$$\underset{\sim}{h}^2(\theta) = g^2_\alpha(\theta)\underset{\sim}{d}^\alpha(\theta) = g^2_1(\theta)\underset{\sim}{d}^1(\theta) + g^2_2(\theta)\underset{\sim}{d}^2(\theta) + g^2_3(\theta)\underset{\sim}{d}^3(\theta) =$$

$$= -\frac{\sin\theta^2}{\theta^1\sin\theta^3}\underset{\sim}{i}_1 + \frac{\cos\theta^2}{\theta^1\sin\theta^3}\underset{\sim}{i}_2$$

$$\underset{\sim}{h}^3(\theta) = g^3_\alpha(\theta)\underset{\sim}{d}^\alpha(\theta) = g^3_1(\theta)\underset{\sim}{d}^1(\theta) + g^3_2(\theta)\underset{\sim}{d}^2(\theta) + g^3_3(\theta)\underset{\sim}{d}^3(\theta) =$$

$$= \frac{1}{\theta^1}\cos\theta^2\cos\theta^3\underset{\sim}{i}_1 + \frac{1}{\theta^1}\sin\theta^2\cos\theta^3\underset{\sim}{i}_2 - \frac{1}{\theta^1}\sin\theta^3\underset{\sim}{i}_3$$

Otrzymana kobaza jest identyczna z kobazą wyznaczoną przez układ współrzędnych sferycznych.

9.3. Zadania

Zadanie 9.1. Niech w przestrzeni euklidesowej punktowej $\mathcal{E}^3$ będzie dany układ współrzędnych krzywoliniowych $X: D_\varphi \to \mathcal{E}^3$, który w kartezjańskim układzie odniesienia $(O,\{\underset{\sim}{i}_i\})$ określony jest następująco:

$$\begin{cases} x^1(\varphi^1,\varphi^2,\varphi^3) = \varphi^1 + (\varphi^2)^2 \\ x^2(\varphi^1,\varphi^2,\varphi^3) = 3\varphi^3 \\ x^3(\varphi^1,\varphi^2,\varphi^3) = \varphi^2\varphi^3 + 1 \end{cases} \qquad \text{dla } \varphi = (\varphi^1,\varphi^2,\varphi^3) \in D_\varphi$$

a) znaleźć bazę $\{\underset{\sim}{d}_\alpha(\varphi)\}$ i kobazę $\{\underset{\sim}{d}^\alpha(\varphi)\}$ wyznaczone przez układ współrzędnych krzywoliniowych,

b) znaleźć bazę $\{\hat{\underset{\sim}{d}}_\alpha(\varphi)\}$ i kobazę $\{\hat{\underset{\sim}{d}}^\alpha(\varphi)\}$ fizyczne wyznaczone przez układ współrzędnych krzywoliniowych,

c) znaleźć symbole Christoffela drugiego rodzaju dla układu współrzędnych krzywoliniowych.