

## 5. TRANSFORMATORY

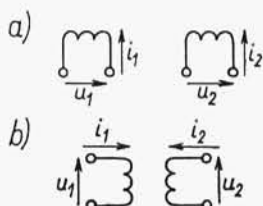
### 5.1. RÓWNANIA RÓWNOWAGI TRANSFORMATORA JEDNOFAZOWEGO

Model transformatora jednofazowego powstaje z pokazanego na rys. 4.1 modelu ogólnego maszyny elektrycznej przez przyjęcie następujących uproszczeń:

- prędkość kątowna wirnika jest równa zero ( $\omega' = 0$ ), co powoduje, że transformator jest urządzeniem statycznym;
- wszystkie uzwojenia umieszczone są w jednej osi (obojętnie czy w osi  $d$ , czy w osi  $q$ ).

Liczba uzwojeń umieszczonych w jednej osi może być dowolna. Najczęściej budowane i stosowane są transformatory dwuuzwojeniowe. Zamiast indeksów  $r$  oraz  $s$  stosuje się indeksy 1 oraz 2.

Model transformatora jednofazowego dwuuzwojeniowego wynikający z uproszczeń modelu ogólnego maszyny elektrycznej pokazano na rys. 5.1a, a model przyjmowany często przy fizycznym opisie zjawisk występujących w takim transformatorze na rys. 5.1b.



Rys. 5.1. Model transformatora dwuuzwojeniowego

Można nie zakładać z góry kierunku przepływu energii, tzn. nie ustalać, które z uzwojeń jest pierwotne, a które wtórne i przyjąć, jak w odbiorniku, że prądy wpływają do początków obu uzwojeń.

Równania bilansu sił po zastąpieniu symbolu  $\frac{d}{dt}$  przez  $s$  otrzymane z odpowiednich uproszczeń układu równań (4.19), albo napisane wprost dla modelu

z rys. 4.2 mają postać

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_1 s & Ms \\ Ms & R_2 + L_2 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

W równaniu (5.1) wprowadzono indukcyjności:

– indukcyjność obwodu pierwszego

$$L_1 = z_1^2 A_1 \quad (5.2)$$

– indukcyjność obwodu drugiego

$$L_2 = z_2^2 A_2 \quad (5.3)$$

– indukcyjność wzajemna

$$M = z_1 z_2 A_{12} \quad (5.4)$$

przy czym:  $z_1, z_2$  – liczba zwojów uzwojenia 1, 2;  $A_1, A_2$  – permeancja dla strumienia całkowitego wywołanego prądem w uzwojeniu 1, 2;  $A_{12}$  – permeancja dla strumienia wywołanego prądem w uzwojeniu 1 (albo 2) skojarzonego z uzwojeniem 2 (albo 1).

W transformatorkach także w stanach ustalonych napięcia i prądy są zmienne w czasie (np. sinusoidalnie). Stany ustalone w transformatorze powinny być więc ściślej nazywane stanami niby-ustalonymi albo quasi-stacjonarnymi. Wartość quasi-stacjonarną danej wielkości można oznaczyć  $x_0(t)$ , a przyrosty  $\Delta x(t)$ . Wartości quasi-stacjonarne wielkości o przebiegach sinusoidalnych mają postać  $x_0(t) = X_{0m} \sin(\omega t + \alpha)$ . Przyrosty  $\Delta x(t)$  mogą mieć przebieg bardziej złożony i nie mogą być wyrażone w tak prosty sposób. Z ogólnych równań (5.1) otrzymuje się równania dla stanów quasi-stacjonarnych

$$\begin{bmatrix} u_{10}(t) \\ u_{20}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_1 s & Ms \\ Ms & R_2 + L_2 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{10}(t) \\ i_{20}(t) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

gdzie  $s$  zastępuje formalnie symbol  $\frac{d}{dt}$ , oraz formalnie analogiczne równania dla przyrostów w stanach dynamicznych w zapisie operatorowym

$$\begin{bmatrix} \Delta U_1(s) \\ \Delta U_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_1 s & Ms \\ Ms & R_2 + L_2 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_1(s) \\ \Delta I_2(s) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Parametry układu równań (5.1) można przeliczyć na dowolną liczbę podstawową zwojów  $z_p$ . Macierze impedancji tych układów mnoży się dwustronnie przez macierz jednostkową

$$[1] = \begin{bmatrix} \frac{z_1}{z_p} & 0 \\ 0 & \frac{z_2}{z_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{z_p}{z_1} & 0 \\ 0 & \frac{z_p}{z_2} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Stąd

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{z_1}{z_p} & 0 \\ 0 & \frac{z_2}{z_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{z_p}{z_1} & 0 \\ 0 & \frac{z_p}{z_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 + L_1 s & M_s \\ M_s & R_2 + L_2 s \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} \frac{z_p}{z_1} & 0 \\ 0 & \frac{z_p}{z_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{z_1}{z_p} & 0 \\ 0 & \frac{z_2}{z_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Ponieważ

$$\begin{bmatrix} \frac{z_p}{z_1} & 0 \\ 0 & \frac{z_p}{z_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 + L_1 s & M_s \\ M_s & R_2 + L_2 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{z_p}{z_1} & 0 \\ 0 & \frac{z_p}{z_2} \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} \left(\frac{z_p}{z_1}\right)^2 (R_1 + L_1 s) & \frac{z_p^2}{z_1 z_2} M_s \\ \frac{z_p^2}{z_1 z_2} M_s & \left(\frac{z_p}{z_2}\right)^2 (R_2 + L_2 s) \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

wobec tego po wprowadzeniu oznaczeń

$$R'_1 = \left(\frac{z_p}{z_1}\right)^2 R_1; \quad L'_1 = \left(\frac{z_p}{z_1}\right)^2 L_1$$

$$R'_2 = \left(\frac{z_p}{z_2}\right)^2 R_2; \quad L'_2 = \left(\frac{z_p}{z_2}\right)^2 L_2$$

$$M' = \frac{z_p^2}{z_1 z_2} M$$

otrzymuje się

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{z_1}{z_p} & 0 \\ 0 & \frac{z_2}{z_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R'_1 + L'_1 s & M' s \\ M' s & R'_2 + L'_2 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{z_1}{z_p} & 0 \\ 0 & \frac{z_2}{z_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

a po pomnożeniu lewostronnie obu stron układu równań (5.10) przez macierz

$$\begin{bmatrix} \frac{z_p}{z_1} & 0 \\ 0 & \frac{z_p}{z_2} \end{bmatrix}$$

otrzymuje się

$$\begin{bmatrix} u'_1 \\ u'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R'_1 + L'_1 s & M's \\ M's & R'_2 + L'_2 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_1 \\ i'_2 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

gdzie

$$u'_1 = g_1 u_1; \quad u'_2 = g_2 u_2$$

$$i'_1 = \frac{1}{g_1} i_1; \quad i'_2 = \frac{1}{g_2} i_2;$$

$$g_1 = \frac{z_p}{z_1}; \quad g_2 = \frac{z_p}{z_2}$$

Najczęściej jako liczbę podstawową zwojów przyjmuje się jedną z rzeczywiście występujących liczb zwojów w transformatorze, np.  $z_p = z_1$ . Wtedy

$$g_1 = 1; \quad g_2 = \frac{z_1}{z_2} = g$$

$$u'_1 = u_1; \quad i'_1 = i_1; \quad u'_2 = g u_2; \quad i'_2 = \frac{1}{g} i_2$$

$$R'_1 = R_1; \quad L'_1 = L_1; \quad R'_2 = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 R_2;$$

$$L'_2 = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 L_2; \quad M' = \frac{z_1}{z_2} M$$

oraz

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_1 s & M's \\ M's & R'_2 + L'_2 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i'_2 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Wielkość  $g$  nazywa się *przekładnią transformatora*. W praktyce najczęściej za przekładnię transformatora przyjmuje się  $g = z_g/z_d$  ( $z_g$  – liczba zwojów górnych, tj. liczba zwojów uzwojenia o napięciu wyższym;  $z_d$  – liczba zwojów dolnych, tj. liczba zwojów uzwojenia o napięciu niższym) niezależnie od tego, który obwód jest pierwotny, a który wtórny.

Z równań napięć (5.12), będących we współrzędnych uogólnionych równaniami sił, można otrzymać równania prądów (uogólnionych prędkości).

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i'_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(R_1 + L_1 s)(R'_2 + L'_2 s) - (M's)^2} \begin{bmatrix} R'_2 + L'_2 s & -M's \\ -M's & R_1 + L_1 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u'_2 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Układy równań (5.12) i (5.13) są podstawowymi układami równań transformatora jednofazowego dwuuzwojeniowego zarówno w stanach quasi-stacjonarnych, jak i dynamicznych. Dla stanów quasi-stacjonarnych

$$\begin{bmatrix} u_{10}(t) \\ u'_{20}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_1 s & M's \\ M's & R'_2 + L'_2 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{10}(t) \\ i'_{20}(t) \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

oraz

$$\begin{bmatrix} i_{10}(t) \\ i'_{20}(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{(R_1 + L_1 s)(R'_2 + L'_2 s) - (M's)^2} \begin{bmatrix} R'_2 + L'_2 s & -M's \\ -M's & R_1 + L_1 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{10}(t) \\ u'_{20}(t) \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

gdzie  $s = \frac{d}{dt}$ .

Dla przyrostów w stanach dynamicznych układy równań (5.12) i (5.13) w zapisie operatorowym przybierają postać

$$\begin{bmatrix} \Delta U_1(s) \\ \Delta U'_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + L_1 s & M's \\ M's & R'_2 + L'_2 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_1(s) \\ \Delta I'_2(s) \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

oraz

$$\begin{bmatrix} \Delta I_1(s) \\ \Delta I'_2(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{(R_1 + L_1 s)(R'_2 + L'_2 s) - (M's)^2} \begin{bmatrix} R'_2 + L'_2 s & -M's \\ -M's & R_1 + L_1 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_1(s) \\ \Delta U'_2(s) \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

albo

$$\begin{bmatrix} \Delta I_1(s) \\ \Delta I'_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1(s)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z'_2(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_1(s) - K'_2(s) \Delta U'_2(s) \\ \Delta U'_2(s) - K_1(s) \Delta U_1(s) \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

gdzie:  $Z_1(s)$  – impedancja operatorowa widziana od strony pierwotnej przy zwartych zaciskach wtórnych

$$Z_1(s) = R_1 + L_{11} s + K'_2(s) (R'_2 + L'_{12} s) \quad (5.19)$$

$Z'_2(s)$  – odniesiona do strony pierwotnej impedancja operatorowa widziana od strony wtórnej przy zwartych zaciskach pierwotnych

$$Z'_2(s) = R'_2 + L'_{12} s + K_1(s) (R_1 + L_{11} s) \quad (5.20)$$

$K_1(s), K'_2(s)$  – współczynniki

$$K_1(s) = \frac{M's}{R_1 + L_1 s} \quad (5.21)$$

$$K'_2(s) = \frac{M's}{R'_2 + L'_2 s} \quad (5.22)$$

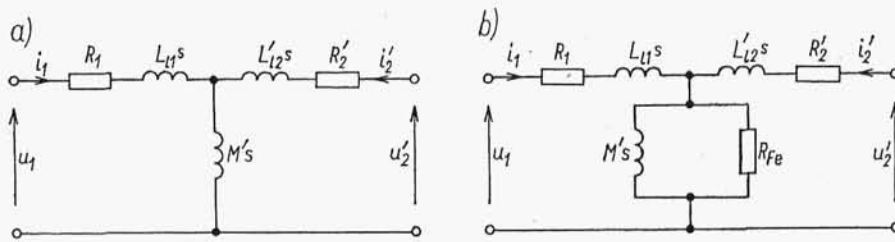
$L'_{11}$  – indukcyjność rozproszenia obwodu 1, tzn. indukcyjność odpowiadająca permeancji na drodze strumienia rozproszenia uzwojenia 1

$$L_{11} = L_1 - M' \quad (5.23)$$

$L'_{12}$  – odniesiona do obwodu 1 indukcyjność rozproszenia obwodu 2, tzn. odniesiona do obwodu 1 indukcyjność odpowiadająca permeancji na drodze strumienia rozproszonego uzwojenia 2

$$L'_{12} = L'_2 - M' \quad (5.24)$$

Opisowi matematycznemu transformatora za pomocą układów równań (5.12) ÷ (5.18) i określeń (5.19) ÷ (5.24) odpowiada schemat zastępczy z rys. 5.2a. Schemat ten nie uwzględnia strat w rdzeniu podobnie, jak nie uwzględnia tych strat także model z rys. 5.1. Dla uwzględnienia strat w rdzeniu należy w modelu z rys. 5.1 dać jeszcze jeden obwód zamknięty, którego parametry odpowiadałyby parametrom obwodu zastępującego zwarte obwody w rdzeniu. Schemat zastępczy transformatora z uwzględnieniem strat w rdzeniu pokazano na rys. 5.2b. Jeżeli założyć, że obwód 1 jest obwodem zasilanym (odbiornikiem), a obwód 2 – obwodem zasilającym dalsze elementy systemu (źródłem), to można zmienić kierunek prądu  $i'_2$ . Wtedy schemat zastępczy transformatora z rys. 5.2b jest identyczny z omówionym w rozdz. 3.2.3.4, schematem zastępczym transformatora pokazanego na rys. 3.20.



Rys. 5.2. Schemat zastępczy transformatora

W transformatorach energetycznych spadki napięć na rezystancjach są zwykle bardzo małe w porównaniu ze spadkami napięć na indukcyjnościach. Dlatego w mianownikach wzorów (5.21) i (5.22) można pominąć rezystancje. Wtedy

$$K_1(s) = K_1 = \frac{M'}{L_1} \quad (5.25)$$

$$K'_2(s) = K'_2 = \frac{M'}{L'_2} \quad (5.26)$$

a układ równań (5.18) i impedancje operatorowe określone wzorami (5.19) i (5.20) odpowiednio upraszczają się. Wobec  $L'_{12} \ll M'$  i  $L_{11} \ll M'$  można w dalszym uproszczeniu przyjąć  $L_1 = L_{11} + M' \approx M'$  oraz  $L'_2 = L'_{12} + M' \approx M'$ . Wtedy

$$K_1(s) = K_1 = 1 \quad (5.27)$$

$$K'_2(s) = K'_2 = 1 \quad (5.28)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta I_1(s) \\ \Delta I'_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1(s)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z'_2(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_1(s) - \Delta U'_2(s) \\ \Delta U'_2(s) - \Delta U_1(s) \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

$$Z_1(s) = Z'_2(s) = Z_{z1}(s) \quad (5.30)$$

przy czym:

– impedancja operatorowa zwarciowa

$$Z_{z1}(s) = R_{z1} + L_{z1} s \quad (5.31)$$

– rezystancja zwarciowa

$$R_{z1} = R_1 + R'_2 \quad (5.32)$$

– indukcyjność zwarciowa

$$L_{z1} = L_{11} + L'_{12} \quad (5.33)$$

Układy równań (5.12) i (5.13) są układami ogólnych równań równowagi, które mogą być stosowane do badania przebiegów w transformatorze jednofazowym zarówno w stanach ustalonych, jak i nieustalonych oraz przy napięciach sinusoidalnych i odkształconych. Układy równań (5.16)÷(5.18) są układami dokładnych przyrostowych równań równowagi, a układ równań (5.29) jest układem uproszczonych równań równowagi, stosowanym do badania przyrostu wielkości w stanach dynamicznych.

Szczególnym przypadkiem pracy transformatora jest jego praca przy zasilaniu napięciem sinusoidalnym, co jest typowym stanem pracy transformatorów energetycznych. Stanem nibyustalonym (quasi-statycznym) transformatora, zwanym dalej po prostu *stanem ustalonym*, jest stan pracy przy stałych wartościach amplitud (albo wartości skutecznych). Wtedy w operatorowych równaniach równowagi zamiast operatora zespolonego  $s$  można stosować operator  $j\omega$ .

Na podstawie formalnego podobieństwa między układami równań (5.15) dla stanów quasi-statycznych i (5.17) dla przyrostów w stanach dynamicznych można analogicznie do układu równań operatorowych (5.18) napisać układ równań w zapisie symbolicznym dla stanów ustalonych

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{10} \\ \underline{I}'_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\underline{Z}_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\underline{Z}'_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 - \underline{K}'_2 \underline{U}'_2 \\ \underline{U}'_2 - \underline{K}_1 \underline{U}_1 \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

w którym:  $\underline{Z}_1$  – impedancja zespolona widziana od strony pierwotnej przy zwartych zaciskach wtórnych

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{11} + \frac{jX_f(R'_2 + jX'_{12})}{R'_2 + j(X'_{12} + X_f)} \quad (5.35)$$

$\underline{Z}'_2$  – odniesiona do obwodu pierwotnego impedancja zespolona widziana od strony wtórnej przy zwartych zaciskach pierwotnych

$$\underline{Z}'_2 = R'_2 + jX'_{12} + \frac{jX_f(R_1 + jX_{11})}{R_1 + j(X_{11} + X_f)} \quad (5.36)$$

$\underline{K}_1, \underline{K}_2$  – współczynniki

$$\underline{K}_1 = \frac{jX_f}{R_1 + j(X_{l1} + X_f)} \quad (5.37)$$

$$\underline{K}'_2 = \frac{jX_f}{R'_2 + j(X'_{l2} + X_f)} \quad (5.38)$$

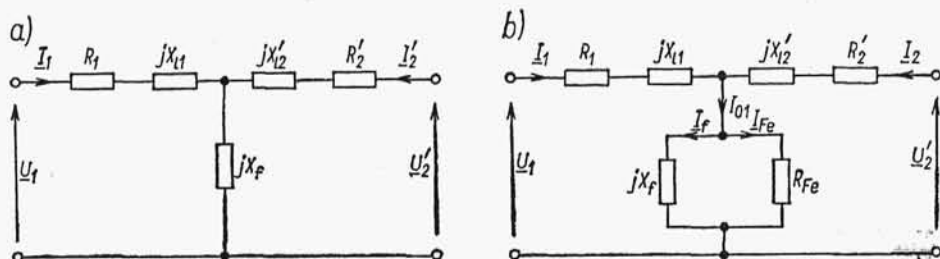
$X_{l1}, X_{l2}$  – reaktancja rozproszenia uzwojenia pierwotnego i wtórnego

$$X_{l1} = \omega L_{l1} \quad (5.39)$$

$$X_{l2} = \omega L_{l2} \quad (5.40)$$

$X_f$  – reaktancja magnesowania

$$X_f = \omega M' \quad (5.41)$$



Rys. 5.3. Schemat zastępczy transformatora zasilanego napięciem sinusoidalnym

Na rysunku 5.3a pokazano schemat zastępczy transformatora zasilanego napięciem sinusoidalnym, odpowiadający układowi równań (5.34), czyli schemat transformatora bez strat w rdzeniu, a na rys. 5.3b schemat zastępczy transformatora zasilanego napięciem sinusoidalnym z uwzględnieniem strat w rdzeniu.

## 5.2. STAN USTALONY

### 5.2.1. Stan jałowy

W stanie jałowym jest  $I_2 = 0$ . Wtedy z drugiego równania układu (5.34) wyznacza się

$$\underline{U}_2 = \underline{K}_1 \underline{U}_1$$

a po podstawieniu tej zależności do pierwszego równania tego układu wyznacza się

$$\underline{I}_1 = \underline{U}_1 \frac{1 - \underline{K}_1 \underline{K}'_2}{\underline{Z}_1} \quad (5.42)$$

Korzystając z oznaczeń (5.35), (5.37) i (5.38) otrzymuje się

$$\frac{1 - \underline{K}_1 \underline{K}'_2}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{R_1 + j(X_{l1} + X_f)}$$



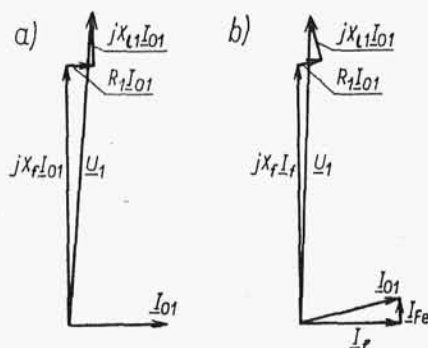
więc prąd w stanie jałowym przy zasilaniu transformatora od strony  $I$  jest następujący:

$$\underline{I}_{01} = \frac{\underline{U}_1}{R_1 + j(X_{11} + X_f)} \quad (5.43)$$

a napięcie pierwotne w stanie jałowym

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_{01} + jX_{11} \underline{I}_{01} + jX_f \underline{I}_{01} \quad (5.44)$$

Przedstawiony na rys. 5.4a wykres wektorowy transformatora w stanie jałowym odpowiada równaniu (5.44) i schematowi zastępczemu z rys. 5.3a nie uwzględniającemu strat w rdzeniu.



Rys. 5.4. Wykres wektorowy transformatora w stanie jałowym

Schematowi zastępczemu z rys. 5.3b, uwzględniającemu straty w rdzeniu, wydzielające się na elemencie  $R_{Fe}$ , odpowiada wykres wektorowy z rys. 5.4b. Prąd  $\underline{I}_{Fe}$  odpowiadający stratom w rdzeniu jest prawie równy składowej czynnej prądu jałowego  $\underline{I}_{0w}$  zaznaczonej na rys. 3.20, ponieważ w stanie jałowym straty w uzwojeniu są pomijalnie małe w porównaniu ze stratami w rdzeniu.

Równania napięć i prądów dla tego przypadku mają postać

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_{01} + jX_{11} \underline{I}_{01} + jX_f \underline{I}_f \quad (5.45)$$

$$\underline{I}_{01} = \underline{I}_f + \underline{I}_{Fe} \quad (5.46)$$

Zawsze jest  $R_1 < X_{11} \ll X_f$  i można w przybliżeniu pomijać napięcia  $R_1 \underline{I}_{01}$  i  $X_{11} \underline{I}_{01}$  wobec napięcia  $X_f \underline{I}_f$ . Wtedy

$$jX_f \underline{I}_f = \underline{U}_1$$

$$\underline{K}_1 = 1$$

więc

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2'$$

oraz

$$\underline{Z}_1 = jX_f$$

Ostatnia, równość jest prawie ścisła.

Wprowadza się pojęcie *napięcia indukowanego przez strumień główny* (skojarzony z obydwoma uzwojeniami), często zwanego krótko *napięciem indukowanym*

$$\underline{U}_{if} = jX_f \underline{I}_f = j\omega M' \underline{I}_f \quad (5.47)$$

Zapisowi symbolicznemu we wzorze (5.47) odpowiada zapis czasowy (wartości chwilowe)

$$u_{if} = M' \frac{di_f}{dt} \quad (5.48)$$

Jeśli prąd magnesujący zmienia się sinusoidalnie

$$i_f = I_{fm} \sin \omega t$$

to

$$u_{if} = \omega M' I_{fm} \cos \omega t \quad (5.49)$$

Na podstawie wzoru (5.4) i zależności

$$M' = \frac{z_1}{z_2} M$$

indukcyjność

$$M' = z_1^2 \Lambda_{12} \quad (5.50)$$

Amplituda przepływu magnesującego

$$\Theta_{fm} = z_1 I_{fm} \quad (5.51)$$

a amplituda strumienia głównego

$$\Phi_f = \Theta_{fm} \Lambda_{12} \quad (5.52)$$

Ze wzorów (5.49) ÷ (5.52) otrzymuje się zależność

$$u_{if} = \omega z_1 \Phi_f \cos \omega t \quad (5.53)$$

identyczną z zależnościami otrzymanymi z fizycznego opisu zjawisk zachodzących w transformatorze znajdującym się w stanie jałowym, przedstawionych w p. 3.2.2

Przy przyjęciu liniowości obwodu magnetycznego, czyli przy  $\Lambda_{12} = \text{const.}$  otrzymuje się prostoliniowe zależności

$$u_{if} = c i_f$$

$$U_{if} = c I_f$$

W rzeczywistości ze wzrostem nasycenia magnetycznego permeancja  $\Lambda_{12}$  i indukcyjność  $M'$  maleją.

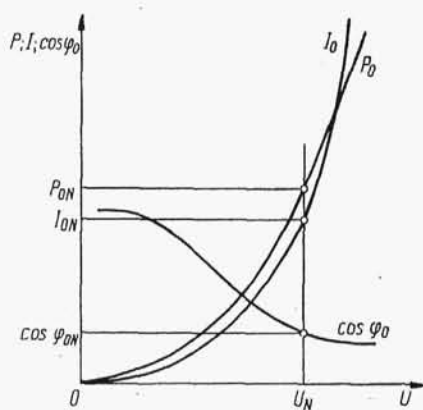
Przy liniowym obwodzie magnetycznym kosinusoidalnemu (sinusoidalnemu) przebiegowi napięcia indukowanego odpowiada sinusoidalny (kosinusoidalny) przebieg prądu magnesującego. Napięcie indukowane strumieniem głównym  $u_{if}$  bardzo

niewiele różni się od napięcia  $u_1$ . Bardzo często (np. przy pracy transformatora w systemie energetycznym) napięcie  $u_1$  ma przebieg sinusoidalny, a więc i napięcie  $u_{1f}$  ma przebieg prawie sinusoidalny. Przy nieliniowym obwodzie magnetycznym prąd magnesujący zawiera wyższe harmoniczne pokazane na rys. 3.11c.

W punkcie 3.2.3.3 omówiono wyższe harmoniczne występujące w prądzie magnesującym i napięciu indukowanym w transformatorach jednofazowych i w transformatorach trójfazowych mających różne rodzaje połączeń uzwojeń.

W modelu transformatora (rys. 5.1) i na schematach zastępczych (rys. 5.2a i 5.3a) nie ma elementów odpowiadających stratom w rdzeniu. Dlatego równania odpowiadające temu modelowi nie nadają się do rozpatrywania strat w rdzeniu transformatora, które w stanie jałowym są prawie równe stratom całkowitym. Straty transformatora w stanie jałowym omówiono w p. 3.2.2.3.

Charakterystykami stanu jałowego transformatora nazywa się przebiegi wartości strat jałowych (albo mocy jałowej), prądu jałowego i współczynnika mocy stanu jałowego w funkcji napięcia, czyli zależności  $P_0 = f(U)$ ,  $I_0 = f(U)$ ,  $\cos \varphi_0 = f(U)$  pokazane na rys. 5.5.



Rys. 5.5. Charakterystyki stanu jałowego transformatora

Zależność  $P_0 = f(U) \approx cU^2$  ma przebieg paraboliczny. Stratom  $P_0$  odpowiada składowa czynna prądu jałowego

$$I_{0w} = c_1 \frac{P_0}{U} = cU$$

Prąd  $I_{0w}$  jest mały w porównaniu z prądem magnesującym, więc prąd jałowy

$$I_0 = \sqrt{I_f^2 + I_{0w}^2}$$

ma przebieg zbliżony do przebiegu prądu magnesującego  $I_f = f(U)$ . Przebieg zależności  $\cos \varphi_0 = f(U)$  wynika z przebiegu  $I_{0w} = f(U)$  oraz  $I_f = f(U)$ .

Przy napięciu znamionowym  $U_N$  zwykle (w transformatorach energetycznych)  $I_{fNrel} < 0,01$  oraz  $\cos \varphi_{0N} < 0,1$ .

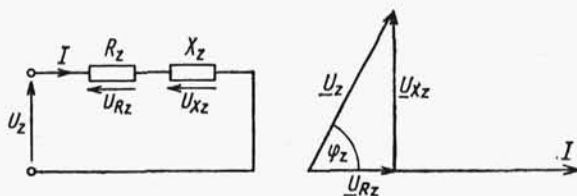
### 5.2.2. Stan zwarcia ustalonego symetrycznego

W stanie zwarcia ustalonego jest  $\underline{U}_2 = 0$ ,  $\underline{U}_1 = \text{const}$ . Wtedy na podstawie pierwszego równania układu równań (5.34) prąd zwarciov

$$\underline{I}_{z1} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{z1}} \quad (5.54)$$

przy czym przy symbolach oznaczających poszczególne wielkości zostały dopisane indeksy z dla odniesienia tych wielkości do stanu zwarcia.

Na rysunku 5.6 przedstawiono schemat zastępczy i wykres wektorowy transformatora w stanie zwarcia.



Rys. 5.6. Schemat zastępczy i wykres wektorowy transformatora w stanie zwarcia ustalonego

Ponieważ  $R'_2 < \omega L'_{12} \ll \omega M'$ , zatem w mianowniku wzoru (5.35) można zostawić tylko  $jX_f$ , a wtedy impedancja zwarciova pierwotna (przy zwarcich zaciskach wtórnych)

$$\underline{Z}_{z1} = R_1 + jX_{11} + R'_2 + jX'_{12}$$

albo

$$\underline{Z}_{z1} = R_{z1} + jX_{z1}$$

przy czym rezystancja zwarciova pierwotna

$$R_{z1} = R_1 + R'_2$$

a reaktancja zwarciova pierwotna

$$X_{z1} = X_{11} + X'_{12}$$

Inaczej impedancja zwarciova  $Z_z = \sqrt{R_z^2 + X_z^2}$ .

W stanie zwarcia straty w transformatorze równe są prawie dokładnie stratom w uzwojeniu, którego parametry ( $R$  oraz  $L$ ) wchodzą do modelu transformatora i odpowiednio do równań równowagi. Dlatego model transformatora i odpowiadające temu modelowi równania równowagi nadają się do rozpatrywania strat transformatora przy zwarcu z tym, że rezystancja uzwojeń musi uwzględniać nierównomierność rozkładu gęstości prądu w przekroju przewodu uzwojenia.

Ponieważ  $X_{11}$  i  $X_{12}$  oznaczają reaktancje odpowiadające permeancjom o stałych wartościach na drodze strumienia rozproszonego uzwojenia 1 i uzwojenia 2, to  $X_{z1} = \text{const}$  oraz  $Z_{z1} = \text{const}$ . W stanie zwarcia transformator jest ele-

mentem liniowym, nie powodującym powstawania harmonicznych, tzn. na wymuszenie sinusoidalne dającym odpowiedź sinusoidalną (albo kosinusoidalną). Przyjmuje się definicję:

- napięcie zwarcia  $U_z$  – napięcie na zaciskach pierwotnych transformatora zwartego, przy którym płynie prąd znamionowy  $I_N$ ;
- prąd zwarcia  $I_z$  – prąd płynący w transformatorze zwartym pod wpływem napięcia znamionowego  $U_N$ .

Wobec  $Z_z = \text{const}$

$$U_z = Z_z I_N$$

$$U_N = Z_z I_z$$

stąd

$$U_{z \text{ rel}} = \frac{1}{I_{z \text{ rel}}} \quad (5.55)$$

przy czym:  $U_{z \text{ rel}} = U_z/U_N$  – wartość względna napięcia zwarcia;  $I_{z \text{ rel}} = I_z/I_N$  – wartość względna prądu zwarcia, co można sformułować słownie: wartość względna napięcia zwarcia jest równa odwrotności wartości względnej prądu zwarcia w transformatorze.

Podobnie

$$U_{Rz} = R_z I_N = U_z \cos \varphi_z \text{ – napięcie zwarcia czynne,}$$

$$U_{Xz} = X_z I_N = U_z \sin \varphi_z \text{ – napięcie zwarcia bierne.}$$

Kąt zwarcia jest określony zależnością

$$\text{tg } \varphi_z = \frac{X_z}{R_z} \quad (5.56)$$

Impedancja znamionowa

$$Z_N = \frac{U_{N \text{ ph}}}{I_{N \text{ ph}}} \quad (5.57)$$

przy czym:  $U_{N \text{ ph}}$  – napięcie znamionowe fazowe;  $I_{N \text{ ph}}$  – prąd znamionowy fazowy. Wartość względna impedancji zwarcia

$$Z_{z \text{ rel}} = \frac{Z_z}{Z_N} = \frac{Z_z I_{N \text{ ph}}}{Z_N I_{N \text{ ph}}} = \frac{U_z}{U_N} = U_{z \text{ rel}} \quad (5.58)$$

wartość względna rezystancji zwarcia

$$R_{z \text{ rel}} = \frac{R_z}{Z_N} = U_{Rz \text{ rel}} \quad (5.59)$$

wartość względna reaktancji zwarcia

$$X_{z \text{ rel}} = \frac{X_z}{Z_N} = U_{Xz \text{ rel}} \quad (5.60)$$

przy czym:  $U_{R_{zrel}}$ ,  $U_{X_{zrel}}$  – odpowiednio wartość względna napięcia zwarcia czynnego albo biernego. Można także wartości napięcia zwarcia, napięcia zwarcia czynnego i napięcia zwarcia biernego transformatora trójfazowego wyrazić za pomocą związków

$$U_{z\%} = \frac{Z_z I_{Nph}}{U_{Nph}} 100 = \frac{U_{Nph} I_{Nph}}{U_{Nph}^2} Z_z 100 = \frac{S_N}{3U_{Nph}^2} Z_z 100 \quad (5.61)$$

$$U_{R_z\%} = \frac{S_N}{3U_{Nph}^2} R_z 100 \quad (5.62)$$

$$U_{X_z\%} = \frac{S_N}{3U_{Nph}^2} X_z 100 \quad (5.63)$$

w których  $S_N$  – moc pozorna znamionowa.

Ze wzrostem mocy znamionowej zwiększają się wymiary transformatora. Wtedy  $R_z$  maleje, bo długość przewodu wzrasta (w przybliżeniu) proporcjonalnie do wymiaru liniowego  $l$  transformatora, a przekrój przewodu – proporcjonalnie do  $l^2$ . Odpowiednio do tego  $X_z$  zwiększa się, bo  $X_z = \omega L_l$  ( $L_l$  – indukcyjność odpowiadająca permeancji na drodze strumienia rozproszonego), a  $L_l$  zwiększa się, ponieważ przekrój drogi strumienia rozproszonego wzrasta proporcjonalnie do  $l^2$ , a długość drogi strumienia rozproszonego – proporcjonalnie do  $l$ . Dlatego ze wzrostem mocy transformatora  $\cos \varphi_z = \frac{R_z}{\sqrt{R_z^2 + X_z^2}}$  maleje. W dużych transformatorach jest zwykle  $\cos \varphi_z < 0,1$ .

Reaktancja zwarcia  $X_z$  jest większa od rezystancji zwarcia  $R_z$ , więc ze wzrostem napięcia znamionowego i mocy znamionowej transformatora wzrastają  $Z_{zrel}$  i  $U_{zrel}$ . Przy  $S_N = 100 \text{ MV} \cdot \text{A}$  napięcie zwarcia  $U_{zrel} \approx 0,1$ , czyli  $I_{zrel} \approx 10$ . Tak duża wartość prądu zwarcia jest niebezpieczna (cieplnie i dynamicznie) i dlatego transformator w systemie energetycznym musi być odpowiednio zabezpieczony.

W stanie zwarcia transformatora moc pobrana równa się stratom zwarciovym  $P_z$ , zwanym stratami obciążeniowymi albo stratami w uzwojeniu (miedzi)  $P_{Cu}$ , przy czym

$$P_{Cu} = P_{Cu p} + P_{Cu d} \quad (5.64)$$

gdzie:  $P_{Cu p}$  – straty w uzwojeniu podstawowe, które wydzielilyby się przy danym prądzie, gdyby gęstość prądu w całym przekroju przewodu była jednakowa, jak przy prądzie stałym;  $P_{Cu d}$  – straty w uzwojeniu dodatkowe, powstające na skutek niejednakowej gęstości prądu.

Straty w uzwojeniu podstawowe

$$P_{Cu p} = R_{z-} I^2$$

przy czym

$$R_{z-} = R_{1-} + 9^2 R_{2-}$$

$R_{1-}$ ,  $R_{2-}$  – rezystancje dla prądu stałego;  $\vartheta$  – przekładnia. W czasie pracy gęstość prądu w przekroju przewodu jest różna, odpowiadają temu straty w uzwojeniu dodatkowe

$$P_{Cu d} = P_{Cu} - P_{Cu p}$$

Współczynnik wzrostu strat na skutek nierównomiernego rozkładu prądu

$$k = \frac{P_{Cu}}{P_{Cu p}} = \frac{R_z}{R_{z-}}$$

Dla zmniejszenia strat dodatkowych w uzwojeniu przewód uzwojenia transformatora dzieli się na pewną liczbę równoległych przewodów elementarnych, połączonych na końcach i odpowiednio przeplecionych (rys. 3.6) dla otrzymania średnio jednakowego położenia każdego przewodu elementarnego w polu magnetycznym. Przy dobrze wykonanym przepleceniu jest  $k \approx 1,1$ .

Straty w uzwojeniu mierzone przy próbie zwarcia przy danej temperaturze pomiaru  $\vartheta_z$  (w stanie „zimnym”) należy przeliczyć do umownej temperatury odniesienia  $\vartheta_g$ , np.  $75^\circ\text{C}$  (w stanie „gorącym”). Straty podstawowe należy przeliczyć według wzoru

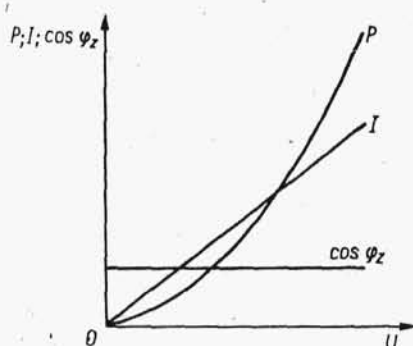
$$P_{Cu pg} = P_{Cu pz} \frac{235 + \vartheta_g}{235 + \vartheta_z} \quad (5.65)$$

w którym  $P_{Cu pz}$  – straty w uzwojeniu podstawowe w stanie zimnym, a straty dodatkowe należy przeliczyć według wzoru

$$P_{Cu dg} = P_{Cu dz} \frac{235 + \vartheta_z}{235 + \vartheta_g} \quad (5.66)$$

ponieważ nierównomierny rozkład prądu w przewodzie jest spowodowany powstawaniem prądów wirowych, których wartość ze wzrostem rezystywności maleje.

Zależność prądu, mocy i współczynnika mocy od napięcia w stanie zwarcia nazywa się *charakterystykami zwarcia* (rys. 5.7). Wobec  $Z_z = \text{const}$  prąd ma przebieg prostoliniowy. Straty w uzwojeniu (moc) są proporcjonalne do  $I^2$ , a wobec zależności  $I = cU$  także do  $U^2$ , więc  $P = cU^2$ , co oznacza przebieg paraboliczny. Ponieważ  $R_z = \text{const}$  i  $X_z = \text{const}$ , zatem  $\cos \varphi_z = \text{const}$ .



Rys. 5.7. Charakterystyki zwarcia transformatora

W stanie zwarcia występują także straty w elementach masywnych konstrukcyjnych. Są one jednak znacznie mniejsze od strat w uzwojeniach i w rozważaniach przybliżonych mogą być pominięte.

### 5.2.3. Stan obciążenia ustalonego symetrycznego

Zjawiska fizyczne występujące przy obciążeniu ustalonym symetrycznym transformatora omówiono w p. 3.2.3.4. Wykresy wektorowe transformatora obciążonego pokazano na rys. 3.21.

Stan obciążenia ustalonego transformatora jednofazowego może być przeanalizowany na podstawie rozwiązania układu równań (5.34) przy ustaleniu pewnych równań więzów. Można na przykład przyjąć  $\underline{I}_1 = \text{const}$ , czyli  $I_1 = \text{const}$  i  $\cos \varphi_1 = \text{const}$ . Można rozwiązać układ równań (5.34) w uproszczeniu, wynikającym z tego, że  $R_1 < X_{11} \ll X_f$  oraz  $R'_2 < X'_{12} \ll X_f$ . Wtedy w mianownikach wzorów (5.35)÷(5.38) można pozostawić tylko  $jX_f$ , wobec czego

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{z1} = R_{z1} + jX_{z1}$$

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}'_2$$

$$\underline{K}_1 = \underline{K}'_2 = 1$$

Wtedy równania układu (5.34) przybierają postać

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{z1} \underline{I}_1 &= \underline{U}_1 - \underline{U}'_2 \\ \underline{Z}'_2 \underline{I}'_2 &= \underline{U}'_2 - \underline{U}_1 \end{aligned} \right\} \quad (5.67)$$

Z pierwszego równania otrzymuje się np. wyrażenie na napięcie wtórne

$$\underline{U}'_2 = \underline{U}_1 - \underline{Z}_{z1} \underline{I}_1 \quad (5.68)$$

Jest to zależność identyczna z zależnościami uzyskanymi w p. 3.2.3.4, opisującymi stany obciążenia transformatora na podstawie fizycznego opisu zjawisk. Na podstawie analizy układu równań (5.34) albo uproszczonego układu równań (5.67) można uzyskać wszystkie wnioski, podane przy omawianiu obciążenia transformatora w p. 3.2.3.4.

Układ równań równowagi transformatora trójfazowego (przykładowe schematy połączeń pokazano na rys. 3.14÷3.17) jest podobny do układu równań (5.12) z tym, że jest to układ hipermacierzowy, tzn. poszczególne elementy macierzy występujących w zależności (5.12) są także macierzami. Taki układ równań umożliwia analizę zachowania się transformatora trójfazowego w stanach quasi-stacjonarnych i dynamicznych dla obciążeń symetrycznych i asymetrycznych. Prowadzenie obliczeń na podstawie tych równań jest skomplikowane. W prostszy sposób można tej analizy dokonać dla poszczególnych przypadków pracy transformatora trójfazowego. Analizę quasi-stacjonarnego obciążenia symetrycznego transformatora trójfazowego można wykonać jak analizę transformatora jednofazowego ponieważ w takim przypadku zjawiska w poszczególnych fazach przebiegają analogicznie do zjawisk w transformatorze jednofazowym z tym, że są one w poszczególnych fazach



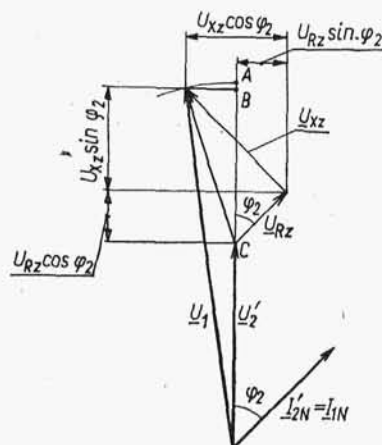
przesunięte względem siebie w czasie o  $t = \frac{2\pi}{3\omega}$ . Obciążenie asymetryczne transformatora trójfazowego może być analizowane w sposób podobny przy zastąpieniu asymetrycznego układu prądów przez trzy układy symetryczne (według p. 2.2).

Zarówno z analizy równań [np. równania (5.12)], jak i z wykresów wektorowych dla stanu obciążenia (rys. 3.21) widać, że wartość napięcia wtórnego i kierunek wektora tego napięcia zależy od wartości prądu wtórnego (i pierwotnego) oraz od wartości współczynnika mocy.

Wprowadza się definicję:

- *spadek napięcia*  $\Delta U$  jest to różnica algebraiczna między napięciem pierwotnym transformatora a odniesionym do obwodu pierwotnego napięciem wtórnym;
- *zmienność napięcia* jest to spadek napięcia przy obciążeniu prądem znamionowym  $I_N$  przy danym  $\cos \varphi_2$ , przy napięciu pierwotnym  $U_1 = U_{1N}$  i przy częstotliwości  $f = f_N$ .

Na rysunku 5.8 przedstawiono uproszczony wykres wektorowy transformatora przy pominięciu gałęzi poprzecznej w schemacie zastępczym. Zgodnie z tym



Rys. 5.8. Rysunek pomocniczy do wyznaczania zmienności napięcia

wykresem spadek napięcia  $\Delta U = \overline{AC}$ , a ponieważ  $\overline{AB} \ll \overline{BC}$ , zatem  $\Delta U \approx \overline{BC}$ . Stąd bezwzględna wartość spadku napięcia

$$\Delta U \approx U_{R_z} \cos \varphi_2 + U_{X_z} \sin \varphi_2 \quad (5.69)$$

i względna wartość

$$\Delta U_{rel} \approx U_{R_z rel} \cos \varphi_2 + U_{X_z rel} \sin \varphi_2 \quad (5.70)$$

Dokładniej

$$\Delta U_{rel} = U_{R_z rel} \cos \varphi_2 + U_{X_z rel} \sin \varphi_2 + \frac{1}{2} (U_{X_z rel} \cos \varphi_2 - U_{R_z rel} \sin \varphi_2)^2 \quad (5.71)$$

$$\Delta U_{\%} = U_{R_z \%} \cos \varphi_2 + U_{X_z \%} \sin \varphi_2 + \frac{1}{200} (U_{X_z \%} \cos \varphi_2 - U_{R_z \%} \sin \varphi_2)^2 \quad (5.72)$$

Spadki napięć  $U_{Rz}$  i  $U_{Xz}$  są wyznaczone przy prądzie  $I_N$ . Przy prądzie  $I = kI_N$  jest  $\Delta U_k = k \Delta U$ .

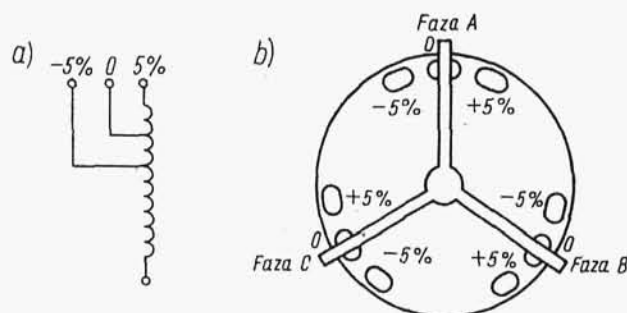
Wartość względna napięcia wtórnego odniesionego do obwodu pierwotnego wynosi

$$U'_{2rel} = 1 - \Delta U_{krel} \quad (5.73)$$

Przy obciążeniu indukcyjnym jest  $U'_2 < U'_{20}$ , przy obciążeniu pojemnościowym może być  $U'_2 > U'_{20}$ . Stąd wynika potrzeba regulacji, która może być zrealizowana w stanie beznapięciowym albo pod obciążeniem.

Regulację napięcia uzyskuje się przez zmianę przekładni, na ogół przez zmianę liczby zwojów górnych  $z_g$  (zmiana liczby zwojów  $z_g$  pozwala uzyskać większą dokładność niż zmiana liczby zwojów  $z_d$ , ponieważ  $z_g > z_d$ ).

Zasadę jednej z metod regulacji napięcia transformatora połączanego w gwiazdę w stanie beznapięciowym wyjaśnia rys. 5.9. Każde uzwojenie fazowe górnego napięcia, na końcówce przeznaczonej dołączenia w punkt gwiazdowy, ma



Rys. 5.9. Wyjaśnienie zasady regulacji napięcia transformatora połączanego w gwiazdę w stanie beznapięciowym: a) uzwojenie fazowe z wyprowadzonymi zaczepekami; b) zwieracz

wyprowadzone trzy zaczepek (rys. 5.9a). Po połączeniu w gwiazdę czynne są: znamionowa liczba zwojów (zaczepek 0) albo liczba zwojów zmniejszona o 5% (zaczepek -5%), albo liczba zwojów zwiększona o 5% (zaczepek +5%). Te zaczepek od wszystkich trzech faz są dołączone do odpowiednich zacisków na tarczy (rys. 5.9b) i zwierane przez zwieracz, w kształcie gwiazdy obracany za pomocą drążka, wystającego ponad każdą transformatora. Podczas obrotu następują albo przerwy albo zwarcia między zaciskami. Gdyby transformator był pod napięciem, oznaczałoby to upalenie styków albo zwarcie części zwojów. Dlatego przy tym sposobie regulacji transformator musi być odłączony od napięcia. W podobny sposób można zrealizować regulację napięcia w stanie beznapięciowym transformatora połączanego w trójkąt.

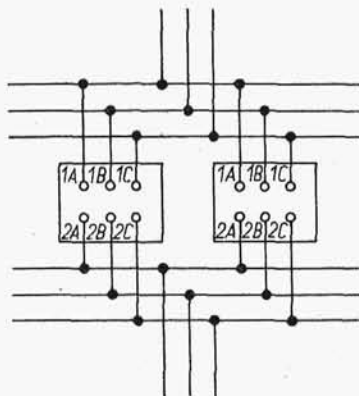
Przy regulacji napięcia pod obciążeniem w czasie przełączenia następuje zwarcie części zwojów przez impedancję, ograniczającą prąd zwarcia. Niezbędny

do tego przełącznik ma skomplikowaną budowę. Ten sposób regulacji stosuje się do transformatorów dużych, np. blokowych i sieciowych, a uzyskiwany zakres regulacji napięcia jest znacznie większy, np.  $\pm 20\%$ .

#### 5.2.4. Praca równoległa

Na rysunku 5.10 przedstawiono schemat ideowy połączeń transformatorów do pracy równoległej. Wyróżnia się następujące cechy poprawnej pracy równoległej transformatorów:

- (1) Przy biegu jałowym we wtórnych uzwojeniach nie płyną prądy.
- (2) Transformatory obciążają się proporcjonalnie do swoich mocy znamionowych.
- (3) Odpowiednie prądy transformatorów są ze sobą w fazie, czyli prąd w linii jest sumą arytmetyczną poszczególnych prądów transformatorów.



Rys. 5.10. Schemat ideowy połączeń transformatorów do pracy równoległej

Trójkąty napięć pierwotnych transformatorów są przylegające, ponieważ ich uzwojenia pierwotne są dołączone do wspólnych szyn zbiorczych. Dla zachowania pierwszej cechy prawidłowej pracy równoległej trzeba więc, aby trójkąty napięć wtórnych były przylegające. Stąd wynikają warunki:

- transformatory muszą należeć do odpowiednich grup połączeń (o tym samym przesunięciu godzinowym);
- napięcia wtórne muszą mieć takie same wartości, czyli przekładnie muszą być jednakowe (nie mogą się różnić od przekładni znamionowych więcej niż o  $0,5\%$ ).

Przy pracy równoległej spadki napięć na uzwojeniach wszystkich  $k$  transformatorów są jednakowe, więc

$$\underline{Z}_{z1} \underline{I}_1 = \underline{Z}_{z2} \underline{I}_2 = \dots = \underline{Z}_{zk} \underline{I}_k$$

czyli

$$Z_{z1} e^{j\varphi_{z1}} I_1 e^{j\varphi_1} = Z_{z2} e^{j\varphi_{z2}} I_2 e^{j\varphi_2} = \dots = Z_{zk} e^{j\varphi_{zk}} I_k e^{j\varphi_k}$$

przy czym:  $\varphi_z$  – kąt zwarcia określony wzorem (5.56);  $\varphi$  – kąt fazowy (między wektorem napięcia i wektorem prądu).

Stąd

$$Z_{z1} I_1 = Z_{z11} I_{11} = \dots = Z_{zk} I_k \quad (5.74)$$

$$\varphi_{z1} + \varphi_1 = \varphi_{z11} + \varphi_{11} = \dots = \varphi_{zk} + \varphi_k \quad (5.75)$$

Prądy są proporcjonalne do mocy pozornych, więc z zależności (5.74) otrzymuje się

$$S_1 : S_{11} : \dots : S_k = \frac{1}{Z_{z1}} : \frac{1}{Z_{z11}} : \dots : \frac{1}{Z_{zk}} \quad (5.76)$$

Każdy wyraz prawej strony wyrażenia (5.76) mnoży się przez  $\frac{U_N^2 I_{N1}}{I_{N1}}$  i stąd

$$S_1 : S_{11} : \dots : S_k = \frac{S_{N1}}{U_{zrel1}} : \frac{S_{N11}}{U_{zrel11}} : \dots : \frac{S_{Nk}}{U_{zrelk}} \quad (5.77)$$

Stąd moc przepływająca przez  $k$ -ty transformator

$$S_k = \frac{\sum_{i=1}^l S_i}{\sum_{i=1}^l \frac{S_{Ni}}{U_{zrel i}}} \cdot \frac{S_{Nk}}{U_{zrel k}} \quad (5.78)$$

Przy jednakowych napięciach zwarcia, czyli przy

$$U_{zrel1} = U_{zrel11} = \dots = U_{zrelk} \quad (5.79)$$

według wzoru (5.77)

$$S_1 : S_{11} : \dots : S_k = S_{N1} : S_{N11} : \dots : S_{Nk} \quad (5.80)$$

to znaczy transformatory obciążają się proporcjonalnie do swoich mocy znamionowych. Dopuszczalna odchyłka napięcia zwarcia wynosi 10%.

Aby odpowiednie prądy poszczególnych transformatorów były ze sobą w fazie musi być

$$\varphi_1 = \varphi_{11} = \dots = \varphi_k$$

a na podstawie wzoru (5.75) także

$$\varphi_{z1} = \varphi_{z11} = \dots = \varphi_{zk} \quad (5.81)$$

co oznacza, że kąty zwarcia poszczególnych transformatorów powinny być jednakowe. Ze wzrostem mocy transformatorów  $\varphi_z$  wzrasta, bo  $X_{zrel}$  zwiększa się. Dlatego warunek ten może być w przybliżeniu spełniony tylko przy stosunku mocy znamionowych nie większym, niż 3:1.

Stąd ostateczne cztery warunki jakie muszą spełniać transformatory trójfazowe przeznaczone do pracy równoległej:

- przynależność do odpowiednich grup połączeń (o tym samym przesunięciu godzinowym albo o różnym przesunięciu godzinowym i odpowiednim przyłączeniu końcówek do sieci);
- równość przekładni (dopuszczalna odchyłka nie większa niż 0,5%);
- równość napięć zwarcia (dopuszczalna odchyłka nie większa niż 10%);
- stosunek mocy znamionowych nie większy niż 3:1.

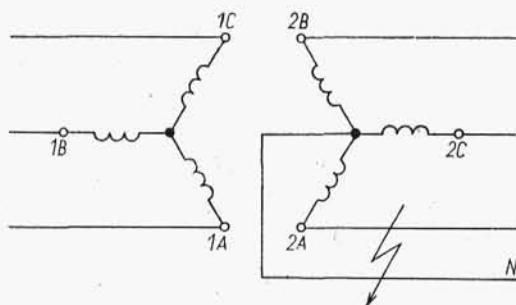
### 5.2.5. Obciążenie asymetryczne

Asymetryczny układ prądów fazowych  $I_A, I_B, I_C$  – zgodnie z rozważaniami w p. 2.2 – może być przekształcony w układ prądów składowych symetrycznych  $I_1, I_2, I_0$  (kolejności zgodnej, przeciwnej i zerowej) i odwrotnie według zależności

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (5.82)$$

przy czym macierz współczynników  $[C]$  jest określona wzorem (2.33), macierz odwrotna współczynników  $[C]^{-1}$  – wzorem (2.35), a współczynniki będące elementami tej macierzy są określone wzorami (2.31).

Prądy kolejności zgodnej i przeciwnej mogą płynąć przy każdym połączeniu transformatora i stanowią dla niego obciążenie symetryczne. Jeżeli np. przez asymetryczny odbiornik zostaną wymuszone prądy kolejności przeciwnej w uzwojeniu wtórnym, to płyną one także w uzwojeniu pierwotnym, przepływy tych prądów skompensują się, przepływy wypadkowe, strumienie i napięcia na zaciskach niewiele różnią się odpowiednio od przepływów, strumieni i napięć przy biegu jałowym i symetria napięciowa i magnetyczna transformatora nie jest naruszona. Prądy zerowe mogą być wymuszone przez odbiornik w transformatorze o wtórnym uzwojeniu połączonym w gwiazdę albo zygzak z przewodem zerowym przy różnych impedancjach dołączonych do poszczególnych faz transformatora, co w skrajnym przypadku oznacza obciążenie tylko jednej fazy, a krańcowo – zwarcie tej fazy do zera (rys. 5.11<sup>1)</sup>).



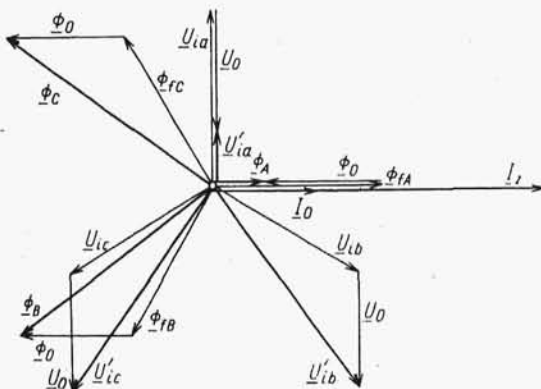
Rys. 5.11. Schemat zwarcia jednofazowego

W każdej z faz wtórnych płyną wtedy prądy zerowe określone według wzoru (5.82). Jeśli jedna faza jest zwarta, to prądy zerowe

$$\underline{I}_{a0} = \underline{I}_{b0} = \underline{I}_{c0} = \frac{1}{3} \underline{I}_z \quad (5.83)$$

<sup>1)</sup> Zaciski transformatorów oznaczono na rysunkach zgodnie z normą PN-75/E-81003, a więc 1A, 1B, 1C w przypadku uzwojeń pierwotnych oraz 2A, 2B, 2C w przypadku uzwojeń wtórnych. Natomiast w oznaczeniach wielkości indeksy A, B, C odnoszą się do uzwojeń pierwotnych, a indeksy a, b, c – do uzwojeń wtórnych.

W uzwojeniu pierwotnym połączonym w trójkąt prądy zerowe mogą popłynąć, przepływy zerowe wtórne i pierwotne zostaną skompensowane, symetria magnetyczna i napięciowa nie zostanie naruszona. Podobnie są kompensowane przepływy zerowe w transformatorze mającym zwarte uzwojenie kompensacyjne, jak na rys. 3.19. W uzwojeniu pierwotnym (górnym) połączonym w gwiazdę bez przewodu zerowego (po stronie górnej nigdy nie prowadzi się przewodu zerowego z powodu dużego kosztu) prądy zerowe, będące we wszystkich trzech uzwojeniach fazowych ze sobą w fazie, nie popłyną. Przepływy zerowe wtórne nie zostaną skompensowane. Wykres strumieni i napięć dla tego przypadku dany jest na rys. 5.12.

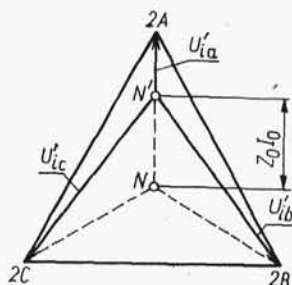


Rys. 5.12. Wykres strumieni i napięć w transformatorze z nieskompensowanym przepływem zerowym

Przy biegu jałowym występują strumienie  $\Phi_{fA}$ ,  $\Phi_{fB}$ ,  $\Phi_{fC}$  i odpowiednio napięcia indukowane (po stronie wtórnej)  $U_{ia}$ ,  $U_{ib}$ ,  $U_{ic}$ . Przy obciążeniu prądami zgodnymi i przeciwnymi przepływy wtórne i pierwotne od tych prądów są skompensowane i wykres strumieni i napięć prawie się nie zmienia. Przy nieskompensowanych przepływach od prądów zerowych  $I_0$  po stronie wtórnej, przepływ i strumień od  $I_0$  (wtórny) jest skierowany przeciwko przepływowi i strumieniowi magnesującemu ( $I_0 = \frac{1}{3} I_x$  jest opóźniony prawie o  $\pi/2$  względem  $U_{ia}$ ). Powstają strumienie wypadkowe  $\Phi_A$ ,  $\Phi_B$ ,  $\Phi_C$ . Odpowiednio powstają napięcia zerowe  $U_0$  we wszystkich fazach i fazowe napięcia wypadkowe wtórne  $U'_{ia}$ ,  $U'_{ib}$ ,  $U'_{ic}$ . Napięcia indukowane w fazie obciążonej (zwartej  $U'_{ia}$ ) zmniejszyły się, a napięcia indukowane w fazach nieobciążonych  $U'_{ib}$ ,  $U'_{ic}$  zwiększyły się. Napięcia przewodowe nie uległy zmianie. Odpowiada temu przesunięcie punktu zerowego gwiazdy napięć w stronę końca wektora napięcia fazy obciążonej, jak na rys. 5.13. Punkt zerowy przesuwa się o odcinek

$$\overline{NN'} = Z_0 I_0$$

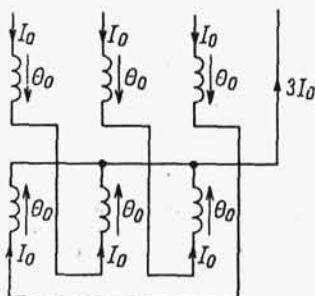
przy czym  $Z_0$  – impedancja dla prądów zerowych.



Rys. 5.13. Wykres wektorowy napięć transformatora z nieskompensowanym przepływem zerowym

Dołączenie odbiornika o niewielkiej mocy do fazy nieobciążonej może być dla niego niebezpieczne z powodu podwyższonego napięcia.

Przy połączeniu transformatora w gwiazdę bez przewodu zerowego po stronie pierwotnej i w zygzak z przewodem zerowym po stronie wtórnej prądy zerowe w uzwojeniu pierwotnym nie płyną, ale przepływy zerowe w uzwojeniu wtórnym kompensują się wewnątrz uzwojenia wtórnego według rys. 5.14, więc zarówno



Rys. 5.14. Kompensowanie się przepływów zerowych w uzwojeniu transformatora połączonym w zygzak

symetria magnetyczna, jak i napięciowa jest zachowana. Stąd wniosek: do obciążeń asymetrycznych nadają się transformatory mające przynajmniej jedno uzwojenie zamknięte (jedno z uzwojeń roboczych albo uzwojenie kompensacyjne połączone w trójkąt) albo mające uzwojenie wtórne połączone w zygzak.

### 5.2.6. Sprawność

Sprawność dużych transformatorów dochodzi do 0,995, więc nie może być obliczona na podstawie bezpośredniego pomiaru mocy oddanej  $P$  i mocy pobranej  $P_1$

$$\eta = \frac{P}{P_1} \quad (5.84)$$

z powodu zbyt małej dokładności, z jaką można bezpośrednio zmierzyć te moce. Do wyznaczenia sprawności trzeba obliczyć moc oddaną oraz wyznaczyć straty poszczególne: straty w rdzeniu  $P_{Fe}$  (według p. 3.2.2.3) oraz straty w uzwojeniu podstawowe znamionowe przy temperaturze  $75^\circ\text{C}$  —  $P_{CuPN75}$  i straty w uzwojeniu