

## NA JAKICH ZASADACH RACHUNKU

OPARTE BYĆ POWINNO

# STOWARZYSZENIE EMERYTALNE.

PRZEZ

*Józefa Słomińskiego,*

Mag. nauk mat. b. U. W. A.

---

Upowszechnione jest u nas mniemanie, że niepodobna obliczyć, jakie naznaczone być powinny pensye emerytalne za składki od stowarzyszonych pobierane; i nawzajem, jaką należałoby ustanowić składkę, aby ta wystarczyła na wypłaty pensyj emerytalnych, po upływie pewnej liczby lat i w oznaczonej wysokości dokonywać się mające.

Że takie mniemanie jest mylne, tego dowodzić nie ma potrzeby, gdy zwrócimy uwagę, że wszelkie stowarzyszenia zabezpieczeń na życie, czyto wzajemne, czyto spekulacyjne, nie dają na chybi-trafi zapewnień swoich; że zapewnienia ich oparte są zawsze na rachunku niewątpliwym i znanym, który wskazuje prawie z zupełną ścisłością, jakie pobierane być mają opłaty za ubezpieczenie albo kapitału jednorazowo wypłacić się mającego, albo też dochodu dożywotniego.

Ponieważ emerytura jest rzeczywiście dochodem dożywotnim, z tą jedynie różnicą, że jej wypłata zależy od pewnych dodatkowych warunków; jeśli więc do obliczenia dochodu dożywotniego mamy podane wzory matematyczne, te zatém wzory, wprowadziwszy w nie tylko wyrażenia dodatkowych warunków, posłużyć nam mogą do obliczenia pensyj emerytalnych.

Pytania zatem takiego, czy pensye emerytalne mogą być obliczone lub nie? stawiać już nie mamy potrzeby, i tylko drugie pozostaje nam do rozwiązania pytanie: jak dokonać pomienione obliczenie, to jest: pozostaje nam tylko poznać zasady rachunku, na których stowarzyszenie emerytalne opartem być powinno.

Zasady te poznamy rozwiązując następujące zadanie:  
*Za składkę przez stowarzyszonych opłacaną jaka przypadać będzie składka emerytalna?*

Do rozwiązania powyższego zadania doprowadza rachunek prawdopodobieństwa. Z uwagi wszakże, że rachunek ten nie jest u nas rozpowszechniony, a z téj przyczyny użycie jego mogłoby wyrażać niejaki wątpliwości pod względem zasadności naszego rozwiązania, dla uniknienia więc tego, nie będziemy powoływać się na zasady rachunku prawdopodobieństwa, i nie podamy rozwiązania ogólnego, to jest takiego, któreby do wszelkich warunków i jakichbądź naznacheń zastosować się dało; lecz ograniczymy się na rozwiązaniu jednego szczegółowego przypadku, i to rozwiązanie tak poprowadzimy, iżby ono służyć mogło za skazówkę, jak należałoby rozwiązać inne jemu podobne przypadki, a tém samém i takie zadanie, jakie przez warunki ustawy emerytalnej wskazanem zostanie. Nadto, chociaż rozwiązanie zadania szczegółowego, jakie zamierzamy dokonać, o wiele dałoby się skrócić przy pomocy logarytmów, jednakże i tego ułatwienia nie użyjemy, dlatego tylko, aby ograniczyć się na samych początkowych działaniach arytmetycznych, a przez to cały bieg rachunku uczynić więcej przystępnym.

Przed rozpoczęciem rachunku powinniśmy się najprzód zastanowić nad tém, co jest potrzebném do wykonania naszego rachunku; wiadomo bowiem, że do rozwiązania jakiegobądź zadania koniecznIE potrzeba mieć pewne *dane*; że tylko z *danych* wiadomych znajdują się *niewiadome*. Bez *danych* nie ma rachunku, a bez rachunku nie ma rozwiązania; idzie więc o to, jakieto *dane* są potrzebne, tudzież jak przyjąć będzie można do tychże *danych*.

Składka w celu pozyskania pensyi emerytalnej opłacana, uiszczaną jest przez każdego po szczególe stowarzyszonego, a to w stosunku pobieranej przez niego płacy.

Aby zatem wiedzieć, jaki będzie przychód z opłacanych składek, potrzeba poznać, jakie jest stopniowanie pomiędzy płacami, tudzież ilu stowarzyszonych pobiera płacę każdego po szczególe stopnia.

Nie ma wątpliwości, że w jeden i tenże sam rachunek wchodzić zawsze muszą liczby jednogatunkowe, że nie można łączyć z sobą jednostek różnej wartości, że do jednostek wartości wyższej, nie można dodawać jednostek niższej wartości. Dla tej prostej przyczyny nie można wszystkich w ogóle stowarzyszonych jednym obejmować rachunkiem; nie można łączyć w jedną całość tych stowarzyszonych, którzy mają wyższe prawa w stowarzyszeniu, z tymi, których prawa są niższe.

Należy zatem do jednego rachunku takich tylko wprowadzić stowarzyszonych, którzy jednakićmić będą prawa swoje, to jest, którzy z jednakićmić będą latami służby; i takich jednolitych stowarzyszonych objawszy jednym rachunkiem, w tymże rachunku przeprowadzić ich przez cały ciąg stowarzyszenia, poczynając od czasu, w którym rozpoczną opłacać składkę, aż do czasu, w którym ukończą pobieranie wypłacanej im pensyi emerytalnej.

Wiemy, iż stowarzyszeni, którzy jednocześnie rozpoczną opłacać składkę przez cały ciąg stowarzyszenia, w jednej i téjże samej nie pozostają liczbie; że z upływem czasu liczba ich zmniejsza się coraz więcej, a to albo w skutek śmierci, albo z powodu dymissyi lub wyjścia ze służby. W pierwszych dwóch przypadkach opłacone składki przechodzą na korzyść tych, którzy pozostaną nadal w stowarzyszeniu; a w ostatnim, wówczas tylko korzystać będzie ogólny fundusz stowarzyszonych, gdy wyjście ze służby stowarzyszonego nastąpi pierwój, nim tenże nabędzie prawa do pensyi emerytalnej.

Przekonywamy się zatem, że potrzeba poznać koniecznie, jak z upływem czasu zmniejsza się liczba tych stowarzyszonych, którzy przystąpili do stowarzyszenia jednocześnie; to bowiem wskaże nam, ilu stowarzyszonych opłacać będzie składkę w każdym z lat następnych, a w końcu ilu z nich przeszedłszy cały okres do opłaty składki naznaczony, nabędzie w końcu prawa do pobierania pensyi emerytalnej za opłacone składki.

Wiemy także, że urzędnicy, biorąc ogół tychże, w miarę zwiększania się liczby lat ich służby, przychodzą do płacy coraz wyższej; zaczęło idzie, że im dłużej pozostają w służbie, tém wyższą opłacają składkę na fundusz ogólny stowarzyszenia. Przeto, chociaż z upływem lat zmniejsza się ogólna liczba stowarzyszonych, gdy wszakże, zwiększając się będą składki opłacane przez szczegółowych członków, pozostających w stowarzyszeniu, ogół więc wpływu, jaki powstawać będzie ze składek opłacanych, nie może się ani zmniejszać w tym stosunku, w jakim zmniejszają się liczby stowarzyszonych, ani téż powiększać się w tym stosunku, w jakim powiększają się ich płace; lecz przechodzić będzie przez pewne pośrednie stosunki. Nie dosyć zatem poznać prawo zmniejszania się liczby stowarzyszonych, wskazujące, ilu ich w każdym po szczególe roku pozostanie w stowarzyszeniu, ale nadto zbadać jeszcze należy, co właśnie główną rzecz stanowi, jakie płace pobierać będą w każdym po szczególe roku wszyscy w ogóle stowarzyszeni, jednakie prawa do pensji emerytalnej posiadający.

*Danych* powyższych przeszłość dostarczyć nam powinna, to jest statystyka z lat upłynionych ułożona. Nie ma bowiem przepisów i być ich nie może, któreby podawały pomienione dane; wzięte zaś zamiast z doświadczenia, z innego jakiegobądź źródła, np. z przypuszczenia, jako nie mające usprawiedliwionej zasady, do rachunku nie mogą być przyjęte.

Oprócz *danych* powyżej opisanych, to jest téj wiadomości, przez jakie płace przechodzi ogół stowarzyszonych, jednakie lata służby mających, a tém samém, oprócz poznania stosunków, jakie zachodzą pomiędzy składkami corocznie przez cały ciąg stowarzyszenia opłacanemi; potrzeba mieć jeszcze wskazaną stopę procentu, według której mają wzrastać składki wniesione i kapitały z wniesionych składek powstałe.

Składki pobierane, przy ich procentowaniu się, utworzyć mogą z czasem ogromne kapitały, skoro te nie będą odwrócone od przeznaczenia im właściwego; a mianowicie, skoro one dopóty kapitalizować się będą, dopóki nie przyjdzie kolój na nie, użycia ich odpowiednio do tego celu, w jakim one składane były: to jest dopóki nie przyjdzie

czas do wypłaty z nich pensyj emerytalnych tym stowarzyszonym, którzy w ich zebraniu współuczestniczyli.

Przy procencie pojedynczym kapitał wzrasta jednak, czyto stopa procentu, czy też stopa składki opłacanej, zwiększane będą jednak; lecz przy procencie składanym, to jest gdy liczoną będzie procent od procentu, i to przez znaczny szereg lat, rzecz się ma inaczej.

Podniesienie stopy procentu w pewnym stosunku, nierównie o więcej powiększy kapitał ostatecznie utworzony, a tym samym i pensye emerytalne z tegoż kapitału wypłacać się mające, jak podniesienie w takimże stosunku stopy składek opłacanych.

Oznaczenie przeto stopy procentu nader ważną grą rolę w stowarzyszeniu emerytalnym, i bardzo wiele wpływa na podniesienie pensyj emerytalnych.

Wiadomo nakoniec, że liczba stowarzyszonych, którzy jednocześnie przyjdą do używania pensji emerytalnej, z upływem czasu, z powodu śmierci, a czasem i z powodu utraty praw nabytych, zmniejsza się ciągle, i nareszcie całkiem niknie. I w tym także do statystyki uciec się nam należy, bo ta wskazać nam może, jakie jest prawo zmniejszania się liczby emerytów, a obok tego w jakim stosunku zmniejsza się corocznie wydatek na wypłaty pensyj, dokonywane tym emerytom, którzy jednocześnie przyszli do ich pobierania.

W niniejszym wykładzie nie mamy bynajmniej zamiaru wykryć, jakie są rzeczywiste wypadki zadania naszego; idzie nam o to głównie, aby wskazać jak tego rodzaju wypadki znaleźć można; to jest: jak podane powyżej zadanie przez rachunek może być rozwiązane. Takie zrobiwszy sobie założenie, nie mamy więc koniecznej potrzeby wprowadzać do rachunku naszego, który się podaje jako wzór, takich *danych*, jakich statystyka dostarczyłaby nam mogła; a to tym bardziej, że *dane rzeczywiste*, gdybyśmy je pozyskać mogli, niewątpliwie byłyby wyrażone w cyfrach większych, które uczyniłyby rozciąglejszym nasz rachunek, czego właśnie o ile można uniknąć pragniemy, chcąc go podać jak najwięcej skróconym.

Z tych zatem pobudek utworzymy sobie dane dowolne w cyfrach niewielkich, a dla tym większego skrócenia

rachunku, za jednostkę czasu przyjmiemy lat pięć, to jest okres pięcio-letni, w miejsce tego, w jakim zwykle przez stowarzyszonych opłacane są składki; i przyjmiemy, że tak składki jak i pensye emerytalne, w okresach pięcio-letnich, z dołu, po upływie każdego okresu, są wnoszone i wypłacane.

Dla *danych* takie przyjąwszy ograniczenia, te naznaczymy jak następuje:

1. Stopę procentu za przeciąg czasu pięcio-letni, oznaczamy po 25 %.
  2. Dane zaś statystyczne:
- a) pod względem liczby urzędników, że:

W pięcio-leciu	Ubywa przez śmierć lub dymisyą	Wychodzi ze służby	Pozostaje na następne pięcio-lecie
1	10 %	15 %	75 %
2	12 %	10 %	78 %
3	14 %	6 %	80 %
4	16 %	4 %	80 %
5	18 %	10 %	72 %
6	20 %	15 %	65 %
7	22 %	28 %	50 %
8	25 %	40 %	35 %
9	30 %	70 %	0 %

- b) pod względem liczby emerytów, bez względu za jaką liczbę lat służby pobierają pensyą emerytalną, że:

W pięcio-leciu	Ubywa przez śmierć lub utratę praw swoich	Pozostaje przy pobieraniu pensyi na następne pięcio-lecie
1	25 %	75 %
2	35 %	65 %
3	50 %	50 %
4	75 %	25 %
5	100 %	0 %

- c) pod względem płacy przez urzędników pobieranej, a razem i składki przez tychże opłacanej, że płaca:

W pięcio- leciu	POBIERANA PRZEZ URZĘDNIKÓW			A w skutek awansu wzrasta dla pozostających w służbie o
	Ubyłych	Wyszłych ze służby	Pozostających w służbie	
	rozdziela się na części jak:			
1	10 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	10 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	80 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	40 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
2	12 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	8 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	80 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	30 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
3	13 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	5 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	82 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	25 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
4	15 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	3 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	82 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	20 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
5	16 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	9 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	75 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	15 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
6	18 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	12 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	70 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	12 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
7	20 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	25 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	55 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	9 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
8	24 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	36 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	40 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	6 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
9	28 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	72 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>

- d) pod względem wysokości pensyj pobieranych przez emerytów, nie czyniąc rozróżnienia, za jakie lata służby pensye pozyskane zostały, że:

W pięcio- leciu	Z powodu ubytku emerytów, wydatek na ich pensye	
	zmniejsza się w sto- sunku	a pozostaje na na- stępne pięcio-lecie
1	20 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	80 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
2	30 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	70 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
3	40 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	60 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
4	70 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	30 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>
5	100 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>	0 <sup>0</sup> / <sub>0</sub>

Te naznaczenia przyjąwszy jako dane do rachunku naszego, najprzód musimy rozwiązać zadania przedwstępne, jako przygotowawcze do rozwiązywania zadania głównego.



Zadania przygotowawcze będą następujące:

1. Jeżeli 1000 urzędników wejdzie jednocześnie do stowarzyszenia, ilu z tych ubędzie w ciągu każdego pięcio-lecia, a ilu na następne pozostanie pięcio-lecie; tudzież jaka ich będzie liczba w przecięciu przez każde po szczególne pięcio-lecie.

*Rachunek zadania 1<sup>go</sup>.*

Na początku pięcio- lecia	Było sto- warzysz- nych	Z tych w ciągu pięcio- lecia ubywa		Pozostaje z końcem pięcio-lecia	W ciągu ca- łego pięcio- lecia było w przecięciu
		przez śmierć i dymisy	przez wyjście ze służby		
1	1000	100	150	750	875
2	750	90	75	585	667
3	585	82	35	468	526
4	468	75	19	374	421
5	374	67	38	269	321
6	269	54	40	175	222
7	175	39	49	87	131
8	87	22	35	30	58
9	30	9	21	0	15
10	0	0	0	0	0 <sup>(1)</sup>

2. Jeżeli w każdym pięcio-leciu wchodzić będzie do stowarzyszenia zawsze jedna i ta sama liczba, to jest po 1000 urzędników, ze wszystkich w ogóle stowarzyszonych, bez względu na epoki, z których pochodzą, ilu z nich co każde pięcio-lecie ubywać będzie, tudzież jaka będzie średnia liczba stowarzyszonych w ciągu każdego po szczególne pięcio-lecia tworzącego się stowarzyszenia.

(1) Rachunek powyższy dokonywa się jak następuje:

$$1000 \times \frac{10}{100} = 100; \quad 1000 \times \frac{15}{100} = 150; \quad 1000 \times \frac{75}{100} = 750;$$

$$100 + 150 + 750 = 1000; \quad \frac{1000 + 750}{2} = 875; \quad \text{następnie } 750 \times \frac{12}{100} = 90$$

i t. d., i t. d.



*Rachunek zadania 2<sup>go</sup>.*

Na początku pięcio- lecia	Było sto- warzysz- nych	W ciągu pięcio-lecia ubyło		Pozostaje z końcem pięcio-lecia	W ciągu zatem całego pięcio-lecia było w prze- cięciu
		przez śmierć i dymisye	przez wyjście ze służby		
1	1000	100	150	750	875
2	1750	190	225	1335	1542
3	2335	272	260	1803	2068
4	2803	347	279	2177	2489
5	3177	414	317	2446	2810
6	3446	468	357	2621	3032
7	3621	507	406	2708	3163
8	3708	529	441	2738	3221
9	3738	538	462	2738	3236
10	3738	538	462	2738	3236
11	3738	538	462	2738	3236
12	3738	538	462	2738	3236 <sup>(1)</sup>

Z powyższego rachunku przekonywamy się: że, jeśli wchodzić będzie do służby rządowej jednaka corocznie liczba urzędników, to jest jednakie następować będą przybytki do stowarzyszenia; wówczas ogół stowarzyszonych tylko przez przeciąg dziewięciu pięcio-leci wzrastać będzie, a następnie liczba stowarzyszonych już się ustali; to jest: już zacznie ubywać tylu stowarzyszonych, ilu ich przybywać będzie nowo-wchodzących, a mianowicie, że po dziewięciu pięcio-leciach ubywać będzie:

- a) przez śmierć i dymisję takich, których stowarzyszenie trwa pięcio-lecie: 1° 100, 2° 90, 3° 82, 4° 75, 5° 67, 6° 54, 7° 39, 8° 22, 9° 9, 10° —, razem ubywać będzie 538;

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 750 + 1000 = 1750; 585 + 1750 = 2335; 468 + 2335 = 2803, \text{ i t. d.} \\
 & 90 + 100 = 190; 82 + 190 = 272; 75 + 272 = 347, \text{ i t. d.} \\
 & 75 + 150 = 225; 35 + 225 = 260; 19 + 260 = 279, \text{ i t. d.} \\
 & 585 + 750 = 1335, \text{ lub } 1750 - 190 - 225 = 1335. \\
 & 667 + 875 = 1542, \text{ lub } \frac{1750 + 1335}{2} = 1542.
 \end{aligned}$$

- b) przez dobrowolne wyjście ze służby takich, których stowarzyszenie dochodzić będzie do pięcio-lecia: 1° 150, 2° 75, 3° 35, 4° 19, 5° 38, 6° 40, 7° 49, 8° 35, 9° 21, 10° —, razem ubywać będzie 462.

W ogóle przeto, co każde pięcio-lecie ubywać będzie stowarzyszonych 1000, tylu właśnie, ilu ich przybędzie.

Po upływie zatem dziewięciu pięcio-leci, liczba stowarzyszonych opłacających składkę, przychodzi do cyfry stałej, niezmienniej; i w tej mieścić się będzie stowarzyszonych takich, którzy dochodzą do pięcio-lecia: 1° 875, 2° 667, 3° 526, 4° 421, 5° 321, 6° 222, 7° 131, 8° 58, 9° 15, 10° —; a ze wszystkich stowarzyszonych utworzy się ogół wynoszący 3236 osób, i ten już bez zmiany na wszystkie następne pozostanie pięcio-lecia, skoro tylko liczba nowo-wchodzących do służby ciągle będzie jednaka, co nastąpi gdy liczba posad nie będzie ulegać zmianom. Zmiana bowiem ogólnej liczby urzędników, czyto przez utworzenie nowych posad, czy też przez zwiniecie dawniejszych, musi pociągnąć za sobą zmianę liczby nowo-wchodzących do służby, a w następstwie czasu i liczbę wychodzących ze służby. Tę wszakże zmianę pod względem skutków, jakie ona wyda, ocenić potrafimy, skoro przeprowadzimy co do niej takż sam rachunek, jaki powyżej jest wskazany.

3. Jeśli co każde pięcio-lecie przybywać będzie po 1000 stowarzyszonych, z tych, po upływie każdego pięcio-lecia, ilu na emeryturę wychodzić będzie?

*Rachunek zadania 3<sup>go</sup>.*

W pięcio-leciu	Przybędzie nowych emerytów, a mianowicie takich, którzy nabędą prawa do pensji emerytalnej za usługę pięcio-leć					W ogóle zatem przybędzie wszystkich emerytów
	4-ch	5-ju	6-ju	7-ju	8-ju	
1	—	—	—	—	—	—
2	—	—	—	—	—	—
3	—	—	—	—	—	—
4	—	—	—	—	—	—
5	38	—	—	—	—	38
6	38	40	—	—	—	78

8

W pięcio-leciu	Przybędzie nowych emerytów, a mianowicie takich, którzy nabędą prawa do pensji emerytalnej za usługę pięcio-leć					W ogóle zatem przybędzie wszystkich emerytów
	4-ch	5-iu	6-iu	7-iu	8-iu	
7	38	40	49	—	—	127
8	38	40	49	35	—	162
9	38	40	49	35	21	183
10	38	40	49	35	21	183
11	38	40	49	35	21	183
12	38	40	49	35	21	183 <sup>(1)</sup>

Z rachunku tego przekonywamy się, że w pięcio-leciu dziewięciom, w którym się ustala liczba stowarzyszonych opłacających składkę, ustala się także liczba tych, którzy wychodzić będą na emeryturę w ciągu każdego po szczególne pięcio-lecia. Widzimy nadto, że po upływie wspomnianego okresu, co każde pięciolecie wychodzić będzie na emeryturę po 183 osób, wtenczas gdy stowarzyszonych uzbiera się 3236 osób. Zatem liczba wychodzących na emeryturę co każde po szczególne pięcio-lecie, wynosi około sześć procent względem ogólnej liczby już ustalonej stowarzyszonych opłacających składkę, czyli względem ogółu urzędników.

4. Wiedząc jaka liczba wychodzić będzie na emeryturę co każde pięcio-lecie, z tych co wyjdą na emeryturę, ile pozostanie na każde następne pięcio-lecie?

*Rachunek zadania 4<sup>go</sup>.*

Jeśli wyjdzie nowych emerytów:					
Po upływie	38	40	49	35	21
pięcio-lecia	z tych na następne pięcio-lecie pozostanie:				
1	28	30	37	26	16
2	18	20	24	17	11

(1) Liczby 38, 40, 49, 35, 21 są wzięte z rachunku pierwszego, dalsze zaś wypadki znajdujemy przez dodawanie.

Po upływie pięcio-lecia	Jeśli wyjdzie nowych emerytów				
	38	40	49	35	21
	z tych na następne pięcio-lecie pozostanie:				
3	9	10	12	9	6
4	2	3	3	2	1
5	—	—	—	—	— <sup>(1)</sup> .

5. Wiedząc ilu będzie emerytów na początku i na końcu każdego po szczególe pięcio-lecia, znaleźć, jaka ich będzie średnia liczba, do każdego oddzielnie pięcio-lecia odnosząca się.

*Rachunek zadania 5<sup>go</sup>.*

Przez pię- cio-lecie	Z liczby nowo-wychodzących emerytów				
	38	40	49	35	21
	wypada w przecięciu:				
1	33	35	43	31	19
2	23	25	31	22	14
3	14	15	18	13	9
4	6	7	8	6	4
5	1	2	2	1	1 <sup>(2)</sup> .

6. Wiedząc ilu z nowo-przybywających emerytów pozostawać będzie w przecięciu przez każde po szczególe pięcio-lecie, znaleźć, jakie liczby tychże emerytów tworzyć się będą po każdym po szczególe pięcio-leciu:

(1) Wypadki powyższe otrzymujemy jak następuje:  
 $38 \times \frac{75}{100} = 28$ ;  $40 \times \frac{75}{100} = 30$  i t. d.;  $28 \times \frac{65}{100} = 18$ ;  $30 \times \frac{65}{100} = 20$   
 $18 \times \frac{50}{100} = 9$ ;  $20 \times \frac{50}{100} = 10$  i t. d.;  $9 \times \frac{25}{100} = 2$ ;  $10 \times \frac{25}{100} = 3$   
 $2 \times \frac{0}{100} = 0$ ;  $3 \times \frac{0}{100} = 0$  i t. d.

(2) Powyższe wypadki znajdują się z rachunku 4-go w sposób następujący:  $\frac{28+18}{2} = 23$ ;  $\frac{18+9}{2} = 14$ , i t. d.

*Rachunek zadania 6<sup>go</sup>.*

Przez ciąg pię- cio-lecia	Pobierających pensyą emerytalną za wysługę pięcio-leć					Będzie zatem w ogóle wszyst- kich emerytów
	4	5	6	7	8	
	będzie emerytów:					
1	—	—	—	—	—	—
2	—	—	—	—	—	—
3	—	—	—	—	—	—
4	—	—	—	—	—	—
5	33	—	—	—	—	33
6	56	35	—	—	—	91
7	70	60	43	—	—	173
8	76	75	74	31	—	256
9	77	82	92	53	19	323
10	77	84	100	66	33	360
11	77	84	102	72	42	377
12	77	84	102	73	46	382
13	77	84	102	73	47	383
14	77	84	102	73	47	383
15	77	84	102	73	47	383 <sup>(1)</sup> .

Z rachunku tego przekonywamy się, że w pięcio-leciu 13<sup>ém</sup> liczba wszystkich emerytów już przychodzi do cyfry stałej, i ta wynosić będzie osób 383, wtenczas gdy liczba stowarzyszonych opłacających składkę wynosi osób 3236, a liczba emerytów nowo-wychodzących co każde pięcio-lecie wynosi 183. Te cyfry wskazują, że przy naznaczeniach jakie przyjęliśmy, ogół emerytów ostatecznie tworzy się tak, iż ten przeniesie podwójną liczbę emerytów co każde pięcio-lecie nowo-wychodzących, a w porównaniu z liczbą urzędników wynosić będzie około 12 procent tychże, to jest, że na każde 100 urzędników będzie z czasem 12 emerytów.

Gdyby płaca urzędników, przez cały ciąg ich służby, była stała i dla wszystkich jednaka; i gdyby pensya emerytalna wynosiła tyle zawsze co pobierana płaca; naówczas pensye emerytalne, po dojściu ich do swego *maximum*,

(1) Rachunek ten wyprowadza się z rachunku nr. 5 jak następuje:  
 $23 + 33 = 56$ ,  $14 + 23 + 33 = 70$ ,  $6 + 14 + 23 + 33 = 76$ ,  $1 + 6 + 14 + 23 + 33 = 77$ ,  $0 + 1 + 6 + 14 + 23 + 33 = 77$ ; następnie zaś  $77 + 84 + 102 + 73 + 47 = 383$ .

względem płac urzędników byłyby w takim samym stosunku, w jakim wypadają ich liczby: a mianowicie, jak liczba emerytów w swoim *maximum*, do liczby ogółu wszystkich urzędników; w takim przeto przypuszczeniu pensye emerytalne czyniłyby 12 procent względem płac urzędników.

Lecz że płace urzędników wzrastają, a pensye emerytalne przyznawane są w stosunku do wzrosłej płacy, stosunek zatem pensyi do płac nie będzie taki, jaki się wykazuje pomiędzy liczbą emerytów a liczbą urzędników, lecz inny, który przy *danych*, jakie powyżej przyjęliśmy, wykryć nam potrzeba.

Dla wykrycia pomienionego stosunku, a mianowicie, aby znaleźć jakie będzie *maximum* pensyj emerytalnych względem płac przez urzędników pobieranych, rozwiązać musimy poprzednio następujące zadania:

7. Ile wynosić będą płace, jakie pobierają w ciągu każdego po szczególe pięcio-lecia urzędnicy, mający jednake prawa w stowarzyszeniu?

*Rachunek zadania 7<sup>go</sup>.*

Na początku pięcio-lecia	Pobierana płaca wynosi			Przez urzę- dników na na- stępne pięcio- lecie pozosta- jących w słu- żbie	Pozostają- cym w służbie podwyższenie płacy w ciągu pięcio-lecia następuje o
	Przez urzę- dników pozo- stałych z pię- cio-lecia po- przedniego	Przez urzędników w ciągu pięcio-lecia ubyłych			
		W skutek śmierci lub dymisji	W skutek wyjścia ze służby		
1	100000	10000	10000	80000	32000
2	112000	13400	9000	89600	26900
3	116500	15100	5800	95600	23900
4	119500	17900	3600	98000	19600
5	117600	18800	10600	88200	13200
6	101400	18200	12200	71000	8500
7	79500	15900	19900	43700	3900
8	47600	11400	17200	19000	1100
9	20100	5600	14500	0	0 <sup>(1)</sup>

(1) Pierwotna płaca dla 1000 osób nowo-wchodzących do służby, przyjmuje się dowolnie na sumę 100000; a z téj, przy danych powyżej naznaczonych, wyprowadzają się następnie summy w sposób następujący:

$$100000 \times \frac{10}{100} = 10000, 100000 \times \frac{10}{100} = 10000, 100000 \times \frac{80}{100} = 80000, 80000 \times \frac{40}{100} = 32000, 80000 + 32000 = 112000 \text{ i t. d.}$$

8. Z płac powyższym rachunkiem oznaczonych, ile wybiorą w ciągu każdego po szczególe pięcio-lecia urzędnicy, mający jednakie prawa w stowarzyszeniu?

*Rachunek zadania 8go.*

W ciągu pięcio-lecia	Pobrane płace przez urzędników wynoszą				W ogóle zatem
	Przez ubytych w ciągu pięcio-lecia		Przez pozostałych na następne pięcio-lecie		
	Z powodu śmierci lub dymisji	Z powodu wyjścia ze służby	Nie licząc awansów	Licząc same awanse	
1	25000	25000	400000	80000	530000
2	33500	22500	448000	67200	571200
3	37700	14500	478000	59800	590000
4	44700	9000	490000	49000	592700
5	47000	26500	441000	33000	547500
6	45500	30500	355000	21200	452200
7	39700	49800	218500	9700	317700
8	28500	43000	95000	2700	169200
9	14000	36200	—	—	50200 <sup>(1)</sup>

9. W każdym po szczególe pięcio-leciu, od płac pobranych przez urzędników jednakie prawa w stowarzyszeniu mających, ile wynosić będą składki, licząc takowe w stosunku 1% tymczasowo ustanowionym?

(1) Rachunek 7 wskazuje płace pobierane; z tych płace pobrane obliczają się jak następuje:

$10000 \times \frac{5}{2} = 25000$ ,  $10000 \times \frac{5}{2} = 25000$ ,  $80000 \times 5 = 400000$ ,  $32000 \times \frac{5}{2} = 80000$ ,  $25000 + 25000 + 400000 + 80000 = 530000$  i tak następnie.



*Rachunek zadania 9<sup>go</sup>.*

W ciągu pięcio-lecia	Składki w stosunku 1% wzięte wynoszą				W ogóle zatem
	Pobrane od urzędników, którzy ubyli w ciągu pięcio-lecia		Pobrane od tych, którzy zostali na następne 5-lecie		
	Z powodu śmierci lub dymissyi	Z powodu wyjścia ze służby	Nie licząc awansów	Licząc same awanse	
1	250	250	4000	800	5300
2	335	225	4480	672	5712
3	377	145	4780	598	5900
4	447	90	4900	490	5927
5	470	265	4410	330	5475
6	455	305	3550	212	4522
7	397	498	2185	97	3177
8	285	430	950	27	1692
9	140	362	—	—	502 <sup>(1)</sup>

10. Ze składek w każdym pięcio-leciu oddzielnie pobranych, ile wypada dla emerytów wychodzących ze służby po wysłużeniu pięcio-leć 4<sup>ch</sup>, 5<sup>iu</sup>, 6<sup>iu</sup>, 7<sup>iu</sup> i 8<sup>iu</sup>?

*Rachunek zadania 10<sup>go</sup>.*

W rachunku tym rozdział pobranych składek dopełnia się w tym stosunku, w jakim są płace po wysłużeniu pięcio-leć 4<sup>ch</sup>, 5<sup>iu</sup>, 6<sup>iu</sup>, 7<sup>iu</sup>, 8<sup>iu</sup>, pobierane przez urzędników, którzy pozostają jeszcze w służbie, i tych, którzy wychodzą na emeryturę.

(1) Wypadki tego zadania czynią jeden procent wypadków zadania poprzedniego.

Ze składek opłaconych		Odłożyć należy dla emerytów, którzy wyjdą ze służby w ciągu pięcio-lecia				
W pięcio-leciu	W summie	5-go	6-go	7-go	8-go	9-go
		na pensye emerytalne przypadające za wysługę pięcio-leć				
		4-ch	5-iu	6-iu	7-iu	8-iu
1	5300	568	694	1263	1318	1457
2	5712	613	748	1361	1421	1569
3	5900	633	772	1406	1467	1622
4	5927	636	775	1413	1474	1629
5	5475	—	803	1462	1525	1685
6	4522	—	—	1415	1476	1631
7	3177	—	—	—	1509	1668
8	1692	—	—	—	—	1692
9	502	—	—	—	—	502
	38207	2450	3792	8320	10190	13455 <sup>(1)</sup>

(1) Z rachunku 7 wiemy, że pobierają płacę:

10600	wychodzący ze służby						
	w pięcio-leciu	5					
12200	"	6					
19900	"	7					
17200	"	8					
14500	"	9					

Zatém mający prawo do pensyi emerytalnej za wysługę pięcio-leć 4

jak niemniej:

88200	pozostający w służbie						
	przez całe pięcio-lecie	5					
71000	"	6					
43700	"	7					
19000	"	8					
19000	"	9					

Zatém dosługujący się wyższej pensyi emerytalnej jak za pięcio-leć 4

Rozdzielając zatém kapitał ze składek zebrany w stosunku płac, jakie pobierają ci, którzy wychodzą na emeryturę, i ci, którzy pozostają nadal w służbie; co do kapitału 5300 poprowadzimy rachunek następujący:

$$10600 + 88200 : 5300 = \begin{cases} 10600 : 568 \\ 88200 : 4732 \end{cases} \text{ — } 568$$

$$12200 + 71000 : 4732 = \begin{cases} 12200 : 694 \\ 71000 : 4038 \end{cases} \text{ — } 694$$

$$19900 + 43700 : 4038 = \begin{cases} 19900 : 1263 \\ 43700 : 2775 \end{cases} \text{ — } 1263$$

$$17200 + 19000 : 2775 = \begin{cases} 17200 : 1318 \\ 19000 : 1457 \end{cases} \text{ — } 1318$$

$$14500 + 0 : 1457 = 14500 : 1457 \text{ — } 1457$$

Podobnie postąpimy co do innych kapitałów: 5712, 5900, 5927, 5475, 4522, 3177, 1692, 502.

11. Składki na pensye emerytalne odłożone, zwiększając się przybywającemi do nich procentami, jakie utworzą summy w terminie, w którym z tychże summ rozpocząć się ma wypłata pensyj emerytalnych?

*Rachunek zadania 11<sup>go</sup>.*

Składki zebrane		Przez procenta do nich przybywające po skoń- czeniu pięcio-lecia									W końcu za- tém wydadzą summy	
W pięcio-lec.	W summie	1	2	3	4	5	6	7	8	9	W szczególe	W ogóle
A. Dla emerytów, którzy pozyskają pensyą emerytalną za wysługę pięcio-leć 4-ch.												
1	568	568	710	888	1110	1388	—	—	—	—	1388	4369
2	613	—	613	766	958	1197	—	—	—	—	1197	
3	633	—	—	633	791	989	—	—	—	—	989	
4	636	—	—	—	636	795	—	—	—	—	795	
B. Dla emerytów, którzy pozyskają pensyą emerytalną za wysługę pięcio-leć 5-ciu.												
1	694	694	867	1084	1355	1694	2118	—	—	—	2118	7666
2	748	—	748	935	1169	1461	1826	—	—	—	1826	
3	772	—	—	772	965	1206	1507	—	—	—	1507	
4	775	—	—	—	775	969	1211	—	—	—	1211	
5	803	—	—	—	—	803	1004	—	—	—	1004	
C. Dla emerytów, którzy pozyskają pensyą emerytalną za wysługę pięcio-leć 6-ciu.												
1	1263	1263	1579	1974	2468	3085	3856	4820	—	—	4820	19217
2	1361	—	1361	1701	2126	2658	3323	4154	—	—	4154	
3	1406	—	—	1406	1757	2196	2745	3431	—	—	3431	
4	1413	—	—	—	1413	1766	2208	2760	—	—	2760	
5	1462	—	—	—	—	1462	1827	2284	—	—	2284	
6	1415	—	—	—	—	—	1415	1768	—	—	1768	
D. Dla emerytów, którzy pozyskają pensyą emerytalną za wysługę pięcio-leć 7-miu.												
1	1318	1318	1647	2059	2574	3218	4023	5029	6286	—	6286	—
2	1421	—	1421	1776	2220	2775	3469	4336	5420	—	5420	
3	1467	—	—	1467	1834	2292	2865	3581	4476	—	4476	

Składki zebrane		Przez procenta do nich przybywające po skoń-									W końcu za- tém wydadzą summy	
W pięcio-lec.	W summie	czeniu pięcio-lecia									W szczegó- le	W ogóle
		1	2	3	4	5	6	7	8	9		
4	1474	—	—	—	1474	1842	2302	2878	3598	—	3598	
5	1525	—	—	—	—	1525	1906	2382	2978	—	2978	
6	1476	—	—	—	—	—	1476	1845	2306	—	2306	
7	1509	—	—	—	—	—	—	1509	1886	—	1886	26950
E. Dla emerytów, którzy pozyskają pensyą emerytalną za wysługę pięcio-leć 8-miu.												
1	1457	1457	1821	2276	2846	3557	4446	5558	6948	8685	8685	
2	1569	—	1569	1961	2451	3064	3830	4788	5985	7481	7481	
3	1622	—	—	1622	2027	2534	3168	3960	4950	6188	6188	
4	1629	—	—	—	1629	2036	2545	3181	3976	4970	4970	
5	1685	—	—	—	—	1685	2106	2632	3290	4112	4112	
6	1631	—	—	—	—	—	1631	2039	2549	3186	3186	
7	1668	—	—	—	—	—	—	1668	2085	2606	2606	
8	1692	—	—	—	—	—	—	—	1692	2115	2115	
9	502	—	—	—	—	—	—	—	—	502	502	39845
												( <sup>1</sup> )

Powyższy rachunek wyjaśnia, jak znakomite tworzą się kapitały ze składek stowarzyszonych, skoro do tychże składek przybywać będą procenta, a to do czasu, w którym użycie wniesionych składek właściwie nastąpić powinno; w szczególności zaś mamy:

Dla emerytów, którzy pozyskają pensyą emerytalną za wysługę pięcio-leć	Wniesione składki wynoszą	Do tych przybywa z procentów	Wzrosną zatem do summy
4ch . . . . .	2450	1919	4369
5ciu . . . . .	3792	3874	7666
6ciu . . . . .	8320	10897	19217
7miu . . . . .	10190	16760	26950
8miu . . . . .	13455	26390	39845
W ogóle	38207	59840	98047

(1) Wypadki powyższe znajdujemy z proporcji:

100 : 125 = 568 : 710, 100 : 125 = 710 : 888, 100 : 125 = 888 : 1110;  
100 : 125 = 1110 : 1388, i tak następnie co do następnych pozycyj.

Te wypadki pouczają, że procenta do składek przybywające czynią prawie dwa razy tyle co same składki; za czém idzie, że same składki, jeśliby te wcale się nie procentowały, i przedwcześnie zużywane były, a to na wypłaty pensyj emerytalnych, przyznanych osobom z poprzedniego stowarzyszenia pochodzącym; wówczas, z téj jedynie przyczyny, że nastąpi odwrócenie składek od właściwego im celu, na jaki wnoszone były, stowarzyszeni tracąc składki przez siebie wniesione i oczekując na składki przez następców wniesić się mające, utraciliby procenta, podstawę bytu stowarzyszenia stanowiące. Podobne postępowanie, jeśliby ciągle stosowaném było do następnych stowarzyszonych, stowarzyszeni w takim razie, oprócz składek za pensye dla nich zapewniane należnych, powrócić jeszcze musieliby i procenta, jakie znikły z powodu użycia ich składek dla tych, którzy poprzednio byli stowarzyszeni: musieliby zatem opłacać trzy razy tyle, ileby rzeczywiście od nich należało.

O ileby zaś uczyniono umniejszenie w opłacie składki ztąd wzrosłej dla następnych stowarzyszonych, o tyle dla poprzednich stowarzyszonych wprowadzićby musiano obniżenie pensyj emerytalnych, jakie im wypadały za składki przez nich opłacone, a dla innych już wypotrzebowane.

Takie byłyby następstwa z przyjęcia mylnéj zasady, że opłacone składki nie mają pozostawać dla tych stowarzyszonych, którzy je wniosą, którzy są ich właścicielami, którzy z nich, zwiększonych jeszcze procentami, mają niezaprzeczone prawo korzystać.

12. Jakie tworzyć się będą kapitały, z końcem każdego pięcio-lecia, powstające ze składek wniesionych i z procentów do tychże składek przybywających?

*Rachunek zadania 12<sup>go</sup>.*

Z pięcio-lecia	Kapitały stowarzyszonych na pensye dla przyszłych emerytów odkładane, tworzyć będą summy w pięcio-leciu									Razem
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
4	568	1323	2287	3495	4369	—	—	—	—	12042
5	694	1615	2791	4264	6133	7666	—	—	—	23163
6	1263	2940	5081	7764	11167	15374	19217	—	—	62806
7	1318	3068	5302	8102	11652	16041	21560	26950	—	93993
8	1457	3390	5859	8953	12876	17726	23826	31475	39845	145407
	5300	12336	21320	32578	46197	56807	64603	58425	39845	337411
										( <sup>1</sup> )

13. Po każdym upłynioném pięcio-leciu, jaki będzie ruch gotowizny, należącój do stowarzyszonych wyłącznie takich, którzy opłacają składkę w celu pozyskania w późniejszym czasie pensyi emerytalnej?

*Rachunek zadania 13<sup>go</sup>.*

Po upływie pięcio-lecia	Kapitał stowarzyszonych wynosił	Do tego przybywa		Tym sposobem z końcem pięcio-lecia utworzy się kapitał	Z kapitału utworzonego wydzielić należy	
		Procent za pięcio-lecie bieżące	Składka w ciągu pięcio-lecia wniesiona		Dla wyjść mających z końcem pięcio-lecia na emerytów	Dla pozostających jeszcze, a dopiero później mających wyjść na emeryturę
0	0	0	5300	5300	0	5300
1	5300	1325	11012	17637	0	17637
2	17637	4409	16912	38958	0	38958
3	38958	9740	22839	71537	0	71537
4	71537	17884	28314	117735	4369	113366
5	113366	28341	32836	174543	12035	162508
6	162508	40627	36013	239148	31253	207896
7	207896	51974	37705	297575	58202	239373
8	239373	59840	38207	337423	98047	239376
9	239376	59840	38207	337423	98047	239376
10	239376	59840	38207	337423	98047	239376
						( <sup>2</sup> )

(1) Wypadki powyższe otrzymują się zbierając w jedną całość wypadki odpowiednie, przez rachunek zadania 11 podane, jakoto:  $710 + 613 = 1323$ ,  $888 + 766 + 633 = 2287$ , i tak następnie.

(2) Rachunek powyższy wyprowadza się z rachunków poprzednio dokonanych, a mianowicie do rubryki 2-jej przenoszą się wypadki z ru-

14. Składki w każdym po szczególe pięcio-leciu wniesione, po doliczeniu do nich procentów, a to do czasu, w którym takowe na wypłatę pensyj emerytalnych użyte być mają, w tymże czasie jakie summy tworzyć one będą; następnie summy te, ze składek i z procentów powstałe, w jakim będą pomiędzy sobą stosunku; nakoniec, w jakim będą stosunku części pensji emerytalnej, wypłacane z częściowych kapitałów, w pojedynczych pięcio-leciach ubieganych?

*Rachunek zadania 14<sup>go</sup>.*

Ze składek wniesionych w pięcio-leciu	Oraz z procentów do tychże składek przybyłych tworzą się kapitały, służąc mające na wypłatę pensji emerytalnych za wysługę pięcio-leć					Stosunki pomiędzy kapitałami, wskazujące zarazem i stosunek pomiędzy pensjami z tychże kapitałów wypłacać się mającemi, wskazując, że każdy rubel z wypłacanej pensji za wysługę pięcio-leć				
	4	5	6	7	8	4	5	6	7	8
						gdy rozdzielimy na części odnoszące się do pięcio-leć, przez które składki wnoszone były, części te będą następujące				
						kop.	kop.	kop.	kop.	kop.
1	1388	2118	4820	6286	8685	31	27	25	24	23
2	1197	1826	4154	5420	7481	27	24	21	20	19
3	989	1507	3431	4476	6188	23	20	18	16	16
4	795	1211	2760	3598	4970	19	16	15	13	13
5	—	1004	2284	2978	4112	—	13	12	11	10
6	—	—	1768	2306	3186	—	—	9	9	8
7	—	—	—	1886	2606	—	—	—	7	6
8	—	—	—	—	2115	—	—	—	—	5
9	—	—	—	—	502	—	—	—	—	—
	4369	7666	19217	26950	39845	100	100	100	100	100

brzyki ostatniej; rubryka 3-cia obejmuje procenta od summ w rubryce 2-jej zamieszczonych; do rubryki 4-jej wprowadzają się wypadki po ich zasummowaniu wzięte z rubryki 2-jej rachunku 10-go; rubryka 5-ta przedstawia zebranie summ z 3 rubryk poprzednich; do rubryki 6-jej przenoszą się wypadki po ich zasummowaniu z rubryki ostatniej rachunku 11-go; wreszcie rubryka ostatnia wykazuje różnice pomiędzy wypadkami poprzedniami, zamieszczonemi w rubryce 5-jej i 6-jej.

(1) Summy w pierwszych pięciu rubrykach zamieszczone, są przeniesieniem wypadków przez rachunek Nr. 11 znalezionych; w następnych



Wypadki powyższe wskazują, że każdy rubel z wypłacanej pensji emerytalnej za wysługę pięcio-leć np. ośmiu rozdzielając na pięcio-lecia, przez które składki wnoszone były, części z rozdziału wypadające nie są jednakie, a mianowicie: za składki wniesione w pięcio-leciu pierwszym wypada kop. 23, w drugim kop. 19, w trzecim kop. 16, w czwartym kop. 13, w piątym kop. 10, w szóstym kop. 8, w siódmym kop. 6, w ósmym kop. 5. Napozór zdaje się, że za każde wysłużone pięcio-lecie jednaka przypaśćby powinna część z pensji emerytalnej, to jest jak w obecnym przypadku po kop.  $12\frac{1}{2}$ ; i takby było rzeczywiście, gdyby składki nie wzrastały przybywającemi do nich procentami. Lecz gdy stowarzyszenie nie na rok jeden zawiązuje się, nie może się ograniczać na rocznych operacjach, lecz sięgając okresu lat kilkudziesiąt, głównie na procentach od składek wniesionych opierać się musi, a przybywające procenta tém więcej zwiększają składki, im takowe z dawniejszej pochodzić będą epoki; dla téj zatem prostej przyczyny kapitały z epok dawniejszych pochodzące, a tém samém i pensye emerytalne tychże epok wpływem będące, muszą być wyższe, aniżeli pensye wypłacane za składki wniesione w epokach późniejszych. Uwaga ta może mieć zastosowanie w przypadku wprowadzenia zmiany co do zasad stowarzyszenia, a mianowicie dla rozliczenia, ile z poprzedniej epoki, a ile z następnej, użyć należy na wypłaty pensyj emerytalnych.

15. Wiedząc jakie pobierają płace urzędnicy wychodzący na emeryturę, i jakie kapitały na płacenie im pensyj emerytalnych uzbierane będą, znaleźć jakie będą stosunki pomiędzy wysokościami pensyj emerytalnych za wysługę pięcio-leć 4, 5, 6, 7 i 8?

---

pięciu rubrykach są wskazane w mniejszych cyfrach stosunki zachodzące pomiędzy poprzedniemi summami. Cyfry te znajdują się jak następuje:

		1388 : 31
		1197 : 27
4369 : 100	}	989 : 23
	}	795 : 19

i tak podobnie co do innych rubryk.

*Rachunek zadania 15<sup>go</sup>.*

Po upływie pięcio- lecia	Stowarzyszeni wychodzący na emeryturę		W y p a d a   z a t é m	
	W ostatniem pięcio-leciu po- bierają płacę	Posiadają zaś kapitał służyć mający na wypła- tę im pensyj eme- rytalnych	Na każde rs. 100 pobieranej płacy przeznaczyć z ka- pitału zebranego	Czyli że pensye emerytalne względem płac powinny być w stosunku jak liczby
4	10600	4369	41	15
5	12200	7666	63	23
6	19900	19217	96	35
7	17200	26950	156	57
8	14500	39845	275	100 <sup>(1)</sup>

16. Wiedząc w jakim stosunku zmniejsza się liczba emerytów, znaleźć ile wynosić będą w każdym po szczególne pięcio-leciu wydatki, na wypłaty pensyj pozostającym emerytom ponoszone?

(1) Z rachunku Nr. 7 wiemy, jakie są płace urzędników wychodzących na emeryturę; z rachunku zaś Nr. 14, jakie uzbierają się kapitały na wypłatę pensji dla wychodzących na emeryturę. Z porównania zatem odpowiednich summ, znajdziemy na każde 100 rs. pobieranej płacy ile wypadnie kapitału, z którego pensye emerytalne płacone być mają. Do znalezienia tego prowadzi nas rachunek następujący;  $10600 : 4369 = 100 : 41$ , i tak następnie. Stosunek pomiędzy kapitałami, jak wyżej znalezionemi, możemy wyrazić w innych cyfrach, układając proporcye:

$$275 : 100 \left\{ \begin{array}{l} 156 : 57 \\ 96 : 35 \\ 63 : 23 \\ 41 : 15. \end{array} \right.$$

*Rachunek zadania 16<sup>go</sup>.*

W pięcio-leciu	Z przyznanej pensji emerytalnej			Dokonane wypłaty pensji emerytalnych uczyniły wydatek		
	Na początku pięcio-lecia przypadało do wypłaty rocznie	W ciągu pięcio-lecia ubyło z rocznych wypłat	Z końcem pięcio-lecia pozostawało do wypłaty rocznie	Dla emerytów, którzy w ciągu pięcio-lecia ubyli	Dla emerytów, którzy na następne pięcio-lecie pozostali	Łącznie dla wszystkich w ogóle emerytów
1	1000	200	800	500	4000	4500
2	800	240	560	600	2800	3400
3	560	224	336	560	1680	2240
4	336	235	101	588	505	1093
5	101	101	0	253	0	253 <sup>(1)</sup>

17. Znaleźć, jak wielki ma być kapitał, aby ten wzrastając przybywającemi do niego procentami, wystarczyć na wypłaty pensji emerytalnych powyżej wskazanych, z końcem każdego pięcio-lecia dokonywane.

*Rachunek zadania 17<sup>go</sup>.*

Na końcu pięcio-lecia	Aby można wypłacić	Potrzeba mieć na procencie z początkiem pięcio-lecia				
		5-go	4-go	3-go	2-go	1-go
		K a p i t a ł				
5	253	203	162	130	104	83
4	1093	—	874	699	559	447
3	2240	—	—	1792	1434	1147
2	3400	—	—	—	2720	2176
1	4500	—	—	—	—	3600
	11486	203	1036	2621	4817	7453 <sup>(2)</sup>

(1) Przyjąwszy 1000 rs. przyznanej pensji emerytalnej dla ilukolwiek bądź emerytów, sumę tę zmniejszamy co każde pięcio-lecie w tym stosunku, w jakim zmniejszanie to wskazały cyfry statystyczne, a mianowicie:  $100 : 20 = 1000 : 200$ ,  $100 : 30 = 1000 - 200 : 240$ ,  $100 : 40 = 800 - 240 : 224$ ,  $100 : 70 = 560 - 224 : 235$ ,  $100 : 100 = 336 - 235 : 101$ . Wiedząc z powyższego, ile wypada do wypłaty corocznie pensji

Rachunek powyższy wskazuje:

- 1) że gdy pensye emerytalne przyznane wynosić będą summę rs. 1000, wówczas ogół wypłat z tego przyznania dokonanych, a to do czasu wygaśnięcia wszystkich emerytów, dla których przyznanie nastąpiło, uczyni summę rs. 11486, to jest  $11\frac{1}{2}$  razy większą od summy przyznanéj;
- 2) że na wypłaty pensyj emerytalnych, dokonywane w terminach naznaczonych, a których ogół czyni jak wyżej summę rs. 11486, dostateczną będzie summa rs. 7453, jeśli ta jednocześnie z przyznaniem pensyj złożoną zostanie; a zatem kapitał wynoszący  $7\frac{1}{2}$  razy tyle co pensye przyznane, wystarczy na wypłaty tychże pensyj;
- 3) że jeśliby kapitał rs. 7453, potrzebny na wypłaty pensyj emerytalnych przyznanych w summie rs. 1000, nie był poprzednio uzbierany, wówczas stowarzyszenie tracąc procenta w summie rs. 4033, jakie przybyłyby do tegoż kapitału przez ciąg wypłat z niego dokonywanych, poniosłoby wydatek wyższy o takową summę rs. 4033, to jest więcej o połowę tego jaki ponieść powinno, nie licząc jeszcze, że i kapitał rs. 7453, który powinienby być zebrany i gotowym na wypłaty, tylko przez zaciągnięcie pożyczki mógłby być pozyskany;
- 4) że zatem utrata kapitału rs. 7453 dla stowarzyszenia przynosi stratę w summie daleko większej, bo wynosząc rs. 11486.

18. Znaleźć, w jakiej wysokości powinny być wyznaczone pensye emerytalne, aby te, aż do czasu ich wyga-

emerytalnej, znajdziemy ile z takowej wypłaconém będzie tym emerytom, którzy w ciągu pięcio-lecia ubyli, i tym, którzy całe przetrwali pięcio-lecie. Dla pierwszych bierzemy połowę pięcio-letniej pensyi, a dla drugich całą pięcio-letnią pensyą.

(2) Z summy zawierającej w sobie kapitał wraz z procentami, znajdujemy sam kapitał przez proporcją:

$$125 : 100 = \begin{cases} 253 : 203 \\ 203 : 162 \\ 162 : 130 \\ 130 : 104 \\ 104 : 83. \end{cases}$$

Podobnież co do innych pozycyj.

śnięcia z tych kapitałów, jakie poprzednio zebrane były, mogły być w zupełności zaspokojone.

*Rachunek zadania 18<sup>go</sup>.*

Dla emerytów wychodzących z wysłu- gą pięcio-leć	Skoro zebra- nym został kapitał w summie	Z tego kapitału mo- żna wyznaczyć im- pensę emerytalną rocznie po
4	4369	586
5	7666	1029
6	19217	2578
7	26950	3616
8	39845	5346 <sup>(1)</sup>

19. Z kapitału na pensye emerytalne odłożonego i wzrastającego przybywającemi do niego procentami, znaleźć, jakie summy czynić powinny wypłaty pensyj emerytalnych w każdym po szczególe pięcio-leciu?

*Rachunek zadania 19<sup>go</sup>.*

Na początku pięcio-lecia	Kapitał ze- brany wynosił	Do tego w ciągu pię- cio-lecia przy- będzie pro- centu	Z końcem zatem pięcio- lecia wynosić będzie	Z tego w ciągu pię- cio-lecia na- stąpią wy- płaty	Pozostanie zatem z niego na następne pięcio-lecie
A. Co do emerytów wychodzących z usługą pięcio-leć 4-ch.					
1	4369	1092	5461	2637	2824
2	2824	706	3530	1993	1537
3	1537	384	1921	1313	608
4	608	152	760	641	119
5	119	29	148	148	0

(1) Wiedząc że kapitałem rs. 7453 można zaspokoić pensye przyznane w summie rs. 1000, znajdziemy jakie wyznaczyć można pensye posiadając kapitał 4369, a to przez proporcją:  $7453 : 1000 = 4369 : 586$ . Po dobnie i co do innych kapitałów.

Na początku pięcio-lecia	Kapitał ze- brany wynosił	Do tego w ciągu pię- cio-lecia przy- będzie pro- centu	Z końcem zatem pięcio- lecia wynosić będzie	Z tego w ciągu pię- cio-lecia na- stąpią wy- płaty	Pozostanie zatem z niego na następne pięcio-lecie
<i>B. Co do emerytów wychodzących z usługą pięcioleć 5-ciu.</i>					
1	7666	1916	9582	4631	4951
2	4951	1238	6189	3499	2690
3	2690	672	3362	2303	1059
4	1059	265	1324	1123	201
5	201	50	251	251	0
<i>C. Co do emerytów wychodzących z usługą pięcioleć 6-ciu.</i>					
1	19217	4804	24021	11601	12420
2	12420	3105	15525	8766	6759
3	6759	1689	8448	5776	2672
4	2672	668	3340	2818	522
5	522	130	652	652	0
<i>D. Co do emerytów wychodzących z usługą pięcioleć 7-miu.</i>					
1	26950	6737	33687	16272	17415
2	17415	4354	21769	12292	9477
3	9477	2369	11846	8100	3746
4	3746	936	4682	3952	730
5	730	183	913	913	0
<i>E. Co do emerytów wychodzących z usługą pięcioleć 8-miu.</i>					
1	39845	9961	49806	24056	25750
2	25750	6437	32187	18175	14012
3	14012	3503	17515	11977	5538
4	5538	1384	6922	5842	1080
5	1080	270	1350	1350	0
					( <sup>1</sup> )

(1) Summy pierwotne 4369, 7666 i t. d. wzięte są z rachunku 18-go; druga rubryka obejmuje procenta po każdym pięcio-leciu przybywające; trzecia rubryka wskazuje zebranie kapitału i procentu przybyłego.

20. Wiedząc z powyższego rachunku w jakich summach wyczerpuje się kapitał dla emerytów odłożony, a tém samém, ile z tegoż kapitału, po każdym po szczególe pięcio-leciu, pozostaje na pięcio-lecia następne, dla jednych i tych samych emerytów; a mianowicie dla takich, którzy jednocześnie wyszli na emeryturę: znaleźć, jakie utworzą się pozostałości z ogółu tego rodzaju kapitałów, łącznie do wszystkich emerytów, jacy będą, bez ich rozróżniania, należących?

*Rachunek zadania 20<sup>go</sup>.*

Na początku pięcio-lecia	Kapitał eme- rytów wyno- sić będzie	Do którego przybędzie w ciągu pię- cio-lecia pro- centu	Ogół kapitału z końcem pię- cio-lecia utworzy się	Z tego zawy- datkowane będzie na pen- sye emerytal. w ciągu 5-lecia wypłacone	Pozostanie zatem na na- stępne pięcio- lecie kapitał
<i>A. Co do emerytów wychodzących z usługą pięcioleć 4-ch.</i>					
5	4369	1092	5461	2637	2824
6	7193	1798	8991	4630	4361
7	8730	2182	10912	5943	4969
8	9338	2334	11672	6584	5088
9	9437	2363	11820	6732	5088
10	9457	2363	11820	6732	5088
11	9457	2363	11820	6732	5088
12	9457	2363	11820	6732	5088
<i>B. Co do emerytów wychodzących z usługą pięcioleć 5-ciu.</i>					
6	7666	1916	9582	4631	4951
7	12617	3154	15771	8130	7641
8	15307	3826	19133	10433	8700

Rachunek 16 wykazuje jakie następują wypłaty z końcem każdego pięcio-lecia, gdy pensye emerytalne przyznane będą w summie rs. 1000, czyli gdy na takowe pensye emerytalne odłożonym będzie kapitał 7453. Summy więc rachunkiem 16 wskazane: 4500, 3400, 2240, 1093, 253, odnoszące się do kapitału 7453, gdy odniesiemy do kapitału 4369, 7666 i t. d., a to przez proporcję:  $7453 : 4369 = 4500 : 2637$ , znajdziemy wypłaty dokonywać się mające, rubryką 4-tą wykazane.

Rubryka ostatnia obejmuje pozostałości z kapitału, które następnie do rubryki pierwszej są przenoszone.



Na początku pięcio-lecia	Kapitał eme- rytów wyno- sić będzie	Do którego przybędzie w ciągu pię- cio-lecia pro- centu	Ogół kapitału z końcem pię- cio-lecia utworzy się	Z tego zawy- datkowane będzie na pen- sye emerytal. w ciągu 5-lecia wyplacone	Pozostanie zatem na na- stępne pięcio- lecie kapitał
9	16366	4091	20457	11556	8901
10	16567	4141	20708	11807	8901
11	16567	4141	20708	11807	8901
12	16567	4141	20708	11807	8901
C. Co do emerytów wychodzących z usługą pięcioleć 6-ciu.					
7	19217	4804	24021	11601	12420
8	31637	7909	39546	20367	19179
9	38396	9598	47994	26143	21851
10	41068	10266	51334	28961	22373
11	41590	10396	51986	29613	22373
12	41590	10396	51986	29613	22373
D. Co do emerytów wychodzących z usługą pięcioleć 7-miu					
8	26950	6737	33687	16272	17415
9	44365	11091	55456	28564	26892
10	53842	13460	67302	36664	30638
11	57588	14396	71984	40616	31368
12	58318	14579	72897	41529	31368
13	58318	14579	72897	41529	31368
E. Co do emerytów wychodzących z usługą pięcioleć 8-miu					
9	39845	9961	49806	24056	25750
10	65595	16398	81993	42231	39762
11	79607	19901	99508	54208	45300
12	85145	21285	106430	60050	46380
13	86225	21555	107780	61400	46380
14	86225	21555	107780	61400	46380
W ogóle zaś co do wszystkich emerytów, bez względu na usługę, to jest w połączeniu z usługą pięcioleć 4, 5, 6, 7 i 8.					
5	4369	1092	5461	2637	2824
6	14859	3714	18573	9262	9312

Na początku pięcio-lecia.	Kapitał emerytów wynosić będzie	Do którego przybędzie w ciągu pięcio-lecia procentu	Ogół kapitału z końcem pięcio-lecia utworzy się	Z tego zawydatkowane będzie na pensje emerytalne w ciągu 5-lecia wypłacone	Pozostanie zatem na następne pięcio-lecie kapitał
7	40563	10141	50704	25674	25030
8	83232	20806	104038	53656	50382
9	148429	37104	185533	97051	88482
10	186529	46628	233157	126395	106762
11	204809	51197	256006	142976	113030
12	211077	52764	263841	149731	114110
13	212157	53034	265191	151081	114110
14	212157	53034	265191	151081	114110
15	212157	53034	265191	151081	114110
					( <sup>1</sup> )

Powyższy rachunek wskazuje:

- 1) że gdy wydatek na pensje emerytalne, wypłacone w ciągu jednego pięcio-lecia, dojdzie do summy rs. 151081, czyli gdy roczne pensje emerytalne dojdą do swego *maximum*, i wynosić będą około rs. 30000, wówczas kapitał emerytów, potrzebny na wypłaty im pensyj emerytalnych, wynosić powinien sumę 114110, i w takiej wysokości nadal utrzymywać się będzie, to jest wynosić będzie stale blisko cztery razy tyle, co czynią roczne pensje emerytom wypłacane;
- 2) że do kapitału emerytów, gdy ten dojdzie już do swego *maximum* rs. 114110, co pięcio-lecie przybywać będzie po rs. 98047, a to dla utworzenia summy 212157; przybytek zaś ten, wynoszący jak wyżej rs. 98047, powstaje rzeczywiście z przelewu takiej summy z kapitału urzędników do kapitału emerytów. Roczny zatem przelew z funduszu urzędników za tych, którzy przechodzą na emerytów, wynosi około 20000, czyli około

(1) Rachunek ten jest prawie powtórzeniem rachunku 19; zawiera w sobie zebranie summ odpowiednich, jakoto w tytule  $A, 0 + 4369 = 4369$ ,  $4369 + 2829 = 7193$ ,  $7193 + 1537 = 8730$ , i tak następnie co do innych, tudzież co do innych tytułów. W tytule zaś ostatnim mamy zebranie z pięciu poprzednich tytułów.

- $\frac{2}{3}$  części tego, co wynoszą roczne pensye emerytalne po ich dojściu do *maximum*;
- 3) że same procenta, o które zwiększa się kapitał emerytów, co każde pięcio-lecie wynoszące summe 53034, czyli rocznie summe 10000, uzupełniają brakującą  $\frac{1}{3}$  część kapitału, na wypłaty pensyj emerytalnych potrzebnego.
- 4) Tym więc sposobem pensye emerytalne, po dojściu ich do *maximum*, zaspakajane będą:
- a) w  $\frac{2}{3}$  częściach kapitałem, jaki, z nowo-przybywającymi emerytami, z funduszu urzędników do funduszu emerytów, przelanym być powinien;
  - b) w  $\frac{1}{3}$  części procentami, jakie przybędą do ogólnego funduszu emerytów.

Widzimy przeto, że fundusz emerytów pierwiastkowo wzrastać powinien; a dopiero po dojściu do *maximum* pensyj emerytalnych, cały przychód do funduszu emerytów, użytym będzie na wypłaty pensyj emerytalnych; i wówczas fundusz emerytów pozostanie w jednakięj ciągle wysokości, a to tak długo, jak długo trwać będzie stowarzyszenie; i dopiero w razie rozwiązania stowarzyszenia fundusz emerytów, nie będąc zasilany nowemi przychodami, wyczerpywać się musi na wypłaty pensyj dla pozostałych emerytów, zawsze jednak o tyle tylko, że tenże aż do wygaśnięcia wszystkich emerytów wystarczyć powinien, skoro stan jego, odpowiednio do istniejących zobowiązań, uregulowanym będzie.

21. Jaki będzie ruch i stan kapitałów w każdym po szczególe pięcio-leciu:

- a) należącego do tych stowarzyszonych, którzy składki opłacają, w celu nabycia prawa do pensyi emerytalnej;
- b) należącego do tych stowarzyszonych, którzy za składki poprzednio opłacane, zaczęli pobierać pensyą emerytalną.

*Rachunek zadania 21<sup>go</sup>.*

Na początku pięcio-lecia	Kapitał stowarzyszonych opłacających składkę, pozostały z poprzedniego pięcio-lecia	Do kapitału z poprzedniego pięcio-lecia pozostałego przybywają		W końcu zatem pięcio-lecia kapitał stowarzyszonych, opłacających składkę, wynosi	Z kapitału stowarz. opłacających składkę, z powodu, że niektórzy z nich wyjdą na emeryturę, na takową wydziela się kapitał	Kapitał należący do stowarzyszonych, którzy już pobierają pensję emerytalną, pozostały z pięcio-lecia poprzedniego	Do kapitału dla emerytów wydzielonego, tudzież tego, jaki pozostał z 5-leć poprzed., przybyły w ciągu 5-lecia procent, wynosi	Ogólny zatem kapitał do emerytów należący, z końcem pięcio-lecia wynosi	Z kapitału ogólnego emerytów, z końcem 5-lecia utworzonego, wydatkuje się na pensje emerytalne za upływnie 5-lecie należne
		Procent za bieżące pięcio-lecie należny	Składka w ciągu pięcio-lecia wniesiona						
0	0	0	5300	5300	0	0	0	0	0
1	5300	1325	11012	17637	0	0	0	0	0
2	17637	4409	16912	38958	0	0	0	0	0
3	38958	9740	22839	71537	0	0	0	0	0
4	71537	17884	28314	117735	4369	0	1092	5461	2637
5	113366	28341	32836	174543	12035	2824	3714	18573	9262
6	162508	40627	36013	239148	31252	9311	10141	50704	25674
7	207896	51974	37705	297575	58202	25030	20806	104038	53656
8	239376	59840	38207	337423	98047	50382	37104	185533	97051
9	239376	59840	38207	337423	98047	88482	46628	233157	126395
10	239376	59840	38207	337423	98047	106762	51197	256006	142976
11	239376	59840	38207	337423	98047	113030	52764	263841	149731
12	239376	59840	38207	337423	98047	114110	53034	265191	151081
13	239376	59840	38207	337423	98047	114110	53034	265191	151081
14	239376	59840	38207	337423	98047	114110	53034	265191	151081
15	239376	59840	38207	337423	98047	114110	53034	265191	151081

(1) Rachunek powyższy obejmuje zebranie wypadków, w rachunkach 13 i 20 podanych.

Powyższy rachunek wskazuje:

1) Że gdy pensye emerytalne dojdą już do swego *maximum*, wówczas kapitał stowarzyszonych, opłacających składkę, wynosić powinien. . . . . 239376

Kapitał zaś stowarzyszonych, pobierających pensyą emerytalną. . . . . 114110

to jest ogólny kapitał wszystkich stowarzyszonych tworzyć powinien summe. . . . . 353486

2) Że każde pięcio-lecie przyniesie dochodu z procentu od kapitału, należącego do stowarzyszonych opłacających składkę . . . . . 59840

ze składek przez tychże stowarzyszonych wniesionych. . . . . 38207

W ogóle będzie przychodu. . . 98047  
tyle właśnie, ile co pięcio-lecie przelewać się powinno z funduszu stowarzyszonych, którzy opłacają składkę, do funduszu stowarzyszonych, którzy pobierają pensyą emerytalną; któreto przelewy następować powinny na wypłaty pensyj tym emerytom, którzy nowo przybywają, to jest, którzy wychodzą ze stowarzyszonych opłacających składkę, a przechodzą do stowarzyszonych pobierających pensyą emerytalną.

3. Kapitał emerytów co każde pięcio-lecie zwiększa się: przelewem w summie. . . . . 98047

jaki następuje z funduszu stowarzyszonych opłacających składkę, na płacenie pensyj emerytalnych tym, którzy wyszli z listy opłacających składki:

procentami w summie . . . . . 53034  
od ogólnego kapitału emerytów, za upłynione pięcio-lecie przypadającymi.

W ogóle zatem kapitał emerytów zwiększa się co każde pięcio-lecie o . . . . . 151081  
o tyle właśnie, ile wynoszą wydatki na wypłaty pensyj emerytalnych, w ciągu pięcio-lecia dokonywane.

4. Że tym sposobem ogół przychodów wynosić będzie:

1) z procentu od kapitału stowarzyszonych:

a) opłacających składkę. . . 59840

b) pobierających pensye . . 53034

Razem. . 112874

	z przeniesienia	112874
2) ze składek opłacanych . . . . .		38207
	Łącznie. . . . .	151081

i przychód ten równoważy się z wydatkiem, jaki na pensye emerytalne, w takiejże summie 151081, ponoszonym będzie.

5. Bilans po skończeniu każdego pięcio-lecia wypada:

*Przychód.*

1) Kapitał należący do stowarzyszonych:	
a) którzy już pobierają pensyą. . . . .	114110
b) którzy dopiero pozyskują emeryturę. . . . .	98047
c) którzy opłacają jeszcze składki . . . . .	239376
	Razem. . . . .
2) Procenta od powyższych kapitałów . . . . .	112874
3) Składki wniesione . . . . .	38207
	Łącznie. . . . .

*Wydatek.*

4) Na pensye emerytalne. . . . .	151081
----------------------------------	--------

*Remanent.*

Pozostaje na następne pięcio-lecie kapitał . . 451533 taki sam, jaki był na początku poprzedniego pięcio-lecia.

6. Że kapitał stowarzyszonych, równoważąc się z ciążącemi stowarzyszenie zobowiązaniami, stanowi rękojmią co do spełnienia tychże zobowiązań; a obok tego znakomicie zasila przychody bieżące. O ileby tenże kapitał nie był zebrany, o tyle, z przyczyny ubytku od tegoż kapitału procentów, zmniejszyłyby się przychody; a takie umniejszenie spowodowałoby musiało:

- a) albo podwyższenie składek,
- b) albo obniżenie pensyj.

7. Że przypuściwszy najgorszy wypadek, to jest taki, że stowarzyszenie do tak smutnego doprowadzoném zostało stanu pod względem funduszów, iż ono żadnego nie posiada kapitału, mimo ciążących je zobowiązań, a tém sa-

mém, że jest pozbawione dochodu z procentów; wówczas składki zebrane od obecnie stowarzyszonych, musiałyby być użyte na wypłaty pensyj emerytalnych, przyznanych tym, którzy do poprzedniego stowarzyszenia należeli; i w takim razie dla zrównoważenia przychodów z wydatkami, konieczném byłoby:

albo składki opłacane w summie 38207 podnieść do summy 151081, tojest: zwiększyć je prawie czterokrotnie, aby tak zwiększonymi składkami mogły być zaspokojone pensye emerytalne, skoro te dojdą do wysokości 151081;

albo téż pozostawiwszy składki we właściwej sobie wysokości, tojest w summie 38027, pensye emerytalne doszłe do summy 151081, zredukować na sumę 38207, czyli zmniejszyć je do  $\frac{1}{4}$  części należnych;

albo nareszcie, jeśliby deficyt, w kapitale stowarzyszenia wykazujący się, zarówno miał dotknąć wszystkich stowarzyszonych, tak opłacających składkę, jako téż i pobierających pensyą emerytalną; wówczas zasłaby potrzeba: pierwszym podwoić składkę, a drugim przepołwić pensyą emerytalną.

Takie muszą być ostateczne następstwa stowarzyszenia, gdy to nie czuwa, aby zasoby jego w każdym czasie zaspokoić były w stanie zobowiązania, jakie je ciążyą względem jego członków; a mianowicie, aby ono w każdym czasie było w możności powrócić wszystkim swoim członkom należności im przypadające, tojest: składki przez nich wniesione, korzyści po ubyłych ze stowarzyszenia osiągnięte, i procenta narosłe.

Powyżej przedstawiony billans, ułożony został w tém założeniu, że corocznie, o ile ubędzie stowarzyszonych, o tyle téż ich przybędzie. Taki stan mógłby mieć miejsce wtenczas, gdyby raz ustanowiona liczba posad, bez żadnej zmiany pozostawała ciągle; tak wszakże nie dzieje się w praktyce: bo były lata, w których się zwiększyła liczba urzędników, są i takie, w których się ona zmniejszyła. Zmiany przeto takie należy wyłączyć z rachunku, a mianowicie: jeśli się liczba urzędników powiększy, wówczas należy, co do przybytku, oddzielny przeprowadzić rachunek, i ten dopiero w ostatecznych wypadkach złączyć z ra-



chunkiem głównym; jeśliby zaś liczba urzędników zmniejszeniu uległa, ubytek nastąpiący wycofać należy z rachunku pierwotnego, dopełniając tego od samego początku stowarzyszenia, tak, aby w końcu otrzymane ostateczne wypadki były już rzeczywiste, to jest takie, jakie dać powinni pozostali w stowarzyszeniu urzędnicy.

Nadmienić tu jeszcze wypada, że i składki w stosunku 1% i liczba stowarzyszonych wzięte zostały dowolnie, i z tych przyszliśmy do ostatecznych wypadków. Te naznaczenia dowolnie wzięte, wskazały tylko stosunki, jakie zachodzić będą pomiędzy ostatecznymi wypadkami. Stosunki te nie zmieniają się, chociaż w miejsce dowolnej liczby stowarzyszonych weźmiemy liczbę ich rzeczywistą; gdyż przez to ostateczne wypadki, tylko pod względem ich wysokości, zmianie ulegną, zwiększając się tyle razy, ile razy zwiększy się liczba stowarzyszonych i składka po 1% do rachunku przyjęta.

Dotąd rozwiązaliśmy tylko przygotowawcze zadania, a mianowicie znaleźliśmy:

1. Składka w stosunku 1% opłacana, jakie tworzy kapitały dla emerytów wychodzących z wysługą pięcio-leć 4, 5, 6, 7 i 8.
2. Z kapitałów, jakie z pomienionej składki uzbierane być mogą dla emerytów wychodzących z wysługą pięcio-leć 4, 5, 6, 7 i 8, jakie pensye emerytalne wyznaczane być mają, aby te wystarczyły dla tychże emerytów, aż do czasu zupełnego ich wygaśnięcia.
3. Jakie były płace tych urzędników, którzy wychodzą na emeryturę z wysługą pięcio-leć 4, 5, 6, 7 i 8.

Przyszedszy do takich wypadków, przystąpimy teraz do rozwiązania naszego głównego zadania, a mianowicie znajdziemy najprzód: Składka w stosunku 1% opłacana, w jakiej wysokości dozwoli ustanowić pensyą emerytalną względem płacy ostatecznie pobieranej; następnie zaś, składkę po 1% ile razy zwiększyćby należało, aby z takiego zwiększenia pensya emerytalna podnieść się mogła do wysokości żądanej, np. do takiej wysokości, iżby ta równała się całkowitej płacy, przy wyjściu na emeryturę pobieranej.

*Rachunek zadania powyższego.*

1. Składka w stosunku 1% opłacana, jak wskazuje rachunek Nr. 11, tworzy kapitał dla emerytów wychodzących z wysługą pięcio-leć

4	5	6	7	8
wynoszący . . 4369	7666	19217	26950	39845

2. Z kapitału powyższego, jak wskazuje rachunek Nr. 18, może być wyznaczona pensja emerytalna wynosząca . . . . .

586	1029	2578	3616	5346
-----	------	------	------	------

3. Że zaś ostatecznie pobierane płace przez urzędników, którzy wychodzą na emerytów, jak wskazuje rachunek Nr. 7 wynoszą . .

10600	12200	19900	17200	14500
-------	-------	-------	-------	-------

4. Przeto na każde 100 rs. z pobieranej płacy, gdy składka opłacana jest w stosunku 1%, za takową składkę przypadnie pensji emerytalnej po rs.:

5,53	8,43	12,94	21,2	36,87 <sup>(1)</sup>
------	------	-------	------	----------------------

5. Jeśliby zatem przyjęto, że za wysługę pięcio-leć ośmiu, emeryci mają pobierać pensją równającą się płacy, jaką mieli na końcu urzędowania swego, to jest, że ich pensja wynosić ma rs. 100, nie zaś jak wyżej rs. 36 kop. 87; wówczas składka po 1% zwiększoną być powinna w stosunku jak rs. 36 kop. 87 do rs. 100, czyli prawie trzy razy.

W miejsce zatem składki po 1%, według której rachunki nasze przeprowadzone były, wzięwszy składkę po 3%, pensye emerytalne za każde 100 rs. płacy wypadną następujące:

po rs. 15	25	36	60	100 <sup>(2)</sup>
-----------	----	----	----	--------------------

6. Znaleźliśmy przeto, że składka po 3% opłacana, dozwoli zapewnić pensją emerytalną, lecz tylko samym emerytom, w stosunku następującym:

Za wysługę pięcio-leć 8 — rs. 100, to jest równającą się całkowitej płacy przy wyjściu na emeryturę pobieraną;

(1) Do tych wypadków dochodzimy, dzieląc liczby *ad* 2 przez liczby *ad* 3.

(2) Wzięto wypadki nieco niższe od otrzymywanych z pomnożenia przez 3, aby przez to przyjść do liczb zaokrąglonych; przewyżka pozostawiona stanowić może rezerwę, przydać się mogącą na inne wydatki, jako to na koszt administracyjny.

Za wysługę pięcio-leć 7 — rs. 60, to jest  $\frac{3}{5}$  płacy;  
 „ „ 6 — „ 36, to jest nieco więcej jak  $\frac{1}{3}$  płacy;  
 „ „ 5 — „ 25, to jest  $\frac{1}{4}$  płacy;  
 „ „ 4 — „ 15, to jest nieco mniej jak  $\frac{1}{6}$  płacy.

7. Gdybyśmy składkę po 3% więcej jeszcze podnieśli, wówczas pensye emerytalne wypadłyby wyższe, a mianowicie w większych częściach, jak powyżej wykazano. Wszakże wypada koniecznie naznaczyć granicę dla pensyj emerytalnych taką, aby ta nie przenosiła nigdy płacy pobieranej, a przewyżka nad pomienioną granicę wypadająca, mogłaby przechodzić na korzyść ogólnego funduszu, dla użycia jej na przypadek, jeśliby doświadczenie poprzednie nie potwierdzało się w zupełności, i wymagało sprostowania przy dalszém doświadczeniu.

Przeprowadziliśmy powyżej rachunki, przyjmując, że za wysługę pięcio-leć ośmiu ma być wyznaczoną całkowita pensya emerytalna, i z rachunków tych znaleźliśmy, że zapewnienie całkowitej pensyi emerytalnej samym tylko emerytom, wymagałoby składki w stosunku po 3%.

W taki sam sposób, wzięwszy tylko odpowiednie dane statystyczne, z doświadczenia wyprowadzone, potrafilibyśmy obliczyć, jaka składka wymagana być powinna, jeśli by wcześniej, to jest za krótszy termin, zapewnioną być miała całkowita pensya emerytalna, np. za pięcio-leć 7 lub 6.

Gdyby rachunek za pięcio-leć 7 przeprowadzony wskazał, że w miejsce składki 3%, potrzebną będzie składka np. po 5%, to jest: składki wyższej, a to w stosunku jak 60 do 100; wówczas, według rachunku powyższego *ad 6*, mielibyśmy następujące wysokości pensyj emerytalnych za wysługę: pięcio-leć 7 — rs.  $60 \times \frac{5}{3}$  czyli 100, to jest wyrównywająca całkowitą płacy ostatecznie pobieranej;

„ 6 — „  $36 \times \frac{5}{3}$  „ 60, to jest  $\frac{3}{5}$  płacy;  
 „ 5 — „  $25 \times \frac{5}{3}$  „  $41\frac{2}{3}$ , to jest nieco więcej jak  $\frac{2}{5}$  płacy;  
 „ 4 — „  $15 \times \frac{5}{3}$  „ 25, to jest  $\frac{1}{4}$  płacy.

Dotąd szukaliśmy, jaka powinna być ustanowiona składka, aby ta utworzyła fundusz, mogący zapewnić pensye emerytalne samym tylko emerytom.

W taki sam sposób, skoro tylko z doświadczenia lat upłynionych zebrane zostaną odpowiednie *dane* statystyczne, potrafiemy obliczyć, jaką ustanowić należy składkę, aby z téjże zebrany fundusz mógł wystarczyć na wypłaty pensyj emerytalnych: 1) wdowom; 2) dzieciom małoletnim pozostającym po urzędnikach, którzy już nabyli prawa do pensji emerytalnej; tudzież: 3) wdowom; 4) dzieciom małoletnim, pozostającym po emerytach już pobierających pensyą emerytalną.

Następnie zebrawszy w jedną całość składki, jak wyżej znalezione, summa ich wskaże ogólną składkę, za którą zakupić może urzędnik pensyą emerytalną, tak dla siebie, jako téż dla żony, dzieci małoletnich, jeśliby te pozostawił po swojej śmierci.

Do wypadku ostatecznego krótszą możnaby dojść drogą, obserwując do jakiego stosunku zmierzają pensye emerytalne, wypłacane wdowom i dzieciom, względem pensyj wypłacanych samym emerytom; i w tym stosunku zwiększwszy składkę za pensyą dla samych emerytów należną, znajdziemy ogólną składkę, należną za pensye tak dla emerytów, jako téż dla wdów i dzieci małoletnich wypłacać się mające.

Powtarzamy raz jeszcze, że bynajmniej nie mieliśmy zamiaru w piśmie niniejszém przyjść do wskazania rzeczywistego stosunku pomiędzy składką opłacaną, a wyznaczyć się mającą pensyą emerytalną; bo na to potrzeba mieć koniecznie *dane* statystyczne, których nie posiadamy; a które wszakże z tyło-letniego doświadczenia wykryte być mogą. Głównie było naszym celem przekonać tylko, że rachunek pensyj emerytalnych istnieje, który, jak widzieliśmy, mało co różni się od rachunku dochodów dożywotnich <sup>(1)</sup>, a mianowicie w tém tylko, że w rachunku dochodów, te obliczają się dla pojedynczych indywiduów, z rozróżnieniem na wiek, od którego się ma rozpocząć opłata składek, i na wiek, od którego ma się poczynać wypłata dochodu dożywotniego; naznaczając przytém warunek: że

---

(1) Patrz dzieło: „*Rachunkowość handlowa w ważniejszych jej zastosowaniach*,” przez Floryana Alexandra Zubelewicza, autora dzieła: „*O państwach publicznych*.” Warszawa. 1846.

składka w jednakić ciągle wysokości ma być opłacaną. W rachunku zaś pensyj emerytalnych nie bierzemy już indywiduów pojedynczych, lecz z nich tworzymy pewne grupy, i takie zgrupowanie wielu indywiduów jednocześnie, bez względu na ich wiek do stowarzyszenia wchodzących, przeprowadzamy w rachunku przez wszystkie lata ich stowarzyszenia, a mianowicie od rozpoczęcia służby do czasu wyjścia z tćje, a następnie do ostatecznego kresu wygaśnięcia tychże samych stowarzyszonych.

Z powyższych działań, jakie dokonaliśmy dla znalezienia wysokości pensji emerytalnć, należnć za opłacane składki, przekonaliśmy się:

1. Że przedewszystkićm postarać się należy o *dane* statystyczne. Tych *danych* dostarczyć powinny kontrole składek pobieranych i kontrole wypłaconych pensyj emerytalnych. Z takich materyałów, od roku 1824 posiadanych, zatćm z przeszłości już dosyć znacznej, powinniśmy znaleźć:

- 1) Jak się zmniejsza liczba stowarzyszonych, którzy w jednym i tym samym wieku rozpoczęli opłacać składkę;
- 2) Składka przez tychże stowarzyszonych opłacana, zmniejszając się z powodu ubytku osób, a zwiększając się z powodu podwyższania się płacy dla pozostałych: jakim ulega zmianom w latach następnych po sobie idących;
- 3) Jak zmniejsza się liczba tych stowarzyszonych, którzy w jednym i tym samym roku rozpoczęli pobierać pensją emerytalną;
- 4) W skutek ubywania liczby emerytów, w jakim stosunku zmniejsza się wydatek na nich ponoszony, a to do czasu wygaśnięcia tych wszystkich, którzy jednocześnie wyszli na emeryturę.

2. Takie *dane*, nie w liczbach, lecz w stosunkach wprowadziwszy z doświadczenia nabytego, i uczyniwszy założenie, że one, chociaż nie w zupełności, zawsze jednak z mało-znaczącemi zmianami, powtórzą się i w następnej epoce, przeprowadziwszy rachunek następujący:

- 1) Ponieważ z ogółu urzędników, różnego wieku i różnych lat służby, ubywa corocznie prawie jednaka

liczba; bo nie ma żadnego powodu, dla któregoby śmiertelność urzędników, która największą w tym rachunku gra rolę, w jednym roku była wyższą, a w drugim niższą; ubytek zatem ten, po następujących awansach, uzupełnionym być musi nowo-wchodzącymi. Tę więc liczbę nowo-przybywających corocznie urzędników przyjmujemy do rachunku, i z niej znajdziemy:

- a) ilu z nich pozostawać będzie po każdym roku wszystkich lat następnych;
  - b) jakie w każdym roku z tychże lat pobierać będą płace pozostający w służbie urzędnicy;
  - c) a tём samém, przyjąwszy do rachunku jakąbądź jednostkę opłacanej składki, jakie następować będą wpływy ze składek w każdym po szczególne roku.
- 2) Składki corocznie przez urzędników opłacane, stanowiące własność tych, którzy je wnieśli, kapitalizując do czasu, dopóki nie przyjdzie termin użycia tychże składek na korzyść ich rzeczywistych właścicieli, znajdziemy: jak takowe składki wzrastać będą procentami do nich przyrastającymi, tudzież, jakie wydadzą summy w epokach, w których ciż stowarzyszeni, a ich rzeczywisci właściciele, wychodzić będą na emeryturę.
- 3) W każdej epoce, w której pewna część stowarzyszonych wyjdzie na emeryturę, a reszta pozostanie nadal w służbie, summe, jaka uezbiera się dla nich wszystkich, rozdzielimy na dwie części:
- jedną*, która ma być użytą na wypłaty pensyj dla wychodzących na emeryturę;
- drugą*, która stanowiąc własność pozostających w służbie, dalej jeszcze dla nich kapitalizować się powinna.

Rozdział ten dopełnić wypada w stosunku płac pobieranych w owej epoce, przez jednych i przez drugich stowarzyszonych.

- 4) Tym sposobem z kapitału stowarzyszonych opłacających składkę, tworzy się drugi oddzielny kapitał,

który służyć ma na wypłaty pensyj stowarzyszonym wychodzącym na emeryturę.

Idzie teraz o to: z kapitału dla emerytów wydzielonego, jaką im wyznaczyć można pensją roczną? co znajdziemy jak następuje:

1. Weźmiemy jakąkolwiek jednostkę wypłacać się mającej pensji emerytalnej, i na zasadzie wiadomego stosunku zmniejszania się liczby emerytów, znajdziemy jak ta jednostka malć, obniżyć się będzie, a nareszcie zniknie.
2. Ponieważ w późniejszych latach dokonywać się mające wypłaty, gdy te odniesione będą do epoki wcześniejszej, a mianowicie do téj epoki, w której stowarzyszeni wychodzą na emeryturę, ze względu na przyrastające procenta, niższego wymagają kapitału, jak same wypłaty; obliczyć zatem powinniśmy, ile wynosić ma kapitał, potrzebny na wypłaty pensyj z przyjętej jednostki pochodzących, w terminach po sobie idących.
3. Z porównania kapitału potrzebnego na wypłaty pensyj z przyjętej jednostki wyradzających się, z tym kapitałem, jaki przenoszą z sobą stowarzyszeni wychodzący na emeryturę, znajdziemy, jak wysokie pensye tymże emerytom, z ich kapitału, jaki sobie uzbierali, wypłacane być mogą.
4. Porównanie zaś wysokości pensyj, jakie z kapitału uzbieranego mogą być wypłacane, z płacami, jakie stowarzyszeni, wychodząc na emeryturę, pobierali; wskaże nam, w jakim będą stosunku względem płac pobieranych te pensye emerytalne, jakie wypadły za jednostkę opłacanej składki.
5. Znalazłszy już stosunek pomiędzy składką a pensją, mamy tém samém:
  - a) jakie powinny być pensye emerytalne, gdy naznaczoną zostanie wysokość opłacać się mającej składki;
  - b) lub téż, jaką ustanowić należy składkę, aby ta nadała prawo do pensji emerytalnej, naprzód co do jćj wysokości oznaczonej.



Taka jest droga, zdaniem naszym, prowadząca do przekonania się o trwałości zapewnień, jakie dać powinno stowarzyszenie emerytalne. O ile ona jest właściwą i pewną, osądzą to znawcy, od których oczekujemy opinii, a tę, jakabądź ona będzie, z wdzięcznością przyjmujemy, w przekonaniu, że tym tylko sposobem rzecz przez nas podjęta sprostowaną być może, i pozyskać udokładnienie, jakiego wymaga tak ważny przedmiot.

Warszawa, dnia 24 marca 1860 r.

---