



Tekst poniżej

Ćwiczenie 2

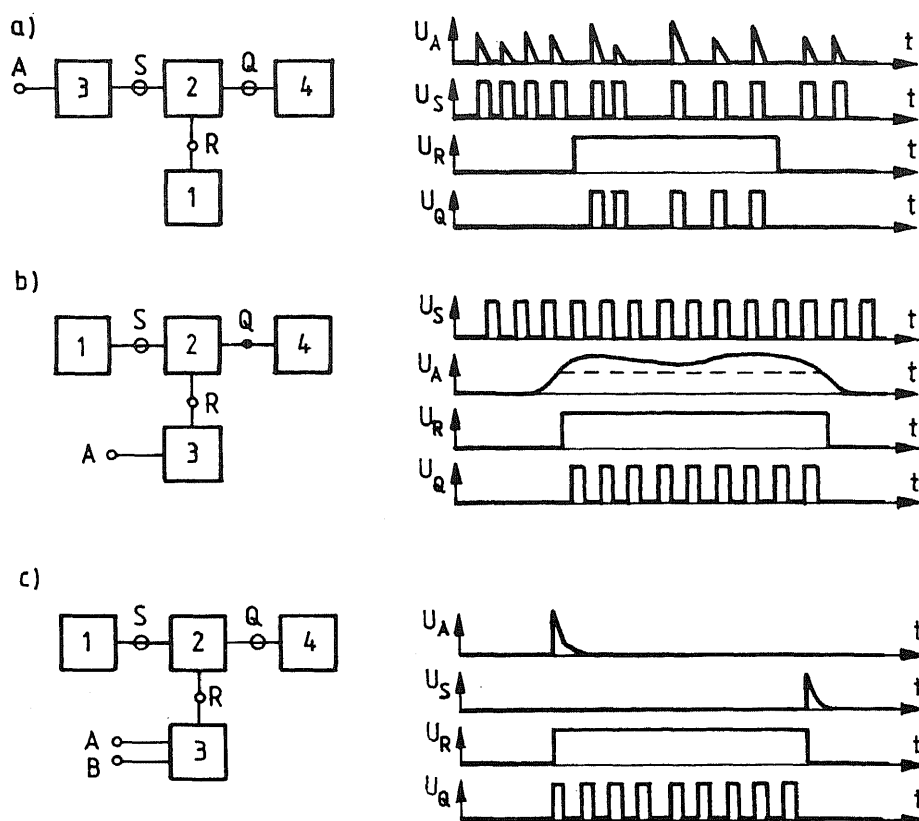
POMIARY SYGNAŁÓW W DZIEDZINIE CZASU

WPROWADZENIE

Ćwiczenie składa się z dwóch zadań. Pierwszym z nich jest zapoznanie się z tymi pomiarami parametrów sygnałów elektrycznych, które sprowadzają się do pomiarów czasu. Są to pomiary: częstotliwości, czasu trwania impulsu, czasu między pojawieniem się dwóch impulsów oraz pomiary różnicy faz dwóch sygnałów. Drugim z kolei zadaniem jest weryfikacja twierdzenia o próbkowaniu, czyli eksperymentalne określenie jak często musi być próbkowany sygnał o określonym widmie częstotliwości, aby można było odtworzyć jego kształt.

Czas jest wielkością, którą daje się zmierzyć dokładniej niż inne wielkości. Wynika to z ogromnej stabilności wzorców czasu i ze stosowanych technik pomiarowych, polegających na zliczaniu impulsów docierających do urządzenia w określonym przedziale czasu. Pomiary parametrów związanych z czasem sprowadzają się do zastosowania różnych odmian tej samej techniki pomiarowej. W urządzeniach pomiarowych wykorzystujących zliczanie impulsów można wyróżnić charakterystyczne bloki funkcyjne, które zależnie od ich połączenia umożliwiają pomiar różnych wielkości. Blokami tymi (rys.2.1) są:

- generator impulsów wzorcowych (1)
- układ bramkujący (2)
- układ kształtujący (3)
- licznik impulsów (4)



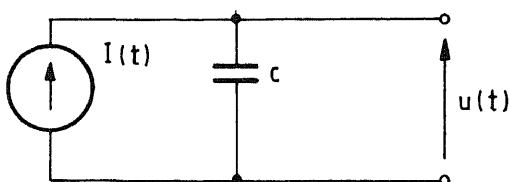
Rys. 2.1

Generator impulsów wzorcowych (1) wytwarza impulsy o dokładnie określonym czasie trwania i dokładnie określonej częstotliwości. Układ bramkujący (2) przenosi impulsy z wejścia S do wyjścia Q tylko wtedy, gdy na wejściu R panuje odpowiednie napięcie. Układ kształtujący (3) pełni różną rolę, zależnie od układu połączeń

pozostałych bloków. W układzie częstotściomierza (rys.2.1a) służy do przetwarzania ciągu impulsów dochodzących do wejścia A na ciąg impulsów o dokładnie określonym czasie trwania t_i .

W układzie do pomiarów czasu trwania impulsów (rys.2.1b) układ (3) służy do przetworzenia impulsu wejściowego na impuls o zboczach odpowiednio szybko narastających i opadających.

W układzie do pomiarów opóźnienia dwóch impulsów (rys.2.1c) układ (3) służy do wytworzenia impulsu otwierającego układ bramkujący. Czoło impulsu pojawiającego się na wejściu A powoduje pojawienie się tego impulsu, a czoło impulsu pojawiającego się na wejściu B powoduje zakończenie tego impulsu. Licznik (4) jest układem zliczającym impulsy pojawiające się na wyjściu Q układu bramkującego. Zasadę działania tego przetwornika przedstawiono na rys.2.2. Źródło prądowe $I(t)$



Rys. 2.2

zasila kondensator C prądem o stałym natężeniu I , który płynie tylko w czasie trwania impulsu napięcia na wyjściu Q układu bramkującego (2). Napięcie na kondensatorze C wynosi

$$U = \frac{Q}{C} = n \frac{I t_i}{C},$$

gdzie: Q – ładunek na okładce kondensatora C , n – liczba impulsów, które pojawiły się na wyjściu układu bramkującego, t_i – czas trwania każdego z impulsów.

Jak widać z podanego opisu, pomiar częstotliwości polega na zliczeniu impulsów, które dotarły do wejścia A w dokładnie określonym przedziale czasu, a pomiar czasu trwania impulsu i pomiar czasu między impulsami polega na zliczaniu impulsów o znanej częstotliwości, które pojawiły się na wejściu układu w mierzonym przedziale czasu. Proces zliczania przebiega różnie w różnych przyrządach pomiarowych. Często ma on charakter operacji cyfrowej, polegającej na zapisaniu w pamięci liczby impulsów i podaniu wyniku w postaci cyfrowej. W przyrządzie badanym w tym ćwiczeniu zastosowano zliczanie impulsów połączone z przetwarzaniem wyniku zliczania na wartość napięcia.

Opisane pomiary mają jedną wspólną cechę: wykonanie każdego z nich trwa przez pewien czas t_p i nie można powtarzać ich częściej niż co pewien określony czas T . Minimalna wartość czasu T wynika z istnienia czasu martwego układu, tj. z czasu, w ciągu którego układ po wykonaniu pomiaru powraca do stanu umożliwiającego następny poprawny pomiar. Jeśli zatem wielkość mierzona X jest funkcją czasu $X = X(t)$, to w wyniku pomiarów otrzymuje się nie funkcję $X(t)$, ale ciąg dyskretnych

wartości $\{\tilde{X}(nT)\}$, które są prawie równe wartościom funkcji $X(nT)$, jeśli tylko jest spełniony warunek $t_p \ll T$. Istotna jest więc odpowiedź na pytanie: Czy na podstawie ciągu wartości $\{\tilde{X}(nT)\}$ można odtworzyć funkcję $X(t)$? Odpowiedź daje twierdzenie o próbkowaniu. Twierdzenie to brzmi:

Funkcja $X(t)$, której widmo fourierowskie zawiera się w skończonym przedziale częstotliwości $f \in [-W, W]$, jest jednoznacznie określona przez dyskretny ciąg swoich wartości $\{X(nT)\}$, gdzie

$$T = \frac{1}{2W}. \quad (2.1)$$

Opisane to jest równaniem

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(nT) \frac{\sin \left[\frac{\pi(t-nT)}{T} \right]}{\frac{\pi(t-nT)}{T}}. \quad (2.2)$$

D o w ó d. Niech sygnał $X(t)$ ma widmo $G(f)$ zawarte w przedziale $[-W, W]$, tzn.

$$G(f) = \begin{cases} G(f) & \text{gdy } f \in [-W, W], \\ 0 & \text{gdy } f \notin [-W, W]. \end{cases}$$

(Istnienie częstotliwości ujemnych jest wynikiem operowania funkcjami wykładniczymi typu $e^{i\omega t}$ i traktowania każdej funkcji typu $\sin(\omega t)$ lub $\cos(\omega t)$ jako kombinacji liniowej funkcji wykładniczych).

Zgodnie z transformacją Fouriera

$$X(t) = \int_{-W}^W G(f) e^{i2\pi f t} df. \quad (2.3)$$

$G(f)$ w przedziale $[-W, W]$ można traktować jako jeden okres funkcji periodycznej $G_p(f)$ (rys.2.3), która z kolei rozkłada się na szereg Fouriera

$$G_p(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{\frac{i2\pi n f}{2W}}, \quad (2.4)$$

gdzie

$$C_n = \frac{1}{2W} \int_{-W}^W G(f) e^{\frac{i2\pi n f}{2W}} df. \quad (2.5)$$

Z porównania wzorów (2.5) i (2.3) wynika, że

$$C_n = \frac{1}{2W} X\left(\frac{n}{2W}\right). \quad (2.6)$$

Zatem

$$G_p(f) = \frac{1}{2W} \sum_{n=-\infty}^{\infty} X\left(\frac{n}{2W}\right) e^{\frac{i2\pi n f}{2W}}. \quad (2.7)$$

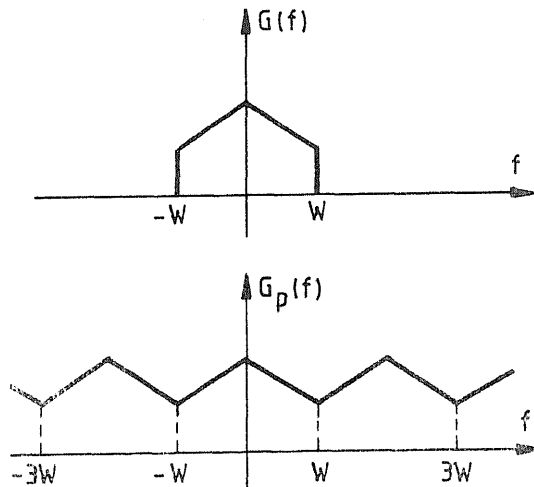
Po podstawieniu (2.7) do (2.3) otrzymuje się ostatecznie

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(nT) \frac{\sin\left[\frac{\pi(t-nT)}{T}\right]}{\frac{\pi(t-nT)}{T}}, \quad (2.8)$$

gdzie $T = \frac{1}{2W}$, co należało udowodnić.

Twierdzenie to, zwane twierdzeniem o próbkowaniu albo twierdzeniem Kotelnikowa-Shannona (udowodnione niezależnie przez Kotelnikowa (1933 r.) i Shannona (1949 r.), ma zasadnicze znaczenie w teorii pomiarów i w teorii informacji. Umożliwia ono jednoznaczne przedstawienie funkcji ciągłych w postaci ciągu ich wartości dyskretnych. Określa częstotliwość, z jaką muszą być pobierane próbki sygnału, aby sygnał ciągły można było na ich podstawie jednoznacznie odtworzyć.

Postać twierdzenia określa również, w jaki sposób z dyskretnego ciągu impulsów (tzn. z sygnału spróbkowanego) można odtworzyć sygnał pierwotny. Otóż zgodnie z równaniem (2.7) widmo sygnału spróbkowanego $G_p(f)$ jest widmem okresowym o okresie $2W$ (rys.2.3). Widmo sygnału pierwotnego $G(f)$ stanowi część widma $G_p(f)$



Rys. 2.3

zawartą w przedziale $[-W, W]$. Aby zatem z sygnału spróbkowanego odtworzyć sygnał pierwotny, wystarczy sygnał spróbkowany przepuścić przez filtr dolno-przepustowy, przenoszący sygnały o częstotliwościach mniejszych od W . Na wyjściu tego filtra otrzyma się już sygnał pierwotny.

WYKONANIE ĆWICZENIA

Pomiary częstotliwości, czasu trwania impulsu, przedziału czasu między impulsami i różnicy faz dwóch przebiegów harmonicznym

Do dyspozycji ćwiczących są następujące przyrządy pomiarowe:

- oscyloskop typu KR 7202,
- przetwornik mierzonych wielkości na napięcie (nr 8),
- zasilacz do przetwornika typu KP 16102,
- generator funkcyjny typu G 432,
- woltomierz wychyłowy typu V 640,
- generator impulsów prostokątnych (przyrządy o numerach 9 i 25).

Należy wykonać następujące pomiary:

1. Zmierzyć zależność napięcia wyjściowego przetwornika nr 8 od częstotliwości we wszystkich trzech zakresach pracy przetwornika.
2. Określić odchylenie otrzymanej w punkcie 1 funkcji $U(f)$ od funkcji liniowej.
3. Zmierzyć czas między kolejnymi pomiarami częstotliwości oraz określić go na podstawie pomiarów przebiegów o modulowanej częstotliwości i twierdzenia o próbkowaniu.
4. Powtórzyć punkty 1, 2, 3 dla pomiarów czasu trwania impulsów.
5. Powtórzyć punkty 1, 2 dla pomiarów czasu między impulsami.
6. Przeprowadzić pomiar zależności napięcia wyjściowego przetwornika nr 8 od różnicy faz dwóch przebiegów harmonicznym. (Częstotliwość badanych sygnałów określa prowadzący ćwiczenie).

Pomiary sygnałów spróbkowanych

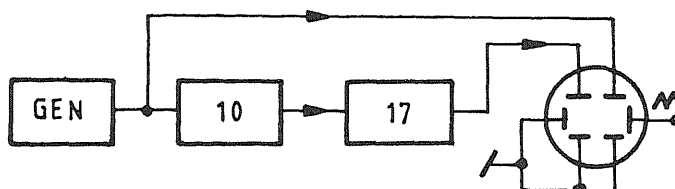
Do dyspozycji wykonujących ćwiczenie są następujące przyrządy pomiarowe:

- oscyloskop KR 7202,
- układ próbkujący (nr 10),
- generator funkcyjny typu G 432,
- filtr dolnoprzepustowy (wykonany na przyrządzie nr 17).

Należy określić, przy jakiej częstotliwości próbkowania sygnał odtworzony różni się od sygnału pierwotnego.

Proponowany układ pomiarowy przedstawiono na rys.2.4.

Pomiary przeprowadzić przy $f = 1400$ Hz dla przebiegów: sinusoidalnego, trójkątnego i prostokątnego.



Rys. 2.4

ZADANIA DO OPRACOWANIA

1. W jaki sposób ocenić liczbowo stopień liniowości charakterystyk $U(f)$ i $U(T)$ przetworników opisanych w punkcie 1 instrukcji?
2. Od czego zależy dokładność pomiarów f i T przeprowadzonych za pomocą tych przetworników? Oszacować ją.
3. Jak wpływa skończony czas próbkowania na sygnał odtwarzany na wyjściu filtra dolnoprzepustowego z sygnału spróbkowanego?
4. W jakim układzie pomiarowym i w jaki sposób można przeprowadzić pomiary wymagane w punkcie 3 instrukcji?
5. Jakie przyrządy pomiarowe należałoby zastosować, aby pomiary z punktu 1 instrukcji były dokładniejsze?

LITERATURA

- [1] J. S z a b a t i n: Podstawy teorii sygnałów. WKiŁ, Warszawa 1982.