

Pojemność całego układu oznaczmy przez C .
Tutaj: $Q = CV = C_1 V_1 = C_2 V_2$,

$$\text{skąd } V_1 = \frac{CV}{C_1}, \text{ a } V_2 = \frac{CV}{C_2},$$

trzeba więc znaleźć C oraz C_1 i C_2 . Przy połączeniu szeregowym $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$. Ponieważ

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 r_1 r_2}{r_2 - r_1} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-11}, \quad C_2 = \frac{\varepsilon_2 r_2 r_3}{r_3 - r_2} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-11},$$

przeto:

$$C = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 r_1 r_2 r_3}{\varepsilon_2 r_3 (r_2 - r_1) + \varepsilon_1 r_1 (r_3 - r_2)} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$$

Napięcia zaś będą:

$$V_1 = \frac{V}{1 + \frac{\varepsilon_1 r_1 (r_3 - r_2)}{\varepsilon_2 r_3 (r_2 - r_1)}}, \quad \text{a } V_2 = \frac{V}{1 + \frac{\varepsilon_2 r_3 (r_2 - r_1)}{\varepsilon_1 r_1 (r_3 - r_2)}}$$

Wiemy z poprzedniego, że największe naprężenie dielektryku kulistego występuje na powierzchni elektrody wewnętrznej,

$$F_{1m} = \frac{r_2 V_1}{r_1 (r_2 - r_1)}, \quad \text{a } F_{2m} = \frac{r_3 V_2}{r_2 (r_3 - r_2)}.$$

Po podstawieniu wartości na V_1 i V_2 otrzymamy wreszcie:

$$F_{1m} = \frac{\varepsilon_2 r_2 r_3 V}{r_1 A}, \quad \text{a } F_{2m} = \frac{\varepsilon_1 r_1 r_3 V}{r_2 A},$$

gdzie $A = \varepsilon_1 r_1 (r_3 - r_2) + \varepsilon_2 r_3 (r_2 - r_1)$.

$$\text{Stąd: } \frac{F_{1m}}{F_{2m}} = \frac{\varepsilon_2 r_3^2}{\varepsilon_1 r_1^2}.$$

W przeciwieństwie do układów płaskich, na rozkład naprężeń mają tu wpływ, oprócz stałych dielektrycznych, także promienie krzywizny dielektryków.

Przypadek powyższy zachodzi w praktyce np. przy obliczaniu izolatorów z główką kulistą, gdzie porcelana i kit stanowią dielektryk kondensatora wobec trzona i kołpaka jako elektrod.

4. Układy izolacyjne walcowe.

Są to układy najczęściej spotykane w elektrotechnice. Takim układem jest np. przewód izolowany,

kabel, izolator przepustowy, część izolatora przewodowego i t. p. Najprostszym układem walcowym jest

Walec izolowany. — Przy obliczaniu naprężeń dielektryku, otaczającego przewód naładowany o promieniu r cm i długości l cm, wyobrażamy sobie ładunek Q skupiony na osi walca i równomiernie na niej rozłożony. Naprężenie w odległości x cm od osi otrzymamy, podstawivszy we wzorze (1.a) $D = \frac{Q}{2\pi x l}$, wtedy

$$F_x = \frac{2Q}{\epsilon x l} \cdot 9 \cdot 10^{11} \text{ V/cm};$$

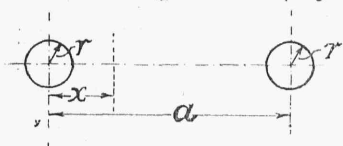
naprężenie wypada tu odwrotnie proporcjonalnie do pierwszej potęgi odległości od osi.

Największe naprężenie dielektryku będzie przy $x = r$, t. j. na powierzchni walca; tam

$$F_r = \frac{2Q}{\epsilon r l} \cdot 9 \cdot 10^{11} \text{ V/cm} \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Taki walec izolowany, zdala od innych elektrod, w praktyce nie przychodzi. Natomiast często mamy do czynienia z układem podobnym, jak n. p. przewód (napowietrzny) równoległy do płaszczyzny (ziemi). Taki układ możemy rozpatrzeć jako połowę układu dwóch przewodów równoległych, w którym napięcie łatwo można wyznaczyć. Rozpatrzmy to:

Dwa walce równoległe. — Układem takim są np. dwa przewody linii napowietrznej, o promieniach r cm, w odstępnie a cm (Rys. 9). Wyobrażmy sobie na



Rys. 9.

jednym przewodzie ładunek $+Q$, a na drugim $-Q$. Oba równomiernie rozłożone na ośiach walców na długości l . Wtedy naprężenie w punkcie odległym o

x cm od osi walca lewego będzie pochodzić od ładunku

$$+Q: \quad F_1 = \frac{2Q}{\epsilon x l} \cdot 9 \cdot 10^{11},$$

$$\text{i od } -Q: \quad F_2 = \frac{2Q}{\epsilon (a-x) l} \cdot 9 \cdot 10^{11}.$$

Całkowite naprężenie zatem będzie ich sumą

$$F = \frac{2Q}{\epsilon l} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{a-x} \right) \cdot 9 \cdot 10^{11} \text{ V/cm}.$$

Ażeby znaleźć różnicę potencjałów między obu walcami, trzeba scałkować wzór na F w granicach do $x = a - r$ do $x = r$.

$$V_1 - V_2 = - \int_{a-r}^r F dx = \frac{4Q}{\varepsilon l} \log_n \frac{a-r}{r} \cdot 9 \cdot 10^{11} \text{ woltów.}$$

Jeżeli a jest znacznie większe od r , to można r pominąć wobec a ; wtedy:

$$V \cong \frac{4Q}{\varepsilon l} \log_n \frac{a}{r} \cdot 9 \cdot 10^{11}.$$

Maksymalne naprężenie wypadnie dla $x=r$.

$$F_r = \frac{2Q}{\varepsilon l} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{a-r} \right) \cdot 9 \cdot 10^{11}.$$

Wobec założenia, że $a > r$, można pominąć naprężenie, pochodzące od prawego walca (drugi człon w nawiasie) i napisać:

$$F_r = \frac{2Q}{\varepsilon r l} \cdot 9 \cdot 10^{11}.$$

Podstawiawszy tu wartość na Q , otrzymamy:

$$F_r = \frac{V}{2r \log_n \frac{a}{r}} \quad \text{V/cm.} \quad (19)$$

Według tego wzoru można obliczyć napięcie, przy którym występuje zjawisko ulotu elektrycznego między dwoma przewodami.

Walec równoległy do płaszczyzny. — Układ taki odpowiada np. przewodowi napowietrznemu, zawieszonemu równolegle do powierzchni ziemi na wysokości h nad nią.

Można go rozpatrywać jako połowę układu poprzedniego. Drugą połowę możemy sobie wyobrazić jako zwierciadlane odbicie pierwszej. Na podstawie poprzednio wyprowadzonych wzorów, podstawiając $a = 2h$, otrzymamy naprężenie przy powierzchni walca:

$$F_r = \frac{V}{r \log_n \frac{2h}{r}} \quad \text{V/cm,} \quad (20)$$

z czego również można obliczyć napięcie ulotu jednego przewodu względem ziemi.

Kondensator walcowy — Rys. 7 przedstawia przekrój kondensatora o grubości dielektryku $a = R - r$ i długości l cm. Pojemność jego

$$C = \frac{\varepsilon l}{2 \log_n \frac{R}{r}} \cdot \frac{1}{9} 10^{-11} \text{ far.}$$

Według wzoru (1. c) naprężenie na powierzchni walca wewnętrznego

$$F_r = - \frac{2 Q}{\varepsilon l} \frac{d}{dr} \left(\log_n \frac{R}{r} \right) \cdot 9 \cdot 10^{11} = \frac{2 Q}{\varepsilon r l} \cdot 9 \cdot 10^{11} \text{ V/cm.}$$

Skąd, po podstawieniu $Q = CV$,

$$F_r = \frac{V}{r \log_n \frac{R}{r}} \text{ V/cm} \quad (21)$$

jest to zarazem wartość największego naprężenia dielektryku kondensatora walcowego.

Ze wzoru ostatniego można także obliczyć, kiedy będzie najmniejsze naprężenie takiego układu, przy stałym promieniu zewnętrznym R , dla danego napięcia V . Ze wzoru (21)

$$V = F_r r \log_n \frac{R}{r};$$

pochodna tego wyrażenia po r

$$\frac{dV}{dr} = F_r \frac{d}{dr} \left(r \log_n \frac{R}{r} \right) = 0,$$

jeżeli

$$\log_n \frac{R}{r} = 1, \text{ czyli } \frac{R}{r} = e = 2,71828...$$

Najmniejsze naprężenie (F_r) będzie zatem, jeżeli $r \cong 0,368 R$.

Ma to szczególne znaczenie przy obliczaniu izolacji kabli, o czym będzie mowa później.

Układ walcowy uwarstwiony. — Rozkład naprężeń (Rys. 8) znajdziemy tutaj podobnie, jak przy układzie kulistym.

Pojemności poszczególnych kondensatorów

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 l}{2 \log_n \frac{r_2}{r_1}} \cdot \frac{1}{9} 10^{-11}, \quad C_2 = \frac{\varepsilon_2 l}{2 \log_n \frac{r_3}{r_2}} \cdot \frac{1}{9} 10^{-11},$$

przeto pojemność całego układu

$$C = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 l}{2 \left(\varepsilon_2 \log_n \frac{r_2}{r_1} + \varepsilon_1 \log_n \frac{r_3}{r_2} \right)} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-11} \text{ iar.}$$

Z tego napięcie

$$V_1 = \frac{V}{1 + \frac{\varepsilon_1 \log_n \frac{r_3}{r_2}}{\varepsilon_2 \log_n \frac{r_2}{r_1}}}, \text{ a } V_2 = \frac{V}{1 + \frac{\varepsilon_2 \log_n \frac{r_2}{r_1}}{\varepsilon_1 \log_n \frac{r_3}{r_2}}}$$

Napężenie zaś

$$F_{1m} = \frac{\varepsilon_2 V}{r_1 B}, \quad F_{2m} = \frac{\varepsilon_1 V}{r_2 B},$$

gdzie $B = \varepsilon_1 \log_n \frac{r_3}{r_2} + \varepsilon_2 \log_n \frac{r_2}{r_1}.$

Z tego
$$\frac{F_{1m}}{F_{2m}} = \frac{\varepsilon_2 r_2}{\varepsilon_1 r_1}. \quad (22)$$

Przypadek taki zachodzi np. przy kablach o różnych dielektrykach, izolatorach przepustowych i t. p.

5. Układy izolacyjne nieforemne.

Obliczanie naprężeń w układach foremnych, w których kierunek pola elektrycznego jest prostoliniowy, a więc n. p. w przedstawionych powyżej, — jak widzieliśmy — jest nader proste, skoro znamy główne wymiary geometryczne takiego układu.

W rzeczywistości jednak przypadki takie są rzadkie. Zwykle kierunek pola nie jest prosty, a rozłożenie ładunków na elektrodach nie jest jednostajne. Przyczynia się do tego kształt elektrod i kształt dielektryku, zwykle nieforemny. W takich przypadkach obliczenie analityczne jest prawie niemożliwe. Uciekamy się wtedy do sposobu wykreślnego, który wprowadzie tylko w przybliżeniu, jednak z dostateczną dokładnością, pozwala na obliczenie naprężeń i pojemności układów nieforemnych.

Jest to metoda wykreślnego przedstawiania pola elektrycznego w dielektryku za pomocą komórek, wyznaczanych liniami indukcji pola i powierzchniami ekwipotencjalnymi.