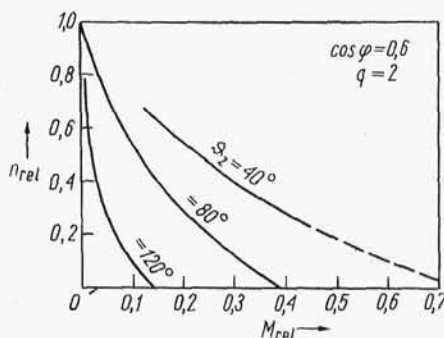
Wielkość

$$I_{dz} = \frac{\sqrt{2} U_{20} q}{(R_a + R_x)} \quad (6.56)$$

oznacza prąd zwarciovyy wyprostowany (płynący, gdy twornik jest nieruchomy). Średni moment elektromagnetyczny jest proporcjonalny do średniej wartości prądu wyprostowanego. Stąd na podstawie wzoru (6.52) wartość względna momentu elektromagnetycznego odniesiona do momentu elektromagnetycznego przy zwarcu (momentu rozruchowego) wynosi

$$M_{e\text{rel}} = \frac{1}{2} [\cos \vartheta_z - \cos \vartheta_g - n_{\text{rel}}(\vartheta_g - \vartheta_z)] \quad (6.57)$$

Kąt wyłączenia zaworu ϑ_g jest funkcją kąta wysterowania zaworu ϑ_z , napięcia indukowanego U_i (w tym przypadku wartości względnej napięcia $U_{i\text{rel}}$ albo wartości względnej prędkości n_{rel}) oraz kąta fazowego obwodu φ określonego zależnością $\tan \varphi = \omega L / R = \omega T$.



Rys. 6.20. Przykładowe charakterystyki mechaniczne silnika obcowzbudnego zasilanego z prostownika dwupulsowego

Na rysunku 6.20 pokazano przykładowe charakterystyki mechaniczne silnika obcowzbudnego zasilanego z prostownika dwupulsowego ($q = 2$) przy różnych kątach wysterowania zaworów. Krzywe ciągłe odpowiadają zakresowi przewodzenia nieciągłego, odcinek przerywany krzywej odpowiada zakresowi przewodzenia ciągłego. Charakterystyki mechaniczne silnika obcowzbudnego zasilanego z prostownika sterowanego są znacznie mniej sztywne, niż charakterystyki takiego silnika zasilanego z sieci sztywnej prądu stałego.

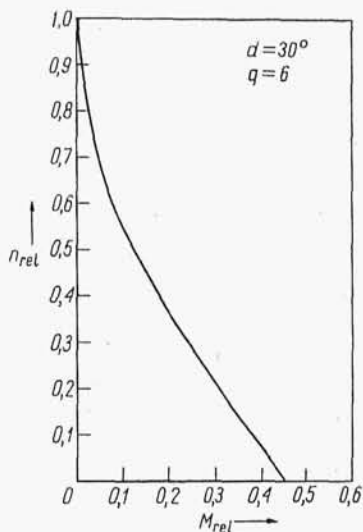
Przy przewodzeniu ciągłym kąt przewodzenia poszczególnych zaworów ma wartość stałą równą $2\pi/q$. Wtedy średnia wartość prądu wyprostowanego

$$I_d = \frac{\sqrt{2} U_{20} q}{\pi (R_a + R_x)} \left(\sin \frac{\pi}{q} \cos \alpha - n_{\text{rel}} \frac{\pi}{q} \right) \quad (6.58)$$

a względna wartość momentu elektromagnetycznego

$$M_{e\text{ rel}} = \sin \frac{\pi}{q} \cos \alpha - n_{\text{rel}} \frac{\pi}{q} \quad (6.59)$$

przy czym α – kąt opóźnienia wysterowania zaworów, tzn. różnica między kątem wysterowania zaworów i kątem odpowiadającym komutacji naturalnej zaworów.



Rys. 6.21. Przykładowy przebieg charakterystyki mechanicznej silnika obcowzbudnego zasilanego z prostownika sterowanego przy przewodzeniu ciągłym

Na rysunku 6.21 przedstawiono przykładową charakterystykę mechaniczną silnika obcowzbudnego zasilanego z prostownika sterowanego sześciopulsowego ($q = 6$) przy $\alpha = 30^\circ$ i przy przewodzeniu ciągłym.

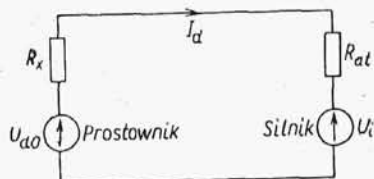
Schemat zastępczy obwodu złożonego z silnika i zasilającego go prostownika o przewodzeniu ciągłym można przedstawić jak na rys. 6.22. Wartość średnia napięcia wyprostowanego wynosi odpowiednio:

– przy biegu jałowym

$$U_{d0} = \sqrt{2} U_{20} \frac{q}{\pi} \sin \frac{\pi}{q} \cos \alpha \quad (6.60)$$

– przy obciążeniu prądem I_d

$$U_d = \sqrt{2} U_{20} \frac{q}{\pi} \sin \frac{\pi}{q} \cos \alpha - \Delta U_k \quad (6.61)$$



Rys. 6.22. Schemat zastępczy silnika i prostownika

przy czym

$$\Delta U_k = R_x I_a \quad (6.62)$$

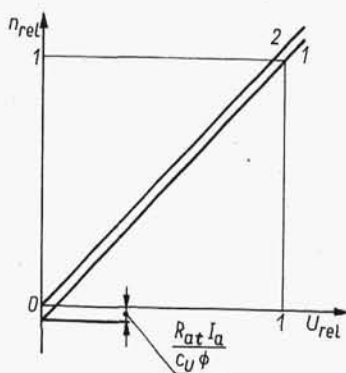
Przy prądzie znamionowym wartość względna spadku napięcia na prostowniku $\Delta U_{krel} = 0,1 \div 0,15$. Dlatego zmniejszenie prędkości obrotowej w zakresie od idealnego biegu jałowego do stanu obciążenia znamionowego w silniku zasilanym z prostownika wynosi około $0,13 \div 0,25$, zamiast $0,03 \div 0,1$, jak w silniku zasilanym z sieci sztywnej prądu stałego.

Zależności $\omega_0^* = f(u_{q0}^*)$ i $\omega_0^* = f(u_{d0}^*)$ oraz odpowiednio zależności $n = f(U)$ i $n = f(I_f)$ nazywa się *charakterystykami regulacyjnymi*. Na podstawie rozważań fizycznych zależność $n = f(U)$, zgodnie ze wzorami (3.49) i (3.53), przyjmuje postać

$$n = \frac{U - (R_{at} + R_{ar}) I_a}{c_U \Phi} = \frac{(U - R_{ar} I_a) - R_{at} I_a}{c_U \Phi} \quad (6.63)$$

przy czym: R_{at} – rezystancja całkowita obwodu twornika (suma rezystancji twornika wszystkich uzwojeń połączonych w szereg z twornikiem i rezystancji przejścia); R_{ar} – rezystancja regulacyjna w obwodzie twornika.

Przy stałej wartości momentu, w stanie ustalonym prąd twornika I_a ma stałą wartość. Zwiększenie rezystancji regulacyjnej R_{ar} zwiększa spadek napięcia na tej rezystancji i powoduje zmniejszenie prędkości obrotowej. W rezultacie zwiększenia spadku napięcia $R_{ar} I_a$ na rezystancji regulacyjnej R_{ar} zmniejsza się napięcie doprowadzone do twornika. Tę charakterystykę regulacyjną $\omega_0^* = f(u_{q0}^*)$ pokazano na rys. 6.16, a odpowiadającą jej charakterystykę regulacyjną $n_{rel} = f(U_{rel})$ – na rys. 6.23. Prosta 1 odpowiada momentowi znamionowemu ($M_e = M_N$), a prosta 2 – idealnemu biegowi jałowemu ($M_e = 0$).



Rys. 6.23. Charakterystyka regulacyjna $n_{rel} = f(U_{rel})$ silnika obcowzbudnego prądu stałego

W przybliżeniu prędkość obrotowa jest proporcjonalna do napięcia twornika. Jest to bardzo korzystna cecha tej maszyny. Zrealizowanie tego sposobu regulacji przez zmianę rezystancji R_{ar} w obwodzie twornika według schematu z rys. 6.13 powoduje jednak znaczny wzrost strat i zmniejszenie sprawności. Dla oszacowania

sprawności przy regulacji prędkości przez zmianę rezystancji w obwodzie twornika można przyjąć w przybliżeniu, że silnik obcowzbudny zasilany napięciem znamionowym ma sprawność równą 1 (rezystancja twornika $R_{at} = 0$), moment elektromagnetyczny M_e jest równy momentowi na wale M , prąd twornika I_a jest równy prądowi całkowitemu I , a prędkość obrotowa jest proporcjonalna do napięcia twornika. Przy niezmiennionej wartości momentu $M = c_M \Phi I$ pozostaje w przybliżeniu niezmienną wartość prądu I oraz niezmienną moc pobrana (elektryczna) $P_1 = UI$. Moc oddana (mechaniczna) przy prędkości n_1 wynosi $P_1 = cn_1 M$, a przy prędkości n_{II} odpowiednio $P_{II} = cn_{II} M$. Stąd

$$\frac{\eta_I}{\eta_{II}} = \frac{n_I}{n_{II}} \quad (6.64)$$

albo

$$\eta = n_{rel}$$

przy czym $n_{rel} = n/n_{0I}$ – wartość względna prędkości obrotowej, to znaczy: przy regulacji prędkości obrotowej przez zmianę rezystancji w obwodzie twornika silnika obcowzbudnego sprawność jest proporcjonalna do prędkości obrotowej. Inaczej można to wyrazić: przy regulacji prędkości obrotowej przez zmianę rezystancji w obwodzie twornika silnika obcowzbudnego prądu stałego traci się w oporniku regulacyjnym taką część mocy pobranej, o jaką zmniejsza się prędkość obrotowa. Dlatego też ten sposób regulacji prędkości obrotowej nie może być stosowany w napędach przemysłowych o długim czasie pracy ze zmniejszoną prędkością obrotową.

Regulację prędkości obrotowej przez zmianę napięcia twornika realizuje się obecnie przy zastosowaniu prostownika regulowanego zasilającego twornik (rys. 6.14). Taka regulacja prędkości obrotowej odbywa się praktycznie bez strat. Do twornika nie można doprowadzić napięcia o wartości większej niż wartość znamionowa, a więc przez zmianę wartości napięcia twornika można uzyskać regulację prędkości tylko „w dół”, tzn. poniżej prędkości znamionowej.

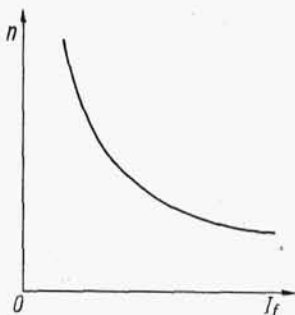
Regulacja prędkości obrotowej przez zmianę napięcia doprowadzonego do uzwojenia wzbudzającego (czyli przez zmianę prądu wzbudzającego I_f) może być zrealizowana przez zmianę rezystancji R_{fr} w obwodzie wzbudzenia w układzie wg rys. 6.13, albo przez zmianę napięcia wzbudzenia w układzie wg rys. 6.14. Moc obwodu wzbudzenia jest bardzo mała w porównaniu z mocą obwodu twornika, więc zmiany mocy obwodu wzbudzenia mają bardzo mały wpływ na sprawność silnika. Można zatem w przybliżeniu stwierdzić, że regulacja prędkości obrotowej silnika obcowzbudnego przez zmianę rezystancji w obwodzie wzbudzenia odbywa się bez strat.

Charakter zależności $n = f(I_f)$ można łatwo wyjaśnić na podstawie opisu fizycznego zjawisk w maszynie. Można pominąć spadki napięć na rezystancji R_{at} w obwodzie twornika, co jest w przybliżeniu słuszne przy biegu jałowym. Wtedy napięcie doprowadzone do twornika U jest równe w przybliżeniu napięciu indukowanemu $U_i = c\Phi n$. Przy prostoliniowej charakterystyce magnesowania słuszna

byłaby także przybliżona zależność $U = cI_f n$, co oznaczałoby hiperboliczną zależność

$$n = c \frac{1}{I_f} \quad (6.65)$$

Praktyczny przebieg zależności $n = f(I_f)$ pokazano na rys. 6.24.



Rys. 6.24. Zależność $n = f(I_f)$ silnika obcowzbudnego prądu stałego

Dokładniejsza analiza (na podstawie równań równowagi) prowadzi do zależności (6.42) zilustrowanej na rys. 6.17. Kształt charakterystyki $n = f(I_f)$ albo odpowiednio $\omega_0 = f(u_{d0}^*)$ jest znacznie mniej korzystny od kształtu charakterystyki $n = f(U)$ albo odpowiednio $\omega_0 = f(u_{q0}^*)$. Zwiększenie prądu I_f ponad wartość znamionową praktycznie niewiele zwiększa strumień magnetyczny i niewiele zmniejsza prędkość obrotową. Dlatego przez zmianę rezystancji R_{ar} i prądu wzbudzenia I_f można uzyskać tylko regulację prędkości obrotowej „w górę”, tzn. powyżej prędkości znamionowej.

Przy uruchamianiu silnika obcowzbudnego należy w obwód twornika włączyć opornik o odpowiedniej rezystancji R_{ar} . W pierwszej chwili po doprowadzeniu napięcia prędkość silnika $n = 0$, więc $U_i = 0$. Wtedy prąd ma wartość

$$I_a = \frac{U}{R_{at} + R_{ar}}$$

Należy tak dobrać wartość R_{ar} , ażeby wartość prądu nie przekroczyła w przybliżeniu dwukrotnej wartości prądu znamionowego I_N . Prąd twornika o większej wartości mógłby uszkodzić szczotki i komutator w miejscu styczności. W miarę wzrostu prędkości prąd zmniejsza się według zależności

$$I_a = \frac{U - c\Phi n}{R_{at} + R_{ar}}$$

Ze wzrostem prędkości obrotowej twornika można stopniowo zmniejszać wartość rezystancji R_{ar} aż do zera. Opornik R_{ar} ma zwykle kilka stopni regulacyjnych, przy czym jeśli jest przeznaczony tylko do rozruchu, to może być cieplnie obliczany na krótkotrwały prąd rozruchowy, a jeśli jest przeznaczony do regulacji prędkości musi być cieplnie obliczony na prąd długotrwały.

Przy dwukrotnej wartości prądu rozruchowego wartość początkowa M_p momentu jest w przybliżeniu równa dwukrotnej wartości momentu znamionowego, czyli $M_p \approx 2M_N$.

6.2.3.3. Stan dynamiczny

Stan dynamiczny silnika obcowzbudnego opisuje układ równań (6.5), albo układ równań przyrostowych (6.7) oraz jeden z układów równań więzów (6.37) ÷ (6.40).

W przypadku sterowania napięciem twornika (wirnika) analizuje się równania przyrostowe (6.7) oraz równania więzów (6.38). Z pierwszego równania więzów wynika $\Delta u_d^s = 0$ oraz $\Delta i_d^s = 0$. Wtedy z równań przyrostowych (6.7) oraz z równań więzów (6.38) otrzymuje się

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_q^r(s) &= -G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta \Omega^r(s) + (R_q^r + L_q^r s) \Delta I_q^r(s) \\ 0 &= (Js + D_r) \Delta \Omega^r(s) + G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta I_q^r(s) \end{aligned} \right\} \quad (6.66)$$

skład transmitancją operatorowa

$$G(s) = \frac{\Delta \Omega^r(s)}{\Delta U_q^r(s)} = - \frac{G_{qd}^{rs} i_{d0}^s}{[(G_{qd}^{rs} i_{d0}^s)^2 + R_q^r D_r] + (R_q^r J + L_q^r D_r) s + L_q^r J s^2} \quad (6.67)$$

Po podzieleniu licznika i mianownika transmitancji (6.67) przez

$$(G_{qd}^{rs} i_{d0}^s)^2 + R_q^r D_r$$

otrzymuje się

$$G(s) = \frac{\Delta \Omega^r(s)}{\Delta U_q^r(s)} = - \frac{G_{qd}^{rs} i_{d0}^s}{(G_{qd}^{rs} i_{d0}^s)^2 + R_q^r D_r} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_q^r J + L_q^r D_r}{(G_{qd}^{rs} i_{d0}^s)^2 + R_q^r D_r} s + \frac{L_q^r J}{(G_{qd}^{rs} i_{d0}^s)^2 + R_q^r D_r} s^2} \quad (6.68)$$

Transmitancja (6.68) jest transmitancją członu oscylacyjnego drugiego rzędu, a więc transmitancją określoną ogólnie jednym z następujących wzorów:

$$G(s) = \frac{\Delta \Omega^r(s)}{\Delta U_q^r(s)} = - \frac{K_1}{\left(\frac{1}{\omega_n^2}\right) s^2 + \left(\frac{2\zeta}{\omega_n}\right) s + 1} \quad (6.69)$$

$$G(s) = \frac{\Delta \Omega^r(s)}{\Delta U_q^r(s)} = - \frac{K_1 \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \quad (6.70)$$

$$G(s) = \frac{\Delta \Omega^r(s)}{\Delta U_q^r(s)} = - \frac{K_1}{T_n^2 s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \quad (6.71)$$

w których: K_1 – współczynnik wzmocnienia zdefiniowany jako stosunek odpowiedzi do wymuszenia w stanie ustalonym

$$K_1 = \frac{G_{qd}^{rs} i_{d0}^s}{(G_{qd}^{rs} i_{d0}^s)^2 + R_q^r D_r} \quad (6.72)$$

ω_n – pulsacja drgań własnych nietłumionych

$$\omega_n = \sqrt{\frac{(G_{qd}^{rs} i_{d0}^s)^2 + R_q^r D_r}{L_q^r J}} \quad (6.73)$$

ζ – względny współczynnik tłumienia

$$\zeta = \frac{1}{2\sqrt{(G_{qd}^{rs} i_{d0}^s)^2 + R_q^r D_r}} \left(R_q^r \sqrt{\frac{J}{L_q^r}} + D_r \sqrt{\frac{L_q^r}{J}} \right) \quad (6.74)$$

T_n – okres drgań własnych nietłumionych

$$T_n = \frac{1}{\omega_n} \quad (6.75)$$

Bieguny transmitancji określonej np. wzorem (6.70), czyli pierwiastki równania charakterystycznego

$$M(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad (6.76)$$

są następujące:

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= -\omega_n(\zeta + j\sqrt{1-\zeta^2}) \\ s_2 &= -\omega_n(\zeta - j\sqrt{1-\zeta^2}) \end{aligned} \right\} \quad (6.77)$$

Są to pierwiastki zespolone sprzężone.

Wielkości ω_n oraz ζ są zawsze określone liczbami dodatnimi, czyli części rzeczywiste pierwiastków $s_{1,2}$ są zawsze ujemne, więc omawiany przebieg jest zawsze tłumiony. Przebieg byłby nietłumiony przy $\zeta = 0$, tj. gdyby jednocześnie były spełnione warunki: $D_r = 0$ (brak tarcia mechanicznego) oraz $R_q^r = 0$ (rezystancja w obwodzie poprzecznym twornika równa zero).

Transformata przyrostu prędkości wirnika przy skokowej zmianie napięcia wymuszającego

$$\Delta u_q^r(t) = \Delta u_q^r(0^+) \cdot 1(t) \quad (6.78)$$

ma postać

$$\Delta \omega^r(s) = -\Delta u_q^r(0^+) \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{K_1 \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (6.79)$$

a funkcja czasowa przyrostu prędkości wirnika ma postać

$$\Delta \omega^r(t) = -\Delta u_q^r(0^+) K_1 \omega_n^2 \left[\frac{1}{\omega_n^2} + \frac{e^{s_1 t}}{s_1(s_1 - s_2)} + \frac{e^{s_2 t}}{s_2(s_2 - s_1)} \right] \quad (6.80)$$

albo postać

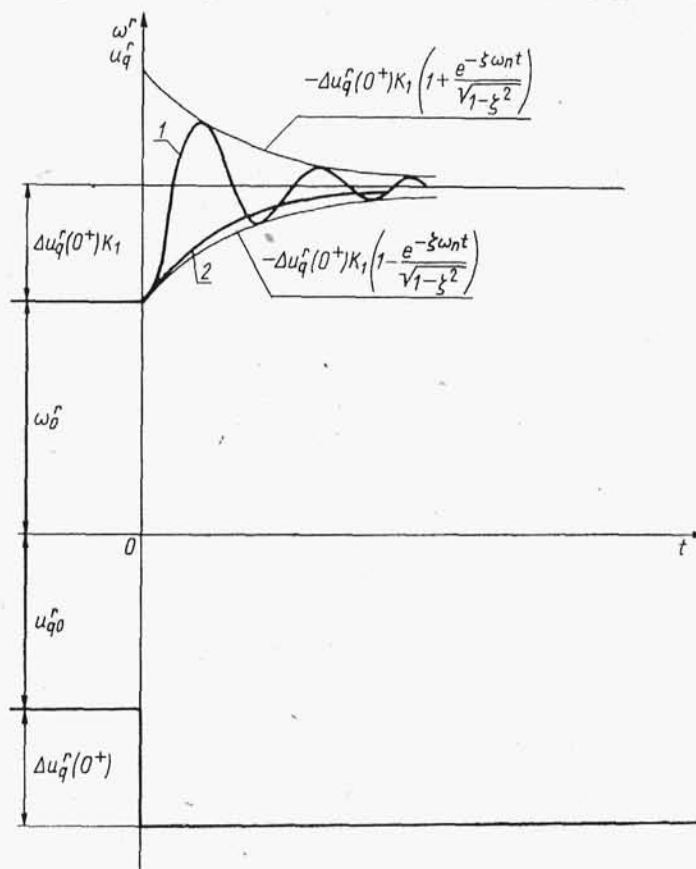
$$\Delta \omega^r(t) = -\Delta u_q^r(0^+) K_1 \left[1 - \frac{e^{-\zeta \omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \varphi) \right] \quad (6.81)$$

przy czym

$$\varphi = \arctg \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta} \quad (6.82)$$

Wartości dodatnie prawych stron wyrażeń (6.79)÷(6.81) oznaczają prędkość rosnącą, a wartości ujemne – prędkość malejącą. Zgodnie z przyjętą konwencją znaków i z rys. 6.16 dodatniej prędkości ω^r silnika prądu stałego odpowiada ujemna wartość napięcia u_q^r . Rzeczywistemu zwiększeniu napięcia twornika u_q^r odpowiada przyrost napięcia $\Delta u_q^r(0^+) < 0$, czyli dodatnia wartość każdej z prawych stron wyrażeń (6.79)÷(6.81). Oznacza to, że zwiększeniu napięcia twornika odpowiada zwiększenie prędkości wirnika, a zmniejszeniu napięcia twornika odpowiada zmniejszenie prędkości wirnika.

Na rysunku 6.25 pokazano określony wzorem (6.81) przebieg zmienności



Rys. 6.25. Zmienność prędkości wirnika przy skokowej zmianie napięcia twornika (wirnika) silnika obcowzbudnego prądu stałego

prędkości wirnika przy skokowym wzroście napięcia twornika (wirnika), przy czym krzywa 1 odpowiada niewielkiej wartości współczynnika tłumienia ζ , a krzywa 2 wartości tego współczynnika niewiele różnej od jedności, jaka najczęściej charakteryzuje silnik obcowzbudny prądu stałego.

Gdyby $\zeta \geq 1$, bieguny transmitancji określone wzorami (6.77) byłyby liczbami rzeczywistymi i przebieg zmiany prędkości byłby przebiegiem nieokresowym, będącym sumą dwóch funkcji wykładniczych, a omawiany obiekt regulacyjny z członu oscylacyjnego drugiego rzędu stałby się członem inercyjnym drugiego rzędu.

Często można analizować zmianę prędkości wirnika przy pominięciu tarcia, czyli przy $D_r = 0$. Wtedy z układu równań (6.66) otrzymuje się układ równań przyrostowych uproszczonych

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_a^r(s) &= -G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta \Omega^r(s) + (R_q^r + L_q^r s) \Delta I_a^r(s) \\ 0 &= Js \Delta \Omega^r(s) + G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta I_a^r(s) \end{aligned} \right\} \quad (6.83)$$

Otrzymana z równań (6.83) transmitancja operatorowa

$$G(s) = \frac{\Delta \Omega^r(s)}{\Delta U_a^r(s)} = - \frac{G_{qd}^{rs} i_{d0}^s}{(G_{qd}^{rs} i_{d0}^s)^2 + R_q^r Js + L_q^r Js^2} \quad (6.84)$$

uzyskuje postać identyczną z transmitancją operatorową członu oscylacyjnego drugiego rzędu określoną wzorem (6.70) po przyjęciu oznaczeń

$$K_1 = \frac{1}{G_{qd}^{rs} i_{d0}^s} \quad (6.85)$$

$$\omega_n = \frac{G_{qd}^{rs} i_{d0}^s}{\sqrt{L_q^r J}} \quad (6.86)$$

$$\zeta = \frac{R_q^r}{2G_{qd}^{rs} i_{d0}^s} \sqrt{\frac{J}{L_q^r}} \quad (6.87)$$

Wzór na transformatę przyrostu prędkości wirnika jest formalnie identyczny ze wzorem (6.79), a wzory na funkcje czasowe przyrostu prędkości wirnika są identyczne ze wzorami (6.80) i (6.81). W przypadku $D_r = 0$ przebieg zmiany prędkości stałby się przebiegiem nieokresowym także przy $\zeta \geq 1$, czyli w tym przypadku przy

$$R_q^r \geq 2 G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \sqrt{\frac{L_q^r}{J}}$$

Zwiększenie prądu wzbudzenia w stanie ustalonym i_{d0}^s oznacza zwiększenie pulsacji drgań własnych nietłumionych ω_n oraz zmniejszenie względnego współczynnika tłumienia ζ .

Jako dalsze uproszczenie można przyjąć, że indukcyjność obwodu poprzecznego wirnika (twornika) jest pomijalnie mała, czyli $L_q^r = 0$. Przy $L_q^r = 0$ i $D_r = 0$

z równań przyrostowych (6.7) i równania więzów (6.38) przy sterowaniu napięciem twornika otrzymuje się równania przyrostowe

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_q^r(s) &= -G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta \Omega^r(s) + R_q^r \Delta I_q^r(s) \\ 0 &= Js \Delta \Omega^r(s) + G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta I_q^r(s) \end{aligned} \right\} \quad (6.88)$$

skąd transmitancja operatorowa

$$G(s) = \frac{\Delta \Omega^r(s)}{\Delta U_q^r(s)} = -\frac{1}{G_{qd}^{rs} i_{d0}^s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_q^r J}{(G_{qd}^{rs} i_{d0}^s)^2} s} \quad (6.89)$$

albo

$$G(s) = \frac{\Delta \Omega^r(s)}{\Delta U_q^r(s)} = -\frac{1}{K_1} \cdot \frac{1}{1 + T_m s} \quad (6.90)$$

przy czym: K_1 – współczynnik wzmacnienia określony wzorem (6.85); T_m – stała czasowa elektromechaniczna wirnika

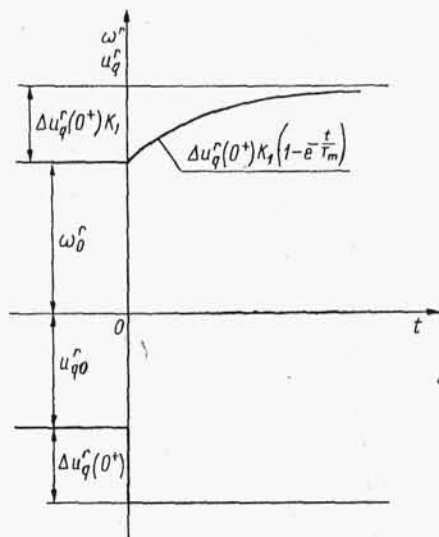
$$T_m = \frac{R_q^r J}{(G_{qd}^{rs} i_{d0}^s)^2} \quad (6.91)$$

Transmitancja określona wzorem (6.90) jest transmitancją operatorową członu inercyjnego pierwszego rzędu.

Przy skokowym przyroście napięcia twornika (wirnika) funkcja czasowa przyrostu prędkości wirnika ma postać

$$\Delta \omega^r(t) = -\Delta u_q^r(0^+) K_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_m}}\right) \quad (6.92)$$

co oznacza, że prędkość narasta według krzywej wykładniczej, jak na rys. 6.26.



Rys. 6.26. Uproszczony przebieg zmienności prędkości wirnika przy skokowej zmianie napięcia twornika (wirnika) silnika obcowzbudnego prądu stałego

W przypadku sterowania napięciem wzbudzenia stojana rozpatruje się równania przyrostowe (6.7) oraz równania więzów (6.37). Wtedy równania przyrostowe mają postać

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_d^s(s) &= (R_d^s + L_d^s s) \Delta I_d^s(s) \\ 0 &= -G_{qd}^{rs} \omega_0^r \Delta I_d^s(s) - G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta \Omega^r(s) + (R_q^r + L_q^r s) \Delta I_q^r(s) \\ 0 &= (J s + D_r) \Delta \Omega^r(s) + G_{qd}^{rs} i_{q0}^r \Delta I_d^s(s) + G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta I_q^r(s) \end{aligned} \right\} \quad (6.93)$$

Stąd transmitancja operatorowa

$$G(s) = \frac{\Delta \Omega^r(s)}{\Delta U_d^s(s)} = - \frac{K_1 K_2 \omega_n^2 (1 + T_z s)}{(1 + T_d^s s) (s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2)} \quad (6.94)$$

przy czym: K_1 – współczynnik wzmocnienia określony wzorem (6.72); K_2 – stała

$$K_2 = \frac{G_{qd}^{rs} \omega_0^r}{R_d^s} + \frac{R_q^r i_{q0}^r}{R_d^s i_{d0}^s} \quad (6.95)$$

T_d^s – stała czasowa elektromagnetyczna obwodu podłużnego stojana (obwodu wzbudzenia)

$$T_d^s = \frac{L_d^s}{R_d^s} \quad (6.96)$$

T_z – stała czasowa

$$T_z = \frac{L_q^r}{R_q^r + \frac{G_{qd}^{rs} \omega_0^r i_{d0}^s}{i_{q0}^r}} \quad (6.97)$$

Stałej czasowej T_z można nadać pewną interpretację fizyczną. Iloczyn $G_{qd}^{rs} \omega_0^r i_{d0}^s$ oznacza napięcie indukowane rotacji w tworniku silnika w stanie ustalonym, a wyrażenie

$$\frac{G_{qd}^{rs} \omega_0^r i_{d0}^s}{i_{q0}^r}$$

oznacza taką rezystancję zastępczą, przez którą pod wpływem napięcia indukowanego rotacji w tworniku płynąłby prąd równy prądowi twornika w stanie ustalonym. Cały mianownik wyrażenia (6.97) oznacza rezystancję zastępczą obwodu twornika, to jest taką rezystancję, przez którą pod wpływem napięcia równego napięciu na zaciskach twornika płynąłby prąd równy prądowi twornika. Stała czasowa T_z oznacza więc stałą czasową elektromagnetyczną zastępczego obwodu poprzecznego wirnika (twornika).

Pojawienie się we wzorze (6.94) operatora s w potęgze wyższej niż we wzorze (6.70) oznacza, że przy regulacji prędkości obrotowej silnika obcowzbudnego przez zmianę napięcia wzbudzenia występują oscylacje większe niż przy regulacji przez zmianę napięcia twornika.

W analizie uproszczonej można pominąć tarcie mechaniczne i indukcyjność obwodu poprzecznego wirnika, czyli można przyjąć $D_r = 0$ oraz $L_q^r = 0$. Wtedy równania przyrostowe (6.93) przyjmują postać

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_d^s(s) &= (R_d^s + L_d^s s) \Delta I_d^s(s) \\ 0 &= -G_{qd}^{rs} \omega_0^r \Delta I_d^s(s) - G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta \Omega^r(s) + R_q^r \Delta I_q^r(s) \\ 0 &= J s \Delta \Omega^r(s) + G_{qd}^{rs} i_{q0}^r \Delta I_d^s(s) + G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta I_q^r(s) \end{aligned} \right\} \quad (6.98)$$

Transmitancja operatorowa, będąca transmitancją członu inercyjnego drugiego rzędu, wyraża się zależnością

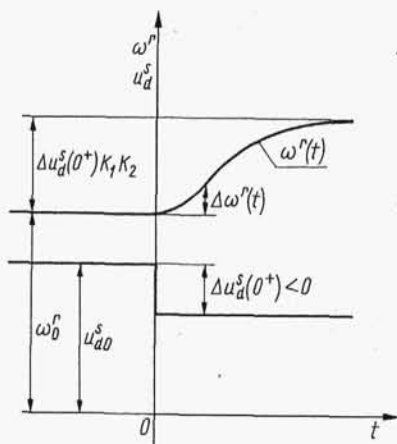
$$G(s) = \frac{\Delta \Omega^r(s)}{\Delta U_d^s(s)} = - \frac{K_1 K_2}{(1 + T_d^s s)(1 + T_m s)} \quad (6.99)$$

w której: K_1 – współczynnik wzmacnienia określony wzorem (6.72) przy $D_r = 0$ albo wprost wzorem (6.85); K_2 – stała określona wzorem (6.95); T_d^s – stała czasowa elektromagnetyczna obwodu podłużnego stojana określona wzorem (6.96); T_m – stała czasowa elektromechaniczna wirnika określona wzorem (6.91).

Przy skokowym przyroście napięcia stojana funkcja czasowa przyrostu prędkości wirnika ma postać

$$\Delta \omega^r(t) = -\Delta u_d^s(0^+) K_1 K_2 \left[1 - \frac{1}{T_d^s - T_m} \left(T_d^s e^{-\frac{t}{T_d^s}} - T_m e^{-\frac{t}{T_m}} \right) \right] \quad (6.100)$$

Przebieg $\Delta \omega^r(t)$ pokazano na rys. 6.27.



Rys. 6.27. Uproszczony przebieg zmiany prędkości kątowej wirnika przy skokowej zmianie napięcia wzbudzenia silnika obcowzbudnego prądu stałego

Regulację prędkości obrotowej przez zmianę rezystancji w obwodzie twornika analizuje się na podstawie układu równań (6.5) oraz równań więzów (6.40). Wtedy równania przyrostowe w zapisie operatorowym przybierają postać

$$\left. \begin{aligned} 0 &= -G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta \Omega^r(s) + (R_{q0}^r + L_q^r s) \Delta I_q^r(s) + i_{q0}^r \Delta R_q^r(s) \\ 0 &= J s \Delta \Omega^r + G_{qd}^{rs} i_{d0}^s i_q^r \end{aligned} \right\} \quad (6.101)$$

Transmitancja operatorowa

$$G(s) = \frac{\Delta\Omega^r(s)}{\Delta R_q^r(s)} = \frac{i_{q0}^r G_{qd}^{rs} i_{d0}^s}{(G_{qd}^{rs} i_{d0}^s)^2 + R_{q0}^r Js + L_q^r Js^2} \quad (6.102)$$

albo

$$G(s) = \frac{\Delta\Omega^r(s)}{\Delta R_q^r(s)} = i_{q0}^r \frac{K_1 \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \quad (6.103)$$

przy czym K_1 oraz ω_n są określone wzorami (6.85) i (6.86), a współczynnik

$$\zeta = \frac{R_{q0}^r}{2G_{qd}^{rs} i_{d0}^s} \sqrt{\frac{J}{L_q^r}} \quad (6.104)$$

analogicznie do współczynnika ζ określonego wzorem (6.87).

W przyjętej konwencji znaków dodatniemu znakowi przy i_{d0}^s oraz ω^r odpowiada ujemny znak u_{q0}^r oraz i_{q0}^r , więc znak liczników we wzorach (6.102) i (6.103) jest ujemny i wzrostowi rezystancji R_q^r odpowiada zmniejszenie prędkości ω^r . Transmitancje operatorowe (6.102) i (6.103) są transmitancjami członu oscylacyjnego drugiego rzędu. Przy skokowej zmianie rezystancji $\Delta R_q^r = \Delta R_q^r(0^+) \mathbf{1}(t)$ czasowa funkcja przyrostu prędkości wirnika jest określona wzorem

$$\Delta\omega^r(t) = i_{q0}^r \Delta R_q^r(0^+) K_1 \omega_n^2 \left[\frac{1}{\omega_n^2} + \frac{e^{s_1 t}}{s_1(s_1 - s_2)} + \frac{e^{s_2 t}}{s_2(s_2 - s_1)} \right] \quad (6.105)$$

albo wzorem

$$\Delta\omega^r(t) = i_{q0}^r \Delta R_q^r(0^+) K_1 \left[1 - \frac{e^{-\zeta \omega_n t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} t + \varphi) \right] \quad (6.106)$$

Jeśli dla uproszczenia przyjmie się $L_q^r = 0$, to transmitancja

$$G(s) = \frac{\Delta\Omega^r(s)}{\Delta R_q^r(s)} = i_{q0}^r K_1 \frac{1}{1 + T_m s} \quad (6.107)$$

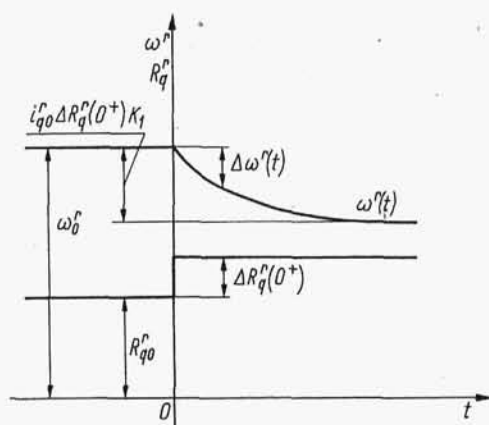
jest transmitancją operatorową członu inercyjnego pierwszego rzędu, przy czym T_m oznacza stałą czasową elektromechaniczną wirnika określoną wzorem (6.91), a czasowa funkcja przyrostu prędkości wirnika jest określona wzorem

$$\Delta\omega^r(t) = i_{q0}^r \Delta R_q^r(0^+) K_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_m}} \right) \quad (6.108)$$

Przebieg tej funkcji pokazano na rys. 6.28.

Przy zmianie momentu zewnętrznego należy rozważyć równania przyrostowe (6.7) i równania więzów (6.39). Wtedy po przyjęciu $D_r = 0$ równania przyrostowe przyjmują postać

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_q^r(s) &= -G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta\Omega^r(s) + (R_q^r + L_q^r s) \Delta I_q^r(s) \\ \Delta M^r(s) &= Js \Delta\Omega^r(s) + G_{qd}^{rs} i_{d0}^s \Delta I_q^r(s) \end{aligned} \right\} \quad (6.109)$$



Rys. 6.28. Uproszczony przebieg zmiany prędkości kątowej wirnika przy skokowej zmianie rezystancji w obwodzie stojana silnika obcowzbudnego prądu stałego

skąd transmitancja operatorowa

$$\left. \begin{aligned} G(s) &= \frac{\Delta\Omega^r(s)}{\Delta M^r(s)} = \frac{R_q^r + L_q^r s}{(G_{qd}^{rs} i_{d0}^s)^2 + R_q^r Js + L_q^r Js^2} \\ \text{albo} \quad G(s) &= \frac{\Delta\Omega^r(s)}{\Delta M^r(s)} = R_q^r \frac{(1 + T_q^r s) \omega_n^2}{\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n s + s^2} \end{aligned} \right\} \quad (6.110)$$

przy czym: T_q^r – stała czasowa elektromagnetyczna obwodu poprzecznego twornika

$$T_q^r = \frac{L_q^r}{R_q^r} \quad (6.111)$$

a pulsacja drgań własnych nietłumionych ω_n oraz względny współczynnik tłumienia ζ są określone wzorami (6.73) i (6.74). Po przyjęciu założenia upraszczającego $L_q^r = 0$ otrzymuje się

$$\left. \begin{aligned} G(s) &= \frac{\Delta\Omega^r(s)}{\Delta M^r(s)} = \frac{R_q^r}{(G_{qd}^{rs} i_{d0}^s)^2 + R_q^r Js} \\ \text{albo} \quad G(s) &= K_1 K_3 \frac{1}{1 + T_m s} \end{aligned} \right\} \quad (6.112)$$

przy czym

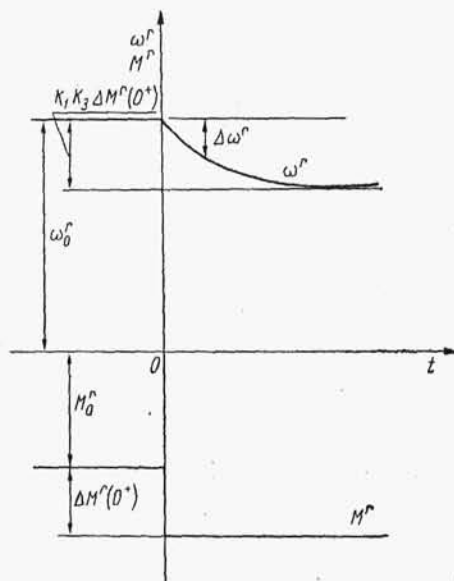
$$K_3 = \frac{R_q^r}{G_{qd}^{rs} i_{d0}^s} \quad (6.113)$$

a stała K_1 i stała czasowa elektromechaniczna T_m są określone wzorami (6.85) i (6.91).

Przy skokowej zmianie napięcia funkcja czasowa zmiany prędkości ma postać

$$\Delta\omega'(t) = \Delta M'(0^+) K_1 K_3 (1 - e^{-\frac{t}{T_m}}) \quad (6.114)$$

a jej wykres pokazano na rys. 6.29.



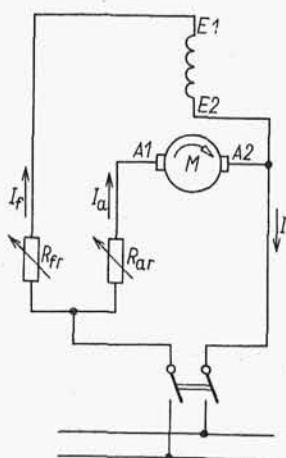
Rys. 6.29. Uproszczony przebieg zmiany prędkości kątowej silnika obcowzbudnego prądu stałego przy skokowej zmianie momentu

Zgodnie z przyjętą konwencją znaków dodatniej prędkości odpowiada ujemny moment zewnętrzny we wzorze (6.114) więc rzeczywistemu wzrostowi momentu odpowiada ujemna wartość $\Delta M'(0^+)$.

6.2.4. Maszyna bocznikowa

Maszyna bocznikowa prądu stałego może pracować jako silnik bocznikowy albo jako prądnica bocznikowa. Na rysunku 6.30 przedstawiono schemat ideowy połączeń silnika bocznikowego. Oporniki regulacyjne R_{ar} i R_{fr} umożliwiają niezależną regulację napięcia doprowadzonego do twornika i do obwodu wzbudzenia. Z porównania schematów silnika bocznikowego (rys. 6.30) i silnika obcowzbudnego (rys. 6.13) widać, że przy jednakowych wartościach napięć doprowadzonych do obwodu twornika i do obwodu wzbudzenia silnik obcowzbudny jest identyczny z silnikiem bocznikowym. Wszystkie właściwości silnika obcowzbudnego opisane w p. 6.2.3 odnoszą się także do silnika bocznikowego.

Schemat ideowy połączeń prądnicy bocznikowej przedstawiono na rys. 3.115. Prądnica bocznikowa jest prądnicą samowzbudną. Proces i warunki samowzbudzenia się prądnicy bocznikowej prądu stałego opisano w p. 3.10.2.



Rys. 6.30. Schemat ideowy połączeń silnika bocznikowego prądu stałego

Dla prądnicy bocznikowej słuszne jest równanie prądów

$$I_a = I + I_f$$

i równanie napięć

$$U_i = U + R_{at} I_a$$

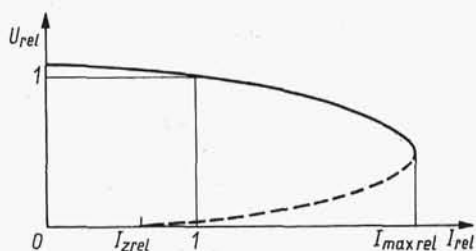
w których. I_a – prąd twornika; I_f – prąd wzbudzenia; I – prąd w obwodzie zewnętrznym; U_i – napięcie indukowane; U – napięcie na zaciskach; R_{at} = rezystancja całkowita obwodu twornika.

Prąd wzbudzenia

$$I_f = \frac{U}{R_f}$$

gdzie R_f – rezystancja całkowita obwodu wzbudzenia.

Prąd wzbudzenia zależy od napięcia na zaciskach. Napięcie na zaciskach zmienia się ze zmianą prądu obciążenia (w obwodzie zewnętrznym), więc prąd wzbudzenia przy stałej wartości rezystancji w obwodzie wzbudzenia maleje ze wzrostem prądu obciążenia. Powoduje to szybsze (w porównaniu z prądnicą obcowzbudną) zmniejszanie się napięcia na zaciskach twornika ze wzrostem prądu obciążenia. Charakterystykę zewnętrzną prądnicy bocznikowej prądu stałego pokazano na rys. 6.31.



Rys. 6.31. Charakterystyka zewnętrzna prądnicy bocznikowej prądu stałego

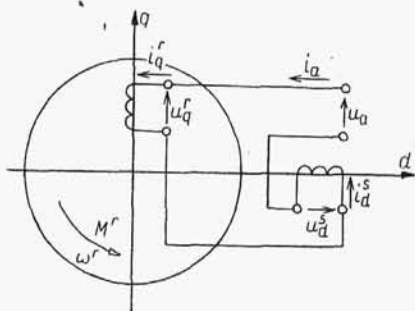
Po zmniejszeniu rezystancji zewnętrznej do takiej wartości, że prąd uzyskuje wartość I_{\max} następuje bardzo szybkie zmniejszanie się napięcia na zaciskach, co powoduje zmniejszanie się prądu twornika. Jest to zakres pracy niestabilnej prądnicy bocznikowej (na rys. 6.31 linia przerywana). Prąd zwarcioowy I_z płynie tylko pod wpływem magnetyzmu szczątkowego, więc ma stosunkowo niewielką wartość. Charakterystyki biegu jałowego i obciążenia oraz charakterystyka regulacyjna prądnicy bocznikowej przebiegają jak te charakterystyki prądnicy obcowzbudnej (rys. 6.7 i 6.9).

Praca prądnicy bocznikowej opiera się na wyzyskaniu zjawiska samowzbudzenia się maszyny od remanencji (indukcji magnetycznej szczątkowej), a stan ustalony pracy tej prądnicy uzyskuje się dzięki zjawisku nasycenia obwodu magnetycznego przy dużych natężeniach pola magnetycznego. Równania równowagi maszyn prądu stałego omówione w p. 6.2.1 zawierają stałe indukcyjności, więc są nieprzydatne do opisu prądnicy bocznikowej (samowzbudnej). Wprowadzenie do tych równań indukcyjności wyrażonych za pomocą odpowiednich funkcji aproksymujących prowadzi do układu równań nie dających się rozwiązać analitycznie.

6.2.5. Silnik szeregowy

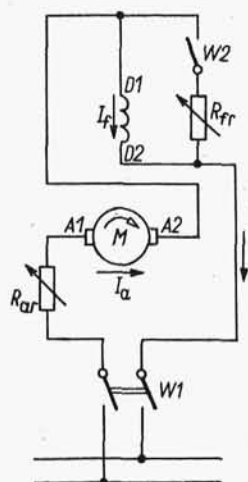
6.2.5.1. Wiadomości ogólne

Na rysunku 6.32 przedstawiono model silnika prądu stałego szeregowego otrzymany z pokazanego na rys. 6.1 modelu dwuuzwojeniowej maszyny komutatorowej prądu stałego po wykonaniu szeregowego połączenia poprzecznego uzwojenia wirnika



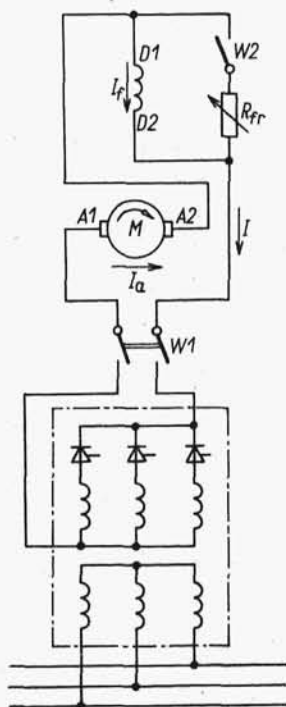
Rys. 6.32. Model silnika prądu stałego szeregowego

(twornika) z podłużnym uzwojeniem stojana (uzwojeniem wzbudzającym). Schemat ideowy połączeń silnika prądu stałego szeregowego z opornikiem regulacyjnym R_{ar} w obwodzie twornika i z opornikiem bocznikującym uzwojenie wzbudzające R_{fr} pokazano na rys. 6.33. Za pomocą opornika R_{ar} można zmieniać wartość napięcia doprowadzonego do twornika. Powoduje to powstanie odpowiednio dużych strat w tym oporniku. Aby tych strat uniknąć zasila się silniki prądu stałego szeregowo z prostowników o regulowanej wartości napięcia wyprostowanego (rys. 6.34).



Rys. 6.33. Schemat ideowy połączeń silnika prądu stałego szeregowego z opornikami regulacyjnymi w obwodzie twornika i w obwodzie wzbudzenia

Maszyna szeregową może pracować w zakresie pracy prądnicowej i silnikowej. Prąd wzbudzenia w tej maszynie jest równy prądowi obciążenia, więc charakterystyka zewnętrzna prądnicy szeregowej $U = f(I)$ przebiega podobnie jak charakterystyka magnesowania $U_i = f(I_f)$. Oznacza to bardzo dużą zmienność napięcia na zaciskach prądnicy szeregowej przy zmianach prądu obciążenia. Dlatego prądnice szeregowych prądu stałego nie stosuje się. Tutaj omówiono pracę silnikową maszyny.



Rys. 6.34. Schemat ideowy połączeń silnika prądu stałego szeregowego zasilanego z prostownika o regulowanej wartości napięcia wyprostowanego

Połączenie szeregowo uzwojeń jak na rys. 6.32 narzuca równania więzów

$$\left. \begin{aligned} u_a &= u_q^r + u_d^s \\ i_a &= i_q^r = i_d^s \end{aligned} \right\} \quad (6.115)$$

Z układu równań równowagi sił (6.5) i układu równań więzów (6.115) otrzymuje się w ogólnym przypadku (przy niezbochnikowanym uzwojeniu wzbudzącym) równania

$$\left. \begin{aligned} u_a &= [(R_d^s + R_q^r) + (L_d^s + L_q^r) s] i_a - G_{qd}^{rs} i_a \omega^r \\ M^r &= (Js + D_r) \omega^r + G_{qd}^{rs} i_a^2 \end{aligned} \right\} \quad (6.116)$$

pozwalające przeanalizować stan ustalony i nieustalony silnika szeregowego.

Moment obrotowy maszyny prądu stałego

$$M_e = c_M \Phi I$$

W silniku szeregowym przy pominięciu zjawiska nasycenia obwodu magnetycznego można przyjąć $\Phi = c_1 I$, więc

$$M_e = cI^2.$$

Podczas rozruchu silnika szeregowego opornik regulacyjny R_{ar} (rys. 6.33) albo regulowany prostownik (rys. 6.34) musi być ustawiony tak, aby prąd nie przekroczył wartości $2I_N$ (z obawy o uszkodzenie szczotek i komutatora). Wtedy moment początkowy wynosi $M_p = 4M_N$. Ze względu na nasycanie się obwodu magnetycznego moment początkowy silnika szeregowego prądu stałego jest mniej niż czterokrotnie większy od znamionowego, ale i tak ma dużą wartość, większą niż moment początkowy silnika obcowzbudnego, który jest co najwyżej dwukrotnie większy od momentu znamionowego. Duża wartość momentu początkowego jest zaletą silnika szeregowego, pozwalającą na zastosowanie tego silnika do napędu urządzeń o bardzo ciężkim rozruchu (np. do napędu lokomotyw elektrycznych).

W miarę wzrastania prędkości obrotowej indukuje się w tworniku coraz większe napięcie i można odpowiednio zwiększać wartość napięcia doprowadzonego do twornika bez obawy przekroczenia dopuszczalnej wartości prądu twornika. W ten sposób w końcowej fazie rozruchu do twornika jest doprowadzone napięcie znamionowe czemu odpowiada zwarcie opornika R_{ar} (rys. 6.33) albo odpowiednie wysterowanie prostownika (rys. 6.34).

6.2.5.2. Stan ustalony

W stanie ustalonym (tzn. gdy $s = 0$) przy niezbochnikowanym uzwojeniu wzbudzącym z układu równań (6.116) otrzymuje się

$$\left. \begin{aligned} u_{a0} &= (R_d^s + R_q^r) i_{a0} - G_{qd}^{rs} i_{a0} \omega_0^r \\ M_0^r &= D_r \omega_0^r + G_{qd}^{rs} i_{a0}^2 \end{aligned} \right\} \quad (6.117)$$

Z równań (6.117) wyznacza się moment w stanie ustalonym

$$M_0^r = D_r \omega_0^r + \frac{G_{qd}^{rs} u_{a0}^2}{[(R_d^s + R_q^r) - G_{qd}^{rs} \omega_0^r]^2} \quad (6.118)$$

Podstawiając we wzorze (6.118) $\omega_0^r = 0$ (wirnik nieruchomy jak np. w pierwszej chwili rozruchu), otrzymuje się wyrażenie na moment początkowy w funkcji napięcia

$$M_{0p}^r = \frac{G_{qd}^{rs} u_{a0}^2}{(R_d^s + R_q^r)^2} \quad (6.119)$$

Przy $\omega_0^r = 0$ jest

$$i_{a0} = \frac{u_{a0}}{R_d^s + R_q^r}$$

więc moment początkowy można także wyrazić następująco:

$$M_{0p}^r = G_{qd}^{rs} i_{a0}^2 \quad (6.120)$$

Ponieważ zaś $G_{qd}^{rs} i_{a0} = c\Phi$, wobec tego

$$M_{0p}^r = c\Phi i_{a0}$$

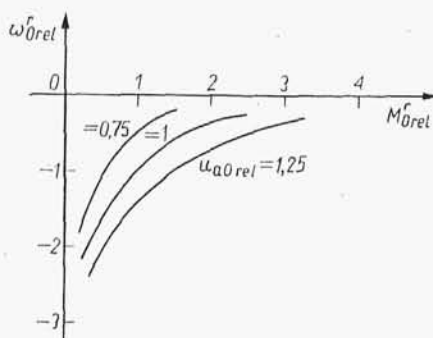
Przy $G_{qd}^{rs} = \text{const}$ (tzn. przy nienasyconym obwodzie magnetycznym) moment początkowy jest proporcjonalny do kwadratu prądu twornika. Jest to zgodne z uwagami podanymi w p. 6.2.5.1 wysnutymi z fizycznego opisu zjawisk zachodzących w silniku szeregowym.

Pomijając tarcie ($D_r = 0$), z równań (6.117) otrzymuje się

$$\left. \begin{aligned} i_{a0} &= \pm \sqrt{\frac{M_0^r}{G_{qd}^{rs}}} \\ u_{a0} &= \pm (R_d^s + R_q^r) \sqrt{\frac{M_0^r}{G_{qd}^{rs}}} \pm G_{qd}^{rs} \sqrt{\frac{M_0^r}{G_{qd}^{rs}}} \omega_0^r \\ \omega_0^r &= \mp \frac{1}{\sqrt{G_{qd}^{rs} M_0^r}} u_{a0} + \frac{R_d^s + R_q^r}{G_{qd}^{rs}} \end{aligned} \right\} \quad (6.121)$$

Z wyrażenia na prąd w układzie wzorów (6.121) widać, że rozważania muszą być ograniczone tylko do zakresu momentów $M_0^r \geq 0$, co przy przyjętej konwencji znaków odpowiada zakresowi prędkości $\omega_0^r \leq 0$. Przebiegi charakterystyk mechanicznych w stanie ustalonym, tj. przebiegi zależności $\omega_0^r = f(M_0^r)$ dla różnych wartości napięcia pokazano na rys. 6.35.

Na podstawie fizycznej analizy zjawisk można w łatwy sposób, bez rozpatrywania ogólnych równań równowagi, uzyskać wyrażenie opisujące charakterystykę mechaniczną silnika szeregowego prądu stałego, analogiczne do wzoru (6.121).



Rys. 6.35. Zależność prędkości kątowej od momentu silnika prądu stałego szeregowego w stanie ustalonym

Mianowicie z wyrażeń

$$U_i = c_u \Phi n$$

$$U = U_i + R_{at} I$$

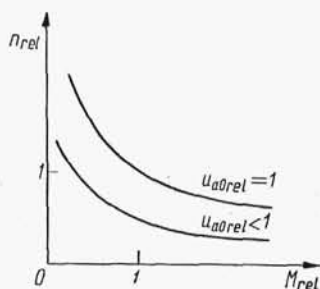
$$\Phi = c_\Phi I$$

$$M = c_M \Phi I$$

otrzymuje się

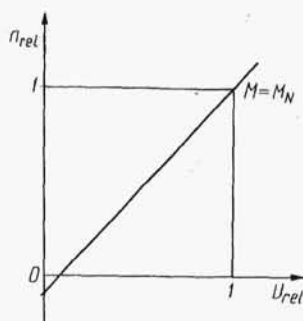
$$n = \frac{c' U}{\sqrt{M}} - c'' \frac{c' U}{\sqrt{M}}$$

Przebieg charakterystyki mechanicznej $n = f(M)$ pokazano na rys. 6.36.

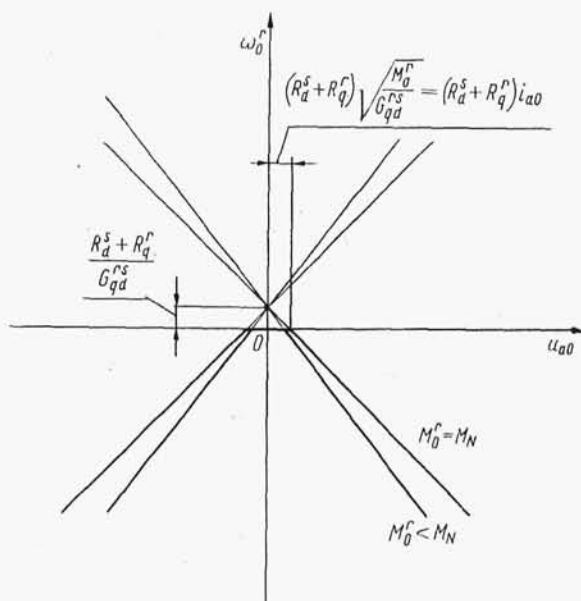


Rys. 6.36. Charakterystyka mechaniczna silnika szeregowego prądu stałego

Wyrażenie to może być podstawą do wyznaczenia charakterystyki regulacyjnej $n = f(U)$ przy $M = \text{const}$ (rys. 6.37). Ostatni wzór układu (6.121) przedstawia także charakterystyki regulacyjne $\omega_0 = f(u_{a0})$, pokazane na rys. 6.38. Z przebiegu tych charakterystyk widać, że zmiana kierunku (znaku) napięcia doprowadzonego do silnika szeregowego nie zmienia kierunku (znaku) prędkości. Dla uzyskania zmiany kierunku prędkości należy zmienić albo tylko kierunek napięcia doprowadzanego do twornika (zamienić końcówki twornika) albo tylko kierunek napięcia doprowadzonego do uzwojenia wzbudzenia (zamienić końcówki uzwojenia wzbudzenia).



Rys. 6.37. Charakterystyka regulacyjna $n = f(U)$ silnika szeregowego prądu stałego



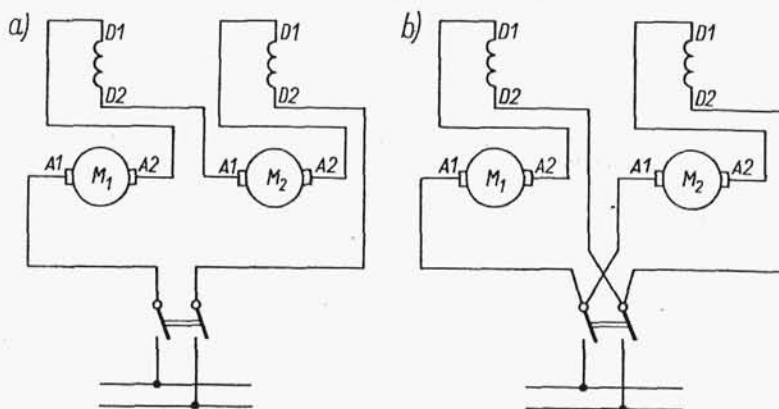
Rys. 6.38. Charakterystyki regulacyjne $\omega_0^r = f(u_{a0})$ silnika szeregowego prądu stałego

dzenia). Prostoliniowa zależność prędkości obrotowej (kątovej) od napięcia jest zaletą silnika szeregowego prądu stałego.

Zmianę wartości napięcia w silniku połączonym według schematu z rys. 6.33 można uzyskać przez włączenie rezystancji R_{ar} w szereg z twornikiem. Wtedy, podobnie jak w silniku obcowzbudnym, łatwo wykazać, że sprawność silnika szeregowego jest prawie równa względnej prędkości obrotowej, czyli

$$\eta \approx n_{rel}$$

Znaczne zmniejszenie sprawności przy zmniejszeniu prędkości obrotowej dyskwalifikuje regulację prędkości obrotowej przez włączenie rezystancji w szereg z twornikiem. Zmiana wartości napięcia przez regulację prostownika zasilającego silnik szeregowy w układzie pokazanym na rys. 6.34 umożliwia zmianę prędkości obrotowej praktycznie „bez strat”.



Rys. 6.39. Połączenie silników szeregowych: a) szeregowo; b) równoległe

Skokową zmianę prędkości obrotowej w przybliżeniu w stosunku 1:2 można uzyskać przez przełączenie z połączenia szeregowego (rys. 6.39a) na równoległe (rys. 6.39b) dwóch silników szeregowych napędzających jedno urządzenie (np. tramwaj albo lokomotywę elektryczną).

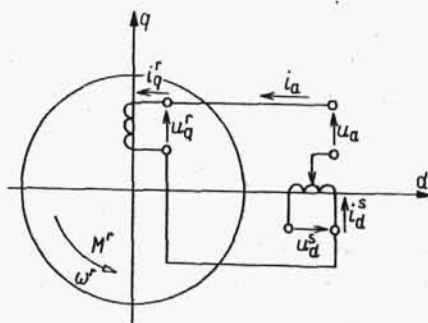
Na rysunku 6.40 przedstawiono model silnika prądu stałego szeregowego z regulacją prędkości przez zmianę liczby zwojów w uzwojeniu podłużnym stojana (uzwojeniu wzbudzącym). Jeżeli stosunek liczby zwojów czynnych z_e do całkowitej liczby zwojów z_d^s uzwojenia podłużnego stojana wynosi k , czyli

$$k = \frac{z_e}{z_d^s}$$

to rezystancja stojana wynosi kR_d^s , indukcyjność stojana $k^2L_d^s$, a indukcyjność rotacji $-kG_{qd}^{rs}$. Wtedy równania równowagi mają postać

$$\left. \begin{aligned} u_d^s &= (kR_d^s + k^2L_d^s s) i_d^s \\ u_q^r &= -kG_{qd}^{rs} i_d^s \omega^r + (R_q^r + L_q^r s) i_q^r \\ M^r &= (Js + D_r) \omega^r + kG_{qd}^{rs} i_d^s i_q^r \end{aligned} \right\} \quad (6.122)$$

a równania więzów są określone wzorami (6.115).



Rys. 6.40. Model silnika prądu stałego szeregowego z regulacją prędkości przez zmianę liczby zwojów uzwojenia wzbudającego

Przy założeniu $D_r = 0$ równania równowagi dla stanów ustalonych mają postać

$$\left. \begin{aligned} u_{a0} &= -k G_{qd}^{rs} i_{a0} \omega_0^r + (R_q^r + k R_d^s) i_{a0} \\ M_0^r &= k G_{qd}^{rs} i_{a0}^2 \end{aligned} \right\} \quad (6.123)$$

skąd

$$-\omega_0^r = \frac{u_{a0}}{\sqrt{G_{qd}^{rs}} \sqrt{M_0^r}} \cdot \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{R_q^r}{G_{qd}^{rs}} \cdot \frac{1}{k} - \frac{R_d^s}{G_{qd}^{rs}} \quad (6.124)$$

co oznacza wzrost prędkości ze zmniejszaniem się liczby zwojów czynnych.

Podobnie można ułożyć równania dla przypadku regulacji prędkości obrotowej przez bocznikowanie uzwojenia wzbudzającego (schematy połączeń wg rys. 6.33 i 6.34), przyjmując oznaczenie $k = I_f/I$ (albo $k = i_d^s/i_q^r$). Uzyska się zwiększenie prędkości ze zmniejszeniem współczynnika k .

6.2.5.3. Stan dynamiczny

Dla zbadania stanów nieustalonych analizuje się równania przyrostowe, które na podstawie równań (6.116) w zapisie operatorowym mają postać

$$\left. \begin{aligned} \Delta U_a(s) &= [(R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) + (L_d^s + L_q^r) s] \Delta I_a(s) - G_{qd}^{rs} i_{a0} \Delta \Omega^r(s) \\ \Delta M^r(s) &= (Js + D_r) \Delta \Omega^r(s) + 2 G_{qd}^{rs} i_{a0} \Delta I_a(s) \end{aligned} \right\} \quad (6.125)$$

oraz odpowiednie równania więzów. Przy regulacji prędkości przez skokową zmianę napięcia przy stałym momencie jest

$$\Delta M(s) = 0$$

$$\Delta U_a(s) = \Delta u_a(0^+) \cdot \frac{1}{s}$$

Z równania przyrostów (6.125) otrzymuje się transmitancję operatorową

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{\Delta \Omega^r(s)}{\Delta U_a(s)} = \\ &= - \frac{2 G_{qd}^{rs} i_{a0}}{[(R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) D_r + 2 (G_{qd}^{rs} i_{a0})^2] + [(R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) J + \\ &\quad + (L_d^s + L_q^r) D_r] s + (L_d^s + L_q^r) Js^2} \end{aligned} \quad (6.126)$$

Transmitancję operatorową można doprowadzić do jednej z postaci określonych wzorami (6.69)÷(6.71) po wprowadzeniu następujących oznaczeń

$$K_1 = \frac{2 G_{qd}^{rs} i_{a0}}{(R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) D_r + 2 (G_{qd}^{rs} i_{a0})^2} \quad (6.127)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{(R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) D_r + 2 (G_{qd}^{rs} i_{a0})^2}{(L_d^s + L_q^r) J}} \quad (6.128)$$

$$\zeta = \frac{(L_d^s + L_q^r) D_r + (R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) J}{2 \sqrt{J (L_d^s + L_q^r) [(R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) D_r + 2 (G_{qd}^{rs} i_{a0})^2]}} \quad (6.129)$$

Przebieg zależności $\Delta \omega^r(t)$ jest analogiczny do przebiegu określonego wzorem (6.81) i pokazanego na rys. 6.25 z tym, że zamiast $\Delta u_q^r(0^+)$ trzeba podstawić $\Delta u_a^r(0^+)$.

Indukcyjność L_d^s jest zwykle mała z powodu małej liczby zwojów w uzwojeniu podłużnym stojana (szeregowym uzwojeniu wzbudzającym), a indukcyjność L_q^r jest zwykle mała z powodu bardzo dużej szczeliny w osi poprzecznej, można więc przyjąć uproszczenie

$$L_d^s + L_q^r = 0$$

Wtedy transmitancja operatorowa przyjmuje postać

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{\Delta \Omega^r(s)}{\Delta U_a(s)} = \\ &= - \frac{2 G_{qd}^{rs} i_{a0}}{[(R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) D_r + 2 (G_{qd}^{rs} i_{a0})^2] + (R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) J s} \end{aligned} \quad (6.130)$$

skąd po wprowadzeniu oznaczenia stałej czasowej elektromechanicznej

$$T_m = \frac{(R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) J}{(R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) D_r + 2 (G_{qd}^{rs} i_{a0})^2} \quad (6.131)$$

otrzymuje się

$$G(s) = \frac{\Delta \Omega^r(s)}{\Delta U_a(s)} = -K_1 \frac{1}{1 + T_m s} \quad (6.132)$$

co oznacza transmitancję operatorową członu inercyjnego pierwszego rzędu. Ponieważ w rozpatrywanym zakresie rozważań jest zawsze $\omega_0^r < 0$, więc zgodnie ze wzorem (6.131) zawsze $T_m > 0$.

Przy stałej wartości napięcia i skokowej zmianie momentu jest $\Delta U_a(s) = 0$ oraz $\Delta M^r(s) = \Delta M^r(0^+) \frac{1}{s}$, co w połączeniu z układem równań (6.125) daje układ równań przyrostowych

$$\left. \begin{aligned} 0 &= [(R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) + (L_d^s + L_q^r) s] \Delta I_a(s) - G_{qd}^{rs} i_{a0} \Delta \Omega^r(s) \\ \Delta M^r(s) &= (J s + D_r) \Delta \Omega^r(s) + 2 G_{qd}^{rs} i_{a0} \Delta I_a(s) \end{aligned} \right\} \quad (6.133)$$

Skąd transmitancja operatorowa

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{\Delta \Omega^r(s)}{\Delta M^r(s)} = \\ &= \frac{(R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) + (L_d^s + L_q^r) s}{[2 (G_{qd}^{rs} i_{a0})^2 + (R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) D_r] + [(R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) J + (L_d^s + L_q^r) D_r] s + (L_d^s + L_q^r) J s^2} \end{aligned} \quad (6.134)$$

albo

$$G(s) = \frac{\Delta\Omega'(s)}{\Delta M'(s)} = K_1 K_2 \frac{(1 + T_z s) \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

przy czym: K_1, ω_n, ζ określone są wzorami (6.127) ÷ (6.129) oraz

$$K_2 = \frac{R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r}{2G_{qd}^{rs} i_{a0}} \quad (6.135)$$

$$T_z = \frac{L_d^s + L_q^r}{R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r} \quad (6.136)$$

W przybliżeniu można przyjąć $L_d^s + L_q^r = 0$. Wtedy

$$\left. \begin{aligned} G(s) &= \frac{\Delta\Omega'(s)}{\Delta M'(s)} = \\ &= \frac{R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r}{[2(G_{qd}^{rs} i_{a0})^2 + (R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) D_r] + (R_d^s + R_q^r - G_{qd}^{rs} \omega_0^r) Js} \end{aligned} \right\} \quad (6.137)$$

albo

$$G(s) = \frac{\Delta\Omega'(s)}{\Delta M'(s)} = K_1 K_2 \frac{1}{1 + T_m s}$$

gdzie T_m – stała czasowa elektromechaniczna określona wzorem (6.131).

Przy tym uproszczeniu silnik szeregowy jest członem inercyjnym pierwszego rzędu. Dalsze uproszczenia można uzyskać przy $D_r = 0$. Postać transmitancji operatorowej określonej wzorem (6.137) nie ulega zmianie z tym, że stałe wchodzące do tego wzoru wyraża się odpowiednio prościej.

Zastosowanie rozpatrywanych równań równowagi do analizy stanów dynamicznych silnika szeregowego w przypadku regulacji przez zmianę liczby zwojów stojana i przez bocznikowanie uzwojenia stojana prowadzi do odpowiednio bardziej skomplikowanych wzorów.

6.3. MASZYNA OBCOWZBUDNA Z DOZWOJENIEM SZEREGOWYM

6.3.1. Prądnica obcowzbudna z dozwojeniem szeregowym

6.3.1.1. Równania równowagi

Model prądnicy prądu stałego obcowzbudnej z dozwojeniem szeregowym połączonej na współdziałanie przepływów wzbudzenia przedstawia rys. 6.41. Z układu połączeń wynikają równania więzów

$$\left. \begin{aligned} u_a &= u_q^r + u_{da}^s \\ i_a &= i_q^r = i_{da}^s \end{aligned} \right\} \quad (6.138)$$