

DODATEK

A

UKŁADY WZGLĘDNIIE ODOSOBNIONE

Pojęcie układu względnie odosobnionego, zwanego również czarną skrzynką lub elementem działającym, zostało rozpowszechnione w związku z rozwojem nowej gałęzi wiedzy — cybernetyki. Cybernetyka jest nauką o sterowaniu i łączności w maszynach, organizmach żywych i społeczeństwach. Dla badania zjawisk zachodzących w maszynach, organizmach żywych i społeczeństwach konieczne jest podzielenie badanego obiektu na pewne elementarne części, a następnie badanie własności tych części i ich wzajemnego oddziaływania. Oddziaływanie to odbywa się poprzez połączenie pomiędzy elementarnymi częściami, a własności obiektu zależą nie tylko od własności elementarnych części, ale również od tej struktury połączeń.

W dalszym ciągu te elementarne części będziemy nazywali układami względnie odosobnionymi. Ponieważ samo pojęcie układu względnie odosobnionego oraz pewne pojęcia pomocnicze, jak wejście i wyjście, są tworem bardzo abstrakcyjnymi, trudnymi do sprecyzowania, zachodzi konieczność traktowania ich jako pojęć pierwotnych. Można by się pokusić o podanie zbioru postulatów określających jednoznacznie sens tych pojęć. Ze względu jednak na charakter naszych rozważań ograniczymy się do podania dość nieprecyzyjnego zbioru warunków, jakie musi spełniać układ względnie odosobniony oraz jakie muszą spełniać jego wejścia i wyjścia. Poniżej podany zbiór warunków jest rozszerzony w stosunku do warunków podanych w pracy H. Greniewskiego i M. Kempisty [15], zgodnie z poglądami autora przedstawionymi w pracy [18].

a. Układ względnie odosobniony odróżniamy od jego otoczenia, przy

czym, w zależności od potrzeb, otoczenie jest traktowane mniej lub bardziej szeroko.

b. Przez wejścia układu względnie odosobnionego rozumiemy wszelkie drogi oddziaływania na układ. Wejścia zewnętrzne to drogi oddziaływania otoczenia na układ, natomiast wejścia wewnętrzne to drogi oddziaływania na układ przez ten układ. Układ ma skończoną ilość wejść.

c. Przez wejścia wyróżnione układu względnie odosobnionego rozumiemy te wejścia, które oddziałują na układ wtedy, gdy wartości parametrów opisujących stan otoczenia należą do pewnych ustalonych przedziałów zmienności o długości większej od zera.

d. Przez wyjścia układu względnie odosobnionego rozumiemy wszelkie drogi oddziaływania układu. Wyjścia zewnętrzne to drogi oddziaływania układu na otoczenie, natomiast wyjścia wewnętrzne to drogi oddziaływania układu na siebie. Układ ma skończoną ilość wyjść.

e. Przez wyjścia wyróżnione układu względnie odosobnionego rozumiemy te wyjścia jedynie, poprzez które układ oddziałuje na otoczenie wtedy, gdy wartości parametrów opisujących stan otoczenia należą do pewnych ustalonych przedziałów zmienności o długości większej od zera.

f. Każdemu wyjściu wewnętrznemu odpowiada wejście wewnętrzne.

g. Układ względnie odosobniony działa w czasie. Czas potrzebny na zmianę stanu wyjść układu na skutek zmiany stanu wejść układu będziemy nazywali czasem reakcji układu. Należy podkreślić, że dla każdego układu materialnego czas reakcji jest dodatni.

h. Dla każdego wejścia układu względnie odosobnionego istnieje określony zbiór stanów (przy czym zbiór ten składa się co najmniej z dwu elementów), które mogą być przyjmowane przez to wejście.

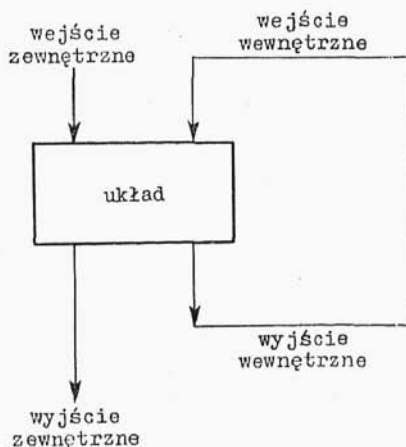
i. Dla każdego wyjścia układu względnie odosobnionego istnieje określony zbiór stanów (przy czym zbiór ten składa się co najmniej z dwu elementów), które mogą być przyjmowane przez te wyjścia.

j. Stany wewnętrzne układu względnie odosobnionego są to stany wejść i wyjść wewnętrznych. Zbiory stanów dla wejścia i wyjścia wewnętrznego wzajemnie połączonych są identyczne.

U w a g a: warunki c i e wprowadzono dla podkreślenia zasady tworzenia modeli materialnie istniejących układów i ograniczoności wniosków płynących z tych modeli. Zilustrujemy to bliżej na następującym przykładzie.

Typowym przykładem układu względnie odosobnionego może być zwykły radioodbiornik. Jeśli wszystkie podzespoły radioodbiornika działają prawidłowo oraz jest on prawidłowo zasilany np. prądem przemienным $220\text{ V} \pm 10\text{ V}$, to wejściami wyróżnionymi układu jest antena, układ przełączników służących do włączania odbiornika i wyboru odpowiedniego zakresu długości fal, regulator długości fal i regulatory głośu. Wyjściem układu jest głośnik. Stan wyjścia w kolejnych chwilach jest wówczas jednoznacznie określony przez stany wejść wyróżnionych. Źródło prądu przemiennego o nominalnym napięciu 220 V jest fragmentem otoczenia układu, a parametrem charakteryzującym jego stan jest aktualna wartość prądu. Dopóki parametr ten ma wartość z przedziału $210\div 230$, dopóty wejścia wyróżnione jednoznacznie określają stan wyjścia — głośnika odbiornika. Jeśli jednak parametr ten przyjmie wartość spoza przedziału $210\div 230$, np. 180 (czyli źródło zasilania ma napięcie 180 V), to na stan wyjścia ma, obok wejść wyróżnionych, również wpływ wejście zasilające.

Układy względnie odosobnione będziemy przedstawiali graficznie jako prostokąt (jak na rys. 26), wejścia układu przedstawiamy przy pomocy strzałek skiero-



Rys. 26. Układ względnie odosobniony

wanych do wnętrza prostokąta (na ogół umieszczane nad górną krawędzią prostokąta), wyjścia układu przedstawiamy za pomocą strzałek skierowanych na zewnątrz prostokąta.

Wejścia i wyjścia wewnętrzne będziemy łączyli między sobą lub pomijali w ogóle. Niejednokrotnie, dla zwiększenia przejrzystości kilku wejść (wyjść), będziemy agregowali zastępując je jednym wejściem (wyjściem) zagregowanym.

Układ względnie odosobniony możemy traktować jako transformację

stanu wejść na stan wyjść. Oznaczając przez $\mathbf{x}(t)$ wektor stanów wejść w chwili t , przez $\mathbf{y}(t)$ wektor stanów wyjść w chwili t , przez U zaś operator transformacji możemy zapisać działanie układu względnie odosobnionego za pomocą następującego wzoru:

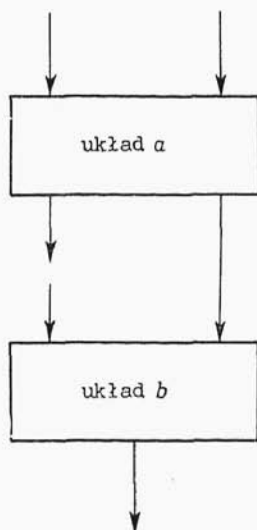
$$\mathbf{y}(t+\theta) = U\mathbf{x}(t), \quad (\text{A-1})$$

gdzie przez θ oznaczamy stałą czasu reakcji układu. Wzór (A-1) czytamy: stan wyjść układu w chwili $t+\theta$ jest wyznaczony przez operator transformacji U działający na wektor stanów wejść w chwili t .

Układy względnie odosobnione możemy łączyć pomiędzy sobą, łącząc odpowiednie wejścia i wyjścia. Połączenia takie, zwane połączeniami szeregowymi, mają sens wtedy i tylko wtedy, gdy

zbiór wartości, które może przyjmować dane wyjście połączone z danym wejściem, jest podzbiorem (w znaczeniu teorii mnogości) zbioru wartości, które może przyjmować dane wejście. Szczególnym przypadkiem będzie sytuacja, w której oba zbiory stanów są identyczne. Na rysunku 27 pokazana jest postać graficzna połączenia szeregowego dwu układów względnie odosobnionych.

Oznaczmy przez U_1 operator transformacji pierwszego układu, przez θ_1 stałą czasu



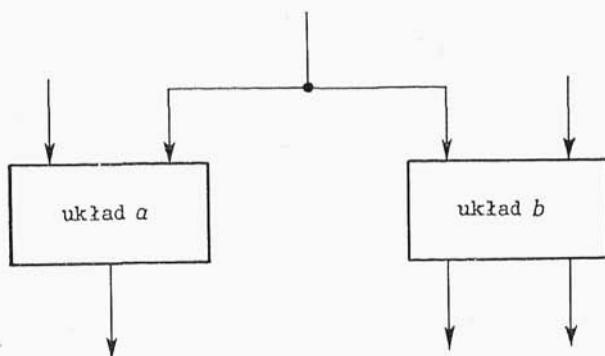
Rys. 27. Sprzężenie szeregowe układów względnie odosobnionych

reakcji pierwszego układu, przez U_2 operator transformacji drugiego układu, przez θ_2 stałą czasu reakcji drugiego układu, przez $\mathbf{x}_1(t)$ wektor stanów wejścia pierwszego układu w chwili t i przez $\mathbf{y}(t)$ wektor stanów wyjścia drugiego układu w chwili t . Załóżmy, że wszystkie wyjścia układu pierwszego są połączone z wejściami układu drugiego, przy czym ilość wejść układu drugiego jest większa od ilości wyjść układu pierwszego, oznaczmy przez $\mathbf{x}_2(t)$ wektor stanów tych wejść układu drugiego, które

nie są połączone z wyjściami układu pierwszego. Możemy sprzężenie szeregowo układów pierwszego i drugiego wyrazić za pomocą następującego wzoru:

$$\mathbf{y}(t + \theta_1 + \theta_2) = U_2(U_1 \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{x}_2(t + \theta_1)). \quad (\text{A-2})$$

Obok pojęcia połączenia szeregowego układów względnie odosobnionych, wprowadzimy jeszcze pojęcie połączenia równoległego. Przez połączenie równoległe układów będziemy rozumieli połączenie wejścia

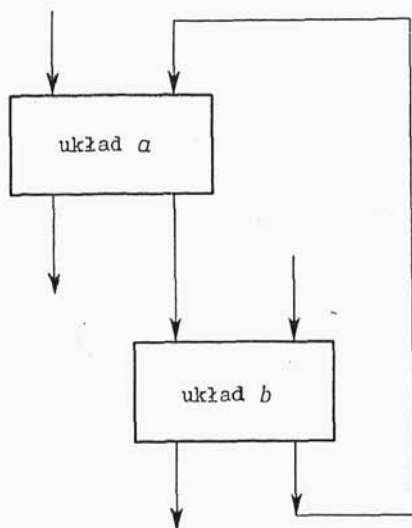


Rys. 28. Sprzężenie równoległe układów względnie odosobnionych

pierwszego układu z wejściem drugiego układu. Połączenia takie mają sens wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje wspólny podzbiór wartości przyjmowanych przez oba wejścia łączone, przy czym obu wejściom mogą być zadawane tylko wartości należące do tego wspólnego podzbioru. Na rysunku 28 pokazana jest postać graficzna dwu układów względnie odosobnionych połączonych równoległe.

Jeśli dwa układy względnie odosobnione są sprzężone szeregowo pierwszy z drugim i drugi z pierwszym, czyli istnieje podwójne sprzężenie szeregowo, ponieważ wyjście pierwszego układu jest sprzężone z wejściem drugiego układu i wyjście drugiego jest sprzężone z wejściem pierwszego układu, to mówimy, że układy pierwszy i drugi są sprzężone zwrotnie. Na rysunku 29 pokazany jest przykład sprzężenia zwrotnego. Do sprawy

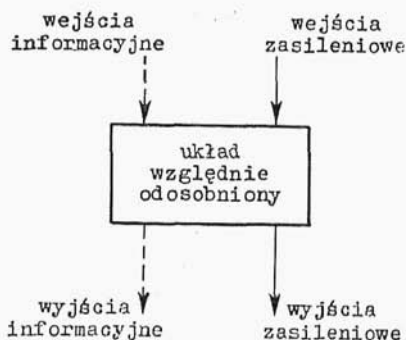
sprzężeń zwrotnych wrócimy dalej, w tym miejscu ograniczając się jedynie do wprowadzenia pojęcia.



W dalszym ciągu będziemy wyróżniali dwa rodzaje wejść i wyjść ze względu na pełnione funkcje. Mianowicie wejścia i wyjścia informacyjne oraz wejścia i wyjścia zasileniowe. W omawianym wcześniej przykładzie układu względnie odosobnionego, w odbiorniku radiowym, wszystkie wejścia wyróżnione i wyjścia są przykładem wejść i wyjść informacyjnych, natomiast zasilanie odbiornika jest typowym przykładem wejścia zasileniowego.

Rys. 29. Sprzężenie zwrotne układów względnie odosobnionych

Graficznie wejścia i wyjścia informacyjne będziemy oznaczali za pomocą strzałek przerywanych, zaś wejścia i wyjścia zasileniowe za pomocą strzałek ciągłych (rys. 30).

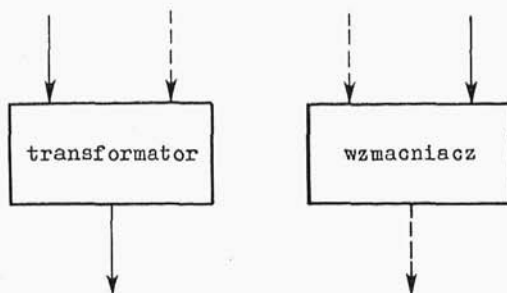


Najprostszym chyba układem o jednym wejściu zasileniowym, jednym wejściu informacyjnym i jednym wyjściu zasileniowym jest przełącznik, pozwalający na włączanie i wyłączanie zasilania. Przełącznik

Rys. 30. Układ względnie odosobniony o wejściach i wyjściach informacyjnych i zasileniowych

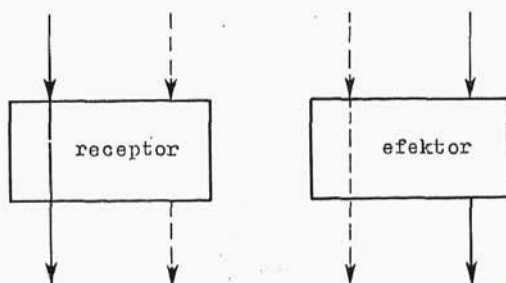
jest szczególnym przypadkiem tzw. transformatora zasilień. Przykładami układów o jednym wejściu informacyjnym, jednym wejściu zasileniowym

wym i jednym wyjściu informacyjnym jest wzmacniacz. Wzmacniacz jest szczególnym przypadkiem tzw. transformatora informacji. Na rysunku 31 pokazane są graficzne przedstawienia najprostszych układów zasileniowo-informacyjnych.



Rys. 31. Najprostsze układy zasileniowo-informacyjne

W rozważaniach niniejszej pracy ważną rolę odgrywają dwa rodzaje prostych układów informacyjno-zasileniowych: receptor, czyli obserwator (układ przeznaczony do mierzenia zasileń) i efektor, czyli wykonawca (układ przeznaczony do transformowania: zasileń-tworzyw i zasileń-wytworów). Na rysunku 32 pokazane są przedstawienia graficzne układów obu typów. Należy podkreślić, że przy bardziej złożonych obiektach, za-



Rys. 32. Dwa przykłady układów zasileniowo-informacyjnych

wierających wiele układów względnie odosobnionych wzajemnie sprzężonych, trudno jest konsekwentnie stosować podane formy graficznego przedstawiania układów. Dlatego też w bardziej złożonych rysunkach

autor pozwolił sobie na pewne uproszczenia i odstępstwa od podanych reguł.

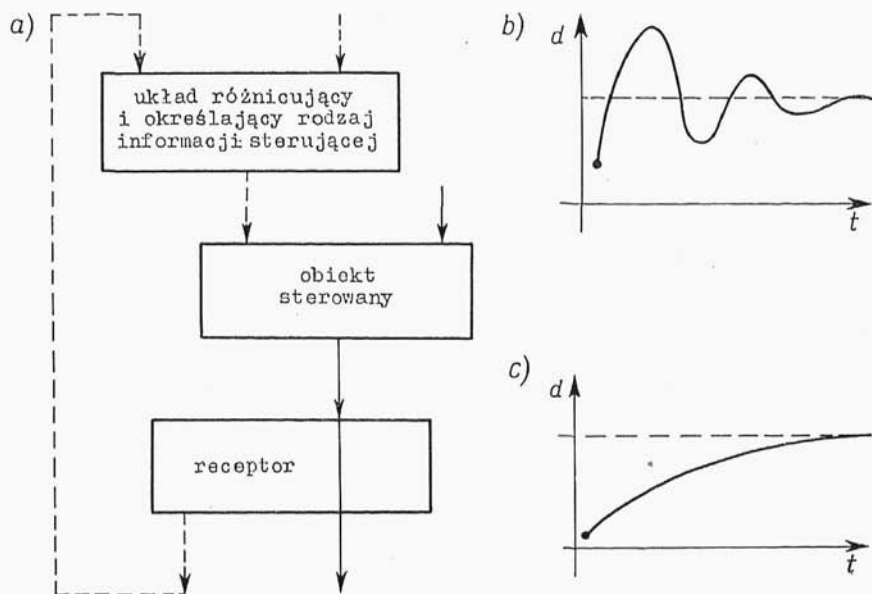
Zajmiemy się obecnie ponownie sprzężeniami zwrotnymi i ich zastosowaniami do automatycznej regulacji obiektów. Dalsze nasze rozważania pozostaną w mocy bez względu na to, czy regulowany obiekt jest maszyną, organizmem żywym, systemem gospodarczym, czy społeczeństwem. Teoria sprzężeń zwrotnych i ściśle z nią związana teoria automatycznej regulacji jest bardzo ważnym działem cybernetyki.

Wszelkie materialne obiekty, które są lub mogą być przedmiotem regulacji, obok wejść, na których stan możemy mieć wpływ, tzw. wejść sterowalnych, mają również wejścia, na których stan oddziałuje dowolnie szeroko pojęte otoczenie, a na których stan my z kolei nie mamy wpływu, tzw. wejścia niesterowalne. Warto podkreślić, że w praktyce możemy mieć również do czynienia z wejściami częściowo sterowalnymi, na których stany możemy mieć pewien ograniczony wpływ. Jednakże wejścia takie możemy zawsze zastąpić parami wejść, gdzie jeden składnik pary jest wejściem sterowalnym, a drugi niesterowalnym.

Najprostszy układ automatycznej regulacji składa się z trzech członów, z których każdy może być traktowany jako układ względnie odosobniony; są to: regulator, obiekt–przedmiot regulacji i receptor obserwujący stany obiektu. Regulator ma dwa wejścia informacyjne, z których jedno otrzymuje informacje — zadanie dla obiektu, drugie zaś jest sprzężone szeregowo z receptorem obserwującym stan obiektu, ponadto regulator ma wejście zasilające, które przy prawidłowym zasilaniu możemy traktować jako wejście niewyróżnione. Regulator ma jedno wyjście informacyjne sprzężone szeregowo z wejściem sterowalnym obiektu. Działanie regulatora jest w przybliżeniu proporcjonalne do różnicy lub ilorazu pomiędzy informacją–zadaniem a informacją o aktualnym stanie obiektu, otrzymywaną z receptora. Obiekt–przedmiot regulacji, ma jedno wejście informacyjne–sterowalne sprzężone szeregowo z regulatorem, wejścia zasilające i wreszcie wejście informacyjne lub zasileniowe niesterowalne. Wyjście obiektu jest wyjściem zasileniowym i jest obserwowane przez receptor. Na rysunku 33a pokazany jest taki układ regulacji, przy czym wejście zasileniowe regulatora i wejście niesterowalne obiektu zostały pominięte.

Sprzężenie zwrotne, zmniejszające odchylenia obiektu od stanu zada-

nego za pomocą szeregu coraz to mniejszych poprawek, przy czym suma tych poprawek zdąży w granicy do wartości skończonej, nazywamy sprzężeniem kompensacyjnym. Jeśli kolejne poprawki mają znaki przeciwne, to takie sprzężenie nazywamy sprzężeniem zwrotnym ujemnym. Na rysunku 33b pokazany jest przykład charakterystyki kompensacyjnego ujemnego sprzężenia zwrotnego. Jeśli kolejne poprawki mają stały znak, to takie sprzężenie nazywamy sprzężeniem zwrotnym dodatnim. Na rysunku 33c pokazany jest przykład charakterystyki kompensacyjnego dodatniego sprzężenia zwrotnego. Warto podkreślić, że dość powszechnie panuje



Rys. 33. a) Schemat najprostszego układu automatycznej regulacji, b) charakterystyka układu regulacji o ujemnym kompensacyjnym sprzężeniu zwrotnym, c) charakterystyka układu regulacji o dodatnim kompensacyjnym sprzężeniu zwrotnym

U w a g a: na rysunkach b) i c) d oznacza odchylenie od stanu zadanego (zaznaczonego linią przerywaną), t zaś — czas.

przekonanie, że jedynie ujemne sprzężenia zwrotne mają własności kompensacyjne. Przekonanie to wynika z tego, że technicy najchętniej, ze względu na prostotę, stosują w układach automatycznej regulacji ujemne kompensacyjne sprzężenia zwrotne.

Obok sprzężeń zwrotnych kompensacyjnych, istnieją jeszcze sprzężenia zwrotne kumulacyjne, obojętne, oscylacyjne niekompensacyjne i oscylacyjne niekumulacyjne. Mówiąc mało precyzyjnie, sprzężenia kumulacyjne dają poprawki w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalne do wielkości odchylenia, co w konsekwencji prowadzi do coraz większego odchylenia obiektu od zadanego stanu. Jeśli poprawki te mają na przemian przeciwne znaki, to obiekt zostaje wprowadzony w coraz to większe oscylacje o amplitudzie dążącej do nieskończoności. Jeśli natomiast mają znak stały, to obiekt zdąża do plus lub minus nieskończoności, w zależności od znaku poprawek. Sprzężenie zwrotne obojętne jest równoważne brakowi sprzężenia. Natomiast sprzężenie zwrotne oscylacyjne niekompensacyjne i niekumulacyjne wprowadza obiekt w oscylacje o stałej amplitudzie. Warto jeszcze podkreślić, że bardziej złożone systemy regulacji mogą mieć sprzężenia zmieniające w trakcie działania swoją charakterystykę.

Zajmijmy się z kolei formalnym opisem prostego układu automatycznej regulacji i na tym tle jego dynamiką. Oznaczmy przez θ stałą reakcji układu, tzn. łączny czas reakcji regulatora, obiektu i receptora, przez $x(t)$ zadanie otrzymywane przez regulator w chwili t , przez $y(t)$ stan obiektu mierzony przez receptor w chwili t . Ponadto oznaczmy przez R operator transformacji regulatora, przez U operator transformacji obiektu, przez M operator transformacji receptora. Działanie układu regulacji możemy opisać za pomocą następującego wzoru:

$$y(t+\theta) = RU[x(t) - My(t)] \quad (\text{A-3})$$

oznaczając za pomocą E^θ operator opóźnienia o θ na podstawie zależności

$$E^\theta y(t) = y(t+\theta),$$

skąd

$$y(t) = E^{-\theta} y(t+\theta),$$

możemy przekształcić wzór (A-3) do postaci

$$y(t+\theta) = RU[x(t) - ME^{-\theta} y(t+\theta)]. \quad (\text{A-4})$$

Ze wzoru (A-4) możemy z kolei otrzymać wzór na działanie układu zastępczego, nie zawierającego sprzężenia zwrotnego,

$$\mathbf{y}(t+\theta) = \frac{RU}{1+RUME^{-\theta}} \mathbf{x}(t) \quad (\text{A-5})$$

Operator $-RUME^{-\theta}$ (będący wypadkową działania czterech operatorów składowych) określa jednoznacznie typ sprzężenia zwrotnego układu regulacji automatycznej, którego działanie opisaliśmy za pomocą wzoru (A-3). Jeśli wszystkie wartości własne tego operatora są co do modułu mniejsze od jedności, to mamy do czynienia ze sprzężeniem kompensacyjnym. W zależności od znaku wartości własnych mamy do czynienia ze sprzężeniem zwrotnym kompensacyjnym ujemnym albo dodatnim. Jeśli choć jedna wartość własna ma wartość modułu większą od jedności, to mamy do czynienia ze sprzężeniem kumulacyjnym. Wartości własnej plus jeden odpowiada sprzężenie obojętne (brak sprzężenia), a wartości własnej minus jeden — sprzężenie oscylacyjne o stałej amplitudzie oscylacji.

Dokładniejsze informacje na ten temat można znaleźć w pracy O. Langego [30] lub w pracy R. Bellmana i K. C. Cok'a [4].

W dotychczasowych rozważaniach przyjęliśmy założenie, że układ regulacji działa w sposób ciągły względem czasu. W rzeczywistości często mamy do czynienia z układami działającymi w sposób nieciągły, z tzw. układami dyskretnymi. W tego typu układach zadania mogą się zmieniać tylko w pewnych wyróżnionych chwilach czasu. Podobnie wyniki pomiaru stanu obiektu-przedmiotu regulacji są przekazywane do regulatora tylko w pewnych określonych chwilach. Długość odcinka czasu pomiędzy takimi dwoma chwilami wyróżnionymi będziemy nazywali okresem sprawozdawczym i będziemy przyjmowali za jednostkę czasu. Dla podkreślenia dyskretności (nieciągłości) zmienności czasu (A-5) możemy zapisać w postaci:

$$\mathbf{y}_{t+1} = \frac{RU}{1+RUME^{-1}} \mathbf{x}_t \quad (\text{A-6})$$

Dotychczas ograniczaliśmy się do najprostszych układów regulacji, mających stałą charakterystykę w czasie. W praktyce doniosłe znaczenie mają układy regulacji samodostrajające się w miarę otrzymywania nowych zadań i zmiany wpływu otoczenia na obiekt-przedmiot regulacji. Układy tego typu noszą nazwę układów adaptacyjnych. Na rysunku 34

pokazany jest ogólny schemat układu adaptacyjnego. Dalsze szczegóły na ten temat można znaleźć w pracach [30], [33].

Obok przedstawionej wyżej metody operatorowej opisu działania układu względnie odosobnionego lub sieci układów względnie odosobnionych możliwy jest jeszcze inny formalizm matematyczny, wzorowany na teorii automatów skończonych. Szczegóły na ten temat znajdzie czytelnik w pracach [1] i [16].