

## ROZDZIAŁ IX.

### Pole elektryczne, pojemność przewodników.

1. **Ładunek elektryczny.**<sup>1)</sup> O ładunku elektrycznym w elektrostatyce tworzymy sobie wyobrażenie, opierając się na wzorze Coulomb'a, wyrażającym siłę współdziałania ładunków elektrycznych:

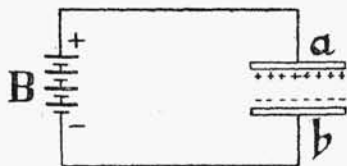
$$f = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$q_1$  i  $q_2$  są to wielkości charakteryzujące ciała naelektryzowane, zwane ładunkami elektrycznymi,  $f$  — siła oddziaływania jednego ciała na drugie,  $r$  — odległość pomiędzy ciałami o nieskończenie małych wymiarach,  $\varepsilon$  — zdolność elektryczna ośrodka, w którym znajdują się te ciała.

O tem, że siła  $f$  działa wzdłuż prostej, łączącej ciała naelektryzowane i że wielkość jej jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości pomiędzy ciałami, przekonywamy się doświadczalnie, pewne odchylenia kładąc na karb niedokładności doświadczeń.

Dowolnym zaś założeniem jest proporcjonalność siły  $f$  do ładunków elektrycznych, które w ten sposób ściśle określamy. Dowolnie również wprowadzony jest tu współczynnik  $\varepsilon$ .

Można jednak powyższy wzór otrzymać inną drogą. Przedstawmy sobie, że ładujemy elektrycznością dwie płytki metalowe  $a$  i  $b$ , doprowadzając do nich prąd elektryczny z baterji  $B$  (rys. 78). Mierzac natężenie prądu, możemy według wzorów rozdziału II wyznaczyć ilość elektryczności, która spływa na te płytki, a mierząc siłę ich przyciągania się, możemy sprawdzić, że siła ta w granicach błędu pomiarów, jest proporcjonalna do ładunków elektrycznych, zebranych na tych płytkach. Można także przekonać się przez pomiar, że siła współdziałania ładunków, skupionych w poszczególnych punktach, jest odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości tych punktów.



Rys. 78.

<sup>1)</sup> Inaczej — ilość elektryczności.

Wtedy powyższy wzór prawa Coulomb'a oparty będzie prawie wyłącznie na doświadczeniu, gdyż tylko wpływ ośrodka określimy dowolnie przez wielkość  $\varepsilon$ .<sup>1)</sup>

**2. Natężenie pola elektrycznego.** Przestrzeń, w której na ładunek elektryczny działają siły elektryczne, nazywamy polem elektrycznym. Właściwości pola określamy wielkością, zwaną natężeniem pola. Natężenie pola elektrycznego określa stopień zmian elektrycznych w eterze.

Wzór dla natężenia pola  $F$  jest następujący:

$$F = \frac{f}{q};$$

$f$  oznacza siłę, działającą na ilość elektryczności  $q$ , umieszczoną w tym punkcie pola, w którym ma miejsce powyższe natężenie pola. Kierunek natężenia pola przyjmujemy za zgodny z kierunkiem siły działającej na ładunek dodatni.

W polu elektrycznym wokoło ładunku  $Q$ , skupionego w jednym punkcie, na odległość  $r$  od tego punktu, siła, działająca na ładunek  $q$  będzie, według wzoru Coulomb'a:

$$f = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2},$$

a więc natężenie pola:

$$F = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

Gdy mamy w polu dużo ładunków elektrycznych, wtedy natężenie pola w danym punkcie jest wypadkowe z natężeń pól od poszczególnych ładunków.

Natężenia dodają się wektorowo, tak jak siły w mechanice.

Linje, przeprowadzone w polu elektrycznym w ten sposób, że w każdym punkcie są one styczne do natężenia pola nazywamy linjami sił elektrycznych.

W polu elektrycznym, wywołanem przez szereg ładunków, linje sił elektrycznych biegną od ładunków, dodatnich do ujemnych.

**3. Potencjał.** Ładunek elektryczny  $q$  w polu elektrycznym o natężeniu  $F$  znajduje się pod wpływem siły:

$$F \cdot q.$$

Gdy ładunek  $q$  przesunie się o  $dl$  na drodze, tworzącej z natężeniem pola  $F$  kąt  $\alpha$  wówczas, według zasad mechaniki, siła, działająca na ten ładunek, wykona pracę:

$$F \cdot q \cdot dl \cdot \cos \alpha.$$

Założmy, że pole elektryczne powstało pod wpływem pewnego ładunku elektrycznego  $Q$ , znajdującego się w odległości  $r$  od tego miejsca, gdzie mamy ładunek  $q$ . Wtedy według poprzedniego paragrafu:

$$F = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r^2}.$$

---

<sup>1)</sup> Patrz szczegóły w rozdziale XXX § 7.

A więc powyższa praca będzie:

$$\frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot q \cdot dl \cdot \cos \alpha.$$

Kierunek natężenia pola  $F$  jest zgodny w tym wypadku z kierunkiem  $r$ , więc  $dl \cdot \cos \alpha$  jest rzutem odcinka drogi  $dl$  na kierunek  $r$ . Rzut ten oznaczmy przez  $dr$ , a więc:

$$dl \cdot \cos \alpha = dr.$$

Wtedy powyższa praca będzie:

$$\frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r^2} \cdot q \cdot dr.$$

Jeżeli pole elektryczne powstało pod wpływem dowolnej liczby różnych ładunków  $Q$ , skupionych w poszczególnych punktach przestrzeni, to na ładunek  $q$  działać będzie kilka sił. Praca każdej z nich da się wyrazić takim wzorem, jak powyższy. Pracę, wykonaną przez wszystkie te siły, przy przesuwaniu ładunku  $q$  na drodze  $dl$ , oznaczmy przez  $dA$ . Jest ona sumą algebraiczną prac sił poszczególnych, więc może być wyrażona wzorem:

$$dA = \frac{1}{\varepsilon} \cdot q \cdot \sum \frac{Q}{r^2} \cdot dr.$$

Załóżmy teraz, że ładunek  $q$  przesuwa się z punktu  $a$  do punktu  $b$  i że punkty te znajdują się w odległości skończonej jeden od drugiego wtedy siły pola wykonają pracę:

$$A = \frac{1}{\varepsilon} \cdot q \cdot \sum Q \int_a^b \frac{dr}{r^2}.$$

Oznaczmy odległości poszczególnych ładunków do punktu  $a$  przez  $r_a$ , a do punktu  $b$  przez  $r_b$ , wtedy, po rozwiązaniu całki otrzymamy:<sup>1)</sup>

$$A = \frac{1}{\varepsilon} \cdot q \cdot \sum Q \cdot \left( \frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right),$$

albo:

$$A = q \cdot \left( \frac{1}{\varepsilon} \cdot \sum \frac{Q}{r_a} - \frac{1}{\varepsilon} \cdot \sum \frac{Q}{r_b} \right).$$

Wyrazy  $\frac{1}{\varepsilon} \cdot \sum \frac{Q}{r_a}$  i  $\frac{1}{\varepsilon} \cdot \sum \frac{Q}{r_b}$  zależą jedynie od wielkości i roz-

kładu ładunków względem punktów  $a$  i  $b$ , określają więc one pewną własność tych punktów w polu elektrycznym, którą przyjęto nazywać według Gauss'a potencjałem.

<sup>1)</sup> Dla ułatwienia zrozumienia przejścia do tego wzoru, przypominam, że:

$$d \left( \frac{1}{r} \right) = - \frac{1}{r^2} \cdot dr, \text{ a więc } \int \frac{dr}{r^2} = - \frac{1}{r}.$$

Oznaczmy potencjały w punktach  $a$  i  $b$  przez  $V_a$  i  $V_b$ , więc:

$$V_a = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \sum \frac{Q}{r_a} \quad \text{ i } \quad V_b = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \sum \frac{Q}{r_b}.$$

Wtedy otrzymamy:

$$A = q \cdot (V_a - V_b).$$

Wzór ten wykazuje, że, przy przesunięciu ładunku  $q$  w polu elektrycznym z punktu  $a$ , gdzie potencjał jest  $V_a$  do punktu  $b$  o potencjale  $V_b$ , siły pola elektrycznego wykonają pracę, która wyraża się iloczynem tego ładunku przez różnicę potencjałów, w tych punktach, niezależnie od drogi, po której przesuwa się ładunek.

Wzór ten jest taki sam, jak podany poprzednio w rozdziale III przy omawianiu pracy prądu elektrycznego. Tam zdolność elektryczności do wykonania pracy nazywaliśmy potencjałem, tu potencjał pewnego punktu w polu elektrycznym możemy pojmować jako własność pola elektrycznego, określającą zdolność jego, jako układu sił elektrycznych, do wykonania pracy przy przesuwanie w nim ładunku elektrycznego.

Są to dwa sposoby ujmowania tego samego pojęcia; drugi sposób jest ściślejszy.

Z powyższego wzoru wynika, że praca, którą wykonają siły pola, nie zależy od bezwzględnej wartości potencjału.

Praca ta zależy tylko od różnicy potencjałów w tych punktach, pomiędzy którymi przesuwa się ładunek elektryczny. Za pomocą pomiaru wyznaczyć możemy tylko różnicę potencjałów w dwóch punktach. Mając to na względzie, przyjęto określać wielkość potencjałów względem ziemi. Zwykle przyjmujemy, że potencjał ziemi równa się wszędzie zeru.

Jeżeli założymy w powyższym wzorze, że punkt  $b$  znajduje się na ziemi i że

$$V_b = 0,$$

otrzymamy wtedy wyraz pracy:

$$A = q \cdot V_a,$$

stąd:

$$V_a = \frac{A}{q}.$$

Wzór ten wyraża, że potencjał w danym punkcie  $a$  liczbowo stanowi pracę, przypadającą na jednostkę ładunku elektrycznego, przy przenoszeniu tego ładunku z punktu  $a$  na ziemię.

Możemy jeszcze określić potencjał inaczej, korzystając z określenia, podanego w rozdziale III. Tam różnicę potencjałów nazwaliśmy napięciem. Jeżeli napięcie pomiędzy punktami  $a$  i  $b$  oznaczmy przez  $V$ , wtedy według powyższego określenia:

$$V = V_a - V_b.$$

Gdy punkt  $b$  znajduje się na ziemi, wówczas:

$$V_b = 0,$$

a więc:

$$V_a = V.$$

Wzór ten wskazuje, że potencjał w danym punkcie możemy określić jako napięcie pomiędzy tym punktem a ziemią.

W ten sposób należy rozumieć np. wielkość potencjałów w punktach  $A$  i  $B$  części obwodu elektrycznego (rys. 7 na str. 16), lub też wogóle w jakichkolwiek punktach na obwodach elektrycznych i zewnątrz tych obwodów.

W dowolnym polu elektrycznym, określonem wielkością natężenia pola  $F$  w każdym punkcie, zmianę potencjału można wyznaczyć, rozważając np. ruch ładunku elektrycznego  $q$  wzdłuż linii siły na drodze  $dl$ . Praca sił pola będzie wtedy:

$$F \cdot q \cdot dl.$$

Oznaczmy przez  $V$  potencjał na początku drogi  $dl$ , a przez  $V + dV$  potencjał w końcu tejże drogi  $dl$ , wtedy pracę możemy wyrazić przez różnicę potencjałów za pomocą wzoru:

$$[V - (V + dV)] \cdot q.$$

Ponieważ oba wzory powyższe są jednoznaczne, możemy napisać:

$$[V - (V + dV)] \cdot q = F \cdot q \cdot dl,$$

stąd:

$$dV = - F \cdot dl.$$

Gdy pole jest jednostajne<sup>1)</sup> i zamiast odcinka  $dl$  weźmiemy drogę  $l$ , a potencjały w końcu i na początku tej drogi oznaczmy przez  $V_2$  i  $V_1$ , to, na zasadzie powyższego wzoru, otrzymamy:

$$V_1 - V_2 = F \cdot l,$$

albo:

$$F = \frac{V_1 - V_2}{l}.$$

**4. Przewodniki i izolatory.** Wszystkie ciała w przyrodzie pod względem własności elektrycznych mogą być rozważane, przy ustaleniu pojęcia o idealnych przewodnikach i idealnych izolatorach. W przyrodzie mamy ciała bardzo zbliżone do przewodników idealnych, są to metale, natomiast nie znamy równie dobrych izolatorów; większość ciał w przyrodzie posiada cechy przewodników i izolatorów jednocześnie.

Własności przewodników są następujące: W przewodnikach elektryczność może poruszać się swobodnie. Doświadczenie wskazuje, że nadmiar elektryczności dodatniej lub ujemnej, powstający na przewodniku,

<sup>1)</sup> Natężenie pola wszędzie jednakowe co do wielkości i kierunku.

w stanie statycznym, zbiera się zawsze tylko na powierzchni zewnętrznej przewodnika, a natężenie pola elektrycznego wewnątrz przewodników równa się zeru, t. j.  $F = 0$ . Na powierzchni przewodnika kierunek natężenia pola jest prostopadły do tej powierzchni, gdybyśmy bowiem przypuścili, że tak nie jest, to ładunki poruszałyby się pod wpływem sił, wywołanych przez pole elektryczne.

Ze wzoru:

$$dV = - F \cdot dl$$

widzimy, że przy  $F = 0$ ,  $dV = 0$ , to znaczy, że potencjał przy przejściu z jednego punktu do drugiego wewnątrz przewodników nie zmienia się, we wszystkich więc tych punktach jest on jednakowy.

Taki sam potencjał jak wewnątrz przewodników mamy i na powierzchni. Powierzchnia przewodnika jest więc ekwipotencjalną, t. j. posiada ona jednakowy potencjał we wszystkich swoich punktach.

Wszystkie te twierdzenia stosują się tylko do pola elektrostatycznego, gdzie ładunki są nieruchome.

W izolatorach idealnych ruch elektryczności odbywać się nie może. Dla wyjaśnienia jednak wielu zjawisk przypuszczamy, że izolator idealny składa się z bardzo drobnych cząsteczek, wewnątrz których ruch elektryczności odbywa się swobodnie, lecz z jednej cząsteczki do drugiej elektryczność przejść nie może.

Gdy izolator idealny znajduje się w polu elektrycznym, w każdej cząsteczce izolatora elektryczność dodatnia jest przesunięta w kierunku natężenia pola, a elektryczność ujemna w stronę przeciwną. Wtedy mówimy, że izolator jest spolaryzowany. Każda cząsteczka ma jakby dwa bieguny, t. j. powstaje w niej „biegunowość”, inaczej „polaryzacja”.<sup>1)</sup>

Wiele ciał ma tę własność, że polaryzacja nie znika zaraz po usunięciu pola elektryzującego. Mając np. kilka płytek szklanych, ułożonych szczelnie i ustawionych prostopadle do kierunku natężenia pola, można przekonać się, że nawet po usunięciu pola elektryzującego, płytki nie łatwo dadzą się oderwać od siebie. Przyczynę tego łatwo wykryć, jeżeli płytki rozdzielimy i zbadamy ich powierzchnie. Na powierzchni wszystkich płytek znajdziemy wówczas ładunki elektryczne.

**5. Potencjał przewodników.** W zagadnieniach praktycznych mamy do czynienia z zespołem przewodników naelektryzowanych, rozdzielonych za pomocą izolatorów.

Gdy więc ładunki są w równowadze, to według powyższych wywodów potencjał na przewodniku jest wszędzie jednakowy. Jeśli mamy szereg przewodników izolowanych od siebie, to wogóle na każdym z nich będziemy mieli potencjały różne, w przestrzeni jednak objętej przez

<sup>1)</sup> „Pôle“ znaczy po francusku biegun.

Jeden przewodnik są one jednakowe. Wielkość tych potencjałów, według § 3, określi się wzorem:

$$V = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \sum \frac{Q}{r},$$

gdzie  $Q$  — ładunki w rozważanym polu,  $r$  — odległość tych ładunków do punktu, gdzie mamy potencjał  $V$ ,  $\varepsilon$  — zdolność elektryczna ośrodka izolującego. Wzór ten wskazuje, że potencjał jest proporcjonalny do ładunków, znajdujących się w polu. Gdy wielkość ładunków, przy zachowaniu ich układu, będzie zwiększona kilkakrotnie, to tyleżkrotnie wzrośnie i potencjał. Spółczynniki proporcjonalności zależą tu tylko od zdolności elektrycznej ośrodka i układu geometrycznego przewodników,<sup>1)</sup> na których znajdują się ładunki.

**6. Kondensatory.** W praktyce najczęściej mamy do czynienia z układem, składającym się z dwu izolowanych od siebie przewodników. Taki układ przewodników nazywamy **kondensatorem**. Przewodniki te, czyli tak zwane okładki kondensatora, naładowują się zawsze ładunkami elektrycznymi jednakowymi, co do wielkości bezwzględnej, lecz różnymi, co do znaku, np.  $+Q$  i  $-Q$ .

Gdy więc w ten sposób okładki są naładowane i potencjały na okładkach otrzymamy  $V_1$  i  $V_2$ , to stosunek  $Q$  do  $V_1 - V_2$  nazywamy **pojemnością** takiego zespołu przewodników. Pojemność zwykle oznaczamy przez  $C$ , więc:

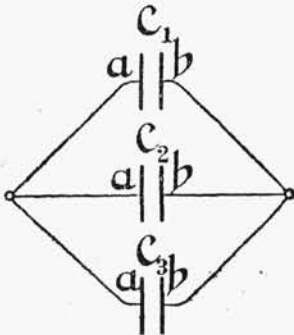
$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$$

Gdy ilość elektryczności na obydwu okładkach wzrasta jednocześnie w jednakowym stopniu, to i różnica potencjałów również wzrasta w tym samym stopniu. Widzieliśmy bowiem, że potencjały są proporcjonalne do ilości elektryczności. Stąd wniosek, że pojemność kondensatora jest wielkością stałą, zależną tylko od kształtu, wymiarów i względnego położenia dwu powyższych przewodników, oraz od własności elektrycznych ośrodka izolującego.

Gdy mamy kilka kondensatorów połączonych równolegle (rys. 79), tak, że okładki  $a$  są połączone ze sobą i  $b$  również ze sobą, to na wszystkich okładkach  $a$ , stanowiących jeden przewodnik, mamy jeden wspólny potencjał  $V_a$ , a na wszystkich okładkach  $b$  wspólny potencjał  $V_b$ .

<sup>1)</sup> t. j. od kształtu i położenia przewodników w przestrzeni. Jeżeli izolator nie jest jednorodny, to i układ różnych części izolatora ma wpływ na wielkość potencjałów.

Pojemność poszczególnych kondensatorów oznaczmy przez  $C_1, C_2, \dots, C_n$  i ładunki na każdej z okładek  $a$  lub  $b$  przez  $q_1, q_2, \dots, q_n$  wtedy:



Rys. 79.

$$C_1 = \frac{q_1}{V_a - V_b},$$

$$C_2 = \frac{q_2}{V_a - V_b},$$

.....

$$C_n = \frac{q_n}{V_a - V_b}.$$

Dodając te równania, otrzymamy:

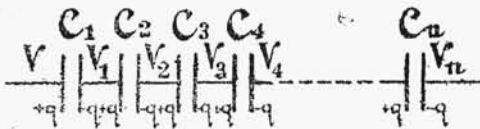
$$C_1 + C_2 + \dots + C_n = \frac{1}{V_a - V_b} \cdot (q_1 + q_2 + \dots + q_n) = \frac{1}{V_a - V_b} \cdot Q,$$

gdzie  $Q$  jest ładunkiem całkowitym.

Pojemnością całego układu kondensatorów równolegle połączonych jest więc:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$

Przy połączeniu szeregowym kondensatorów (rys. 80) należy mieć na względzie, że ładunki  $q$  na wszystkich okładkach są jednakowe; wynika to z następującego rozumowania. Gdy lewej okładce pierwszego kondensatora damy ładunek  $+q$ , to przez wpływ na



Rys. 80.

prawy okładce pierwszego kondensatora powstanie ładunek  $-q$ , a wolny ładunek  $+q$  przejdzie na lewą okładkę kondensatora

drugiego i t. d. Potencjały na poszczególnych izolowanych od siebie przewodnikach będą różne, jak to wskazano na rysunku.

Równania dla poszczególnych kondensatorów są następujące:

$$C_1 = \frac{q}{V - V_1},$$

$$C_2 = \frac{q}{V_1 - V_2},$$

.....

$$C_n = \frac{q}{V_{n-1} - V_n}.$$



Dodając odwrotne wartości pojemności poszczególnych kondensatorów, otrzymamy:

$$\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \frac{1}{q} \cdot (V - V_n).$$

Wypadkowa pojemność zespołu kondensatorów będzie:

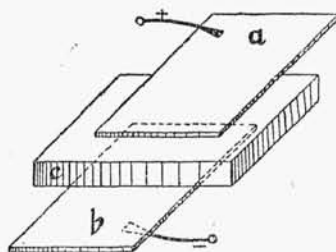
$$C = \frac{q}{V - V_n} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}.$$

Z tego wzoru wynika, że gdyby wszystkie kondensatory miały pojemność jednakową, to pojemność wypadkowa byłaby  $n$  razy mniejszą od pojemności poszczególnych kondensatorów. Poza tem ze stosunku którychkolwiek dwu równań dla poszczególnych kondensatorów wypadnie, że napięcia na kondensatorach poszczególnych są odwrotnie proporcjonalne do pojemności.

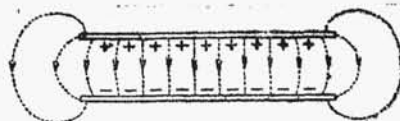
**7. Kondensator płaski.** Opierając się na wzorze zasadniczym, podanym wyżej, pojemność kondensatora możemy wyrazić przez jego wymiary i zdolność elektryczną izolatora.

Dla przykładu wyprowadzimy wzór kondensatora płaskiego.

Kondensator taki składa się z dwu płytek metalowych  $a$  i  $b$  (rys. 81) i izolatora  $c$ . Zakładamy, że izolator, do którego płytki przylegają szczelnie, jest bardzo cienki w porównaniu do szerokości i długości płytek. W tych warunkach ładunki elektryczne znajdują się prawie wyłącznie na wewnętrznych powierzchniach płytek metalowych i pole pomiędzy płytkami jest prawie wszędzie jednostajne. Linje sił elektrycznych (rys. 82) są skierowane prostopadłe do powierzchni płytek, tylko przy brzegach wyginają się nieco na zewnątrz.



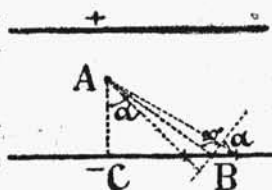
Rys. 81.



Rys. 82.

Natężenie pola pomiędzy płytkami wyznaczymy w sposób następujący. Na jednej z płytek (rys. 83) rozważymy cząstkę powierzchni  $ds$  w punkcie  $B$ . Oznaczając gęstość ładunku elektrycznego przez  $\sigma$ , będziemy mieli na cząstce powierzchni  $ds$  ładunek  $ds \cdot \sigma$ . Natężenie pola, wywołane przez ten ładunek w punkcie  $A$ , w odległości  $r$  od  $B$ , według poprzednio podanych wzorów będzie:

$$dF = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{ds \cdot \sigma}{r^2}.$$



Rys. 83.

Kierunek natężenia pola  $dF$  jest zgodny z kierunkiem  $\overline{AB}$ .

Przedstawmy sobie kulę, zakreśloną promieniem  $r$  z punktu  $A$ , i stożek o podstawie  $ds$  z wierzchołkiem, znajdującym się w punkcie  $A$ . Stożek ten wyznaczy na powierzchni kuli cząstkę powierzchni  $ds'$ , prostopadłą do  $r$ . Z rysunku widzimy, że gdy cząstki powierzchni są nieskończenie małe, to:

$$ds' = ds \cdot \cos \alpha.$$

Oznaczając przez  $d\omega$  kąt bryłowy stożka, otrzymamy:

$$ds' = d\omega \cdot r^2.$$

Wprowadźmy powyższe zależności do wzoru na natężenie pola, wtedy:

$$dF = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\sigma \cdot d\omega}{\cos \alpha}.$$

Mnożąc  $dF$  przez  $\cos \alpha$ , otrzymamy rzut natężenia pola  $dF$  na kierunek  $\overline{AC}$

$$dF \cdot \cos \alpha = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \sigma \cdot d\omega.$$

Natężenie pola wypadkowe, wywołane przez ładunek dolnej płytki jest sumą takich rzutów przy uwzględnieniu całej płytki.

Gdy odległość  $AC$  jest bardzo mała w porównaniu do szerokości i długości płytki, to

$$\int dF \cdot \cos \alpha = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \sigma \cdot \int d\omega = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \sigma \cdot 2\pi.$$

Całkowite natężenie pola w punkcie  $A$  powstałe od ładunków, skupionych na obydwu płytkach: górnej i dolnej, jest dwa razy większe, ponieważ jedna z płytek ma ładunek dodatni, a druga ujemny, kierunek zaś natężenia pola jest zgodny z kierunkiem siły, działającej na ładunek dodatni, umieszczony w tym punkcie, gdzie rozważamy natężenie pola.

A więc:

$$F = \frac{1}{\varepsilon} \cdot 4\pi \cdot \sigma.$$

Oznaczmy przez  $V_1$  i  $V_2$  potencjały okładek  $a$  i  $b$  kondensatora, a przez  $d$  grubość izolatora  $c$ . Z wyżej podanych wzorów dla różnicy potencjałów wiemy, że:

$$V_1 - V_2 = F \cdot d.$$

Oznaczając przez  $Q$  ilość elektryczności na każdej z okładek kondensatora, a przez  $S$  powierzchnię każdej płytki, przylegającą do izolatora  $c$ , będziemy mieli:

$$Q = \sigma \cdot S,$$

$$V_1 - V_2 = \frac{1}{\varepsilon} \cdot 4\pi \cdot \frac{Q}{S} \cdot d.$$

$$\text{i} \quad \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{S \cdot \varepsilon}{4\pi \cdot d},$$

albo, oznaczając pojemność przez  $C$ , otrzymamy:

$$C = \frac{S \cdot \epsilon}{4 \pi \cdot d}.$$

W układzie jednostek bezwzględnych elektrostatycznych przyjmujemy zdolność elektryczną powietrza za jednostkę oderwaną,  $\epsilon$  więc wyraża zdolność elektryczną ośrodka względem powietrza.

Gdy w powyższym wzorze zastosujemy jednostki bezwzględne elektrostatyczne, to wyrazimy  $S$  w  $\text{cm}^2$ , a  $d$  w  $\text{cm}$ ,<sup>1)</sup> i otrzymamy pojemność w  $\text{cm}$ .

Chcąc przejść do jednostek praktycznych spólrzędnych kulombom i woltom, należy powyższą liczbę, wyrażającą pojemność, podzielić przez  $9 \cdot 10^{11}$ , otrzymamy wtedy pojemność w jednostkach praktycznych, które nazywamy **faradami**.

Częściej jednak mierzymy pojemność w mikrofaradach, czyli w częściach milionowych farada. Dzieląc liczbę, wyrażającą pojemność w jednostkach bezwzględnych elektrostatycznych, przez  $9 \cdot 10^5$ , otrzymamy liczbę, wyrażającą tę pojemność w mikrofaradach.

**Przykład.** Z dwóch stron cienkiej szyby szklanej mamy dwa arkusze cynfolji, szczelnie przylegające do szkła. Wymiary cynfolji są:  $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ . Grubość szkła  $2 \text{ mm}$ . Zdolność elektryczna szkła w stosunku do powietrza czyli stała dielektryczna — 5.

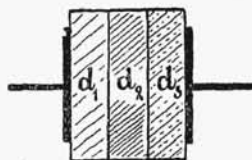
Pojemność tego kondensatora będzie:

$$C = \frac{400 \cdot 5}{4 \pi \cdot 0,2} = 797 \text{ cm},$$

lub:

$$C = \frac{797}{9 \cdot 10^5} = 0,000885 \text{ mikrofarada}.$$

Rozważmy jeszcze kondensator, w którym izolacja składa się z kilku warstw izolujących różnej grubości,  $d_1, d_2, \dots, d_n$  i rozmaitych zdolności elektrycznych  $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ . Pojemność takiego kondensatora da się wyznaczyć gdy zwrócimy uwagę na to, że płaszczyzny rozdziłu pomiędzy różnymi warstwami są powierzchniami ekwipotencjalnymi, więc jeżeli byśmy umieścili w tych miejscach płytki metalowe, to układ pola nie uległby zmianie, a wtedy mieć będziemy  $n$  kondensatorów połączonych w szereg, których ogólna pojemność wyniesie:



Rys. 83a.

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

<sup>1)</sup> Patrz rozdział XXX § 6.

Ponieważ według poprzednio wyprowadzonego wzoru:

$$C_1 = \frac{S \cdot \varepsilon_1}{4 \pi d_1}; C_2 = \frac{S \cdot \varepsilon_2}{4 \pi d_2}; \dots C_n = \frac{S \cdot \varepsilon_n}{4 \pi d_n}$$

więc:

$$C = \frac{S}{4 \pi \left( \frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2} + \dots + \frac{d_n}{\varepsilon_n} \right)}$$

Z poprzednich rozważań wypływa także, że spadki napięcia w poszczególnych warstwach można wyrazić wzorami:

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{C_1}$$

$$V_2 - V_3 = \frac{Q}{C_2}$$

i t. d.

Stąd stosunki tych spadków będą:

$$(V_1 - V_2) : (V_2 - V_3) \dots = \frac{1}{C_1} \cdot \frac{1}{C_2} \dots = \frac{d_1}{\varepsilon_1} : \frac{d_2}{\varepsilon_2} \dots$$

Jeżeli grubości płytek weźmiemy równe, to

$$(V_1 - V_2) : (V_2 - V_3) \dots = \frac{1}{\varepsilon_1} : \frac{1}{\varepsilon_2} \dots$$

Spadki potencjału wypadają tu odwrotnie proporcjonalne do stałych dielektrycznych, a więc np. gdy mamy warstwę powietrza i szkła, to napięcie elektryczne na warstwie powietrza będzie kilka razy większe niż na szkłe.

**8. Stała dielektryczna izolatorów.** Ze wzoru dla pojemności kondensatora widzimy, że pojemność jest proporcjonalna do wielkości stałej  $\varepsilon$ , określającej własności izolatora, zwanej zdolnością elektryczną, którą wyznaczamy zwykle względem powietrza. Spółczynnik  $\varepsilon$  nazywa się niekiedy stałą dielektryczną. Ścisłej jednak, według prof. Witkowskiego, stała dielektryczna równa się stosunkowi zdolności elektrycznej danego ośrodka do zdolności elektrycznej powietrza.

Wartość stałej dielektrycznej zależy przedewszystkiem od składu chemicznego izolatora. W przytoczonej poniżej tablicy podaję kilka liczb, najczęściej stosowanych.

Wszystkie ciała posiadają zdolność elektryczną większą od zdolności elektrycznej próżni (eteru). Zdolność elektryczna powietrza, wymierzona względem próżni wynosi 1,00059; różni się więc ona od zdolności próżni bardzo mało.

Dla wielu ciał w tablicy podane są dwie liczby, wskazujące granice wartości  $\varepsilon$ , otrzymane przy różnych badaniach; znaczne różnice wartości  $\varepsilon$

dla tego samego materiału wywołane są głównie przez różnice w składzie materiałów, poddanych próbom i zanieczyszczenia w ciałach prostych.

Stała dielektryczna, t. j. stosunek zdolności elektrycznej danego ośrodka do zdolności elektrycznej powietrza:<sup>1)</sup>

Nafta . . . . .	2 do 2,5	Siarka . . . . .	około 3
Olej parafinowy . . . . .	2 do 2,5	Izolacja kablowa (papier nasycony) . . . . .	3,5 do 4,3
Terpentyna . . . . .	2 do 2,5	Papier twardy . . . . .	3,5 do 4,0
Olej transformatorowy . . . . .	2 do 2,5	Kalafonja . . . . .	2,5
Porcelana . . . . .	4,5 do 5,0	Gutaperka . . . . .	3,5 do 4
Parafina . . . . .	2 do 2,5	Kauczuk wulkanizowany . . . . .	2,5 do 3
Papier . . . . .	około 2,5	Guma twarda . . . . .	2 do 3
Mika . . . . .	5,5 do 6,0	Szellak . . . . .	3 do 3,5
Mikanit . . . . .	4,5 do 5,0	Szkło . . . . .	3 do 9,1

Należy jeszcze zwrócić uwagę na to, że stała dielektryczna posiada wiele cech podobnych do przenikalności magnetycznej i, chociaż nie w tak znacznym stopniu, jest jednak w wielu wypadkach wielkością zmienną, zależną od napięcia elektrycznego pomiędzy okładkami kondensatora i od czasu połączenia kondensatora ze źródłem elektryczności. W nieznacznym stopniu od napięcia zależy zdolność elektryczna powietrza, czystej miki i parafiny. Natomiast w większości ciał innych zmienia się ona w dość znacznych granicach.

Izolatory posiadają nadto własność ładunku szczątkowego i histerezy dielektrycznej, która ma wiele cech wspólnych z histerezą magnetyczną.

Znaczenie w praktyce histerezy dielektrycznej ogranicza się jednak tylko do napięć bardzo wysokich, wynoszących dziesiątki i setki tysięcy woltów, lub też napięć szybko zmiennych. Najważniejszym wówczas zjawiskiem jest wywiązywanie w izolatorach ciepła wskutek histerezy dielektrycznej, w sposób podobny do opisanego dla histerezy magnetycznej w rozdziale XXVI.

Bardzo ważne znaczenie praktyczne ma jeszcze zdolność elektryczna przy rozważaniu warunków wytrzymałości elektrycznej izolatorów na przebicie prądem. Czynnikiem, wywołującym przebicie izolatora, jest natężenie pola elektrycznego w tym izolatorze.

W § 7 widzieliśmy, że natężenie pola pomiędzy płytkami płaskiego kondensatora wyraża się wzorem:

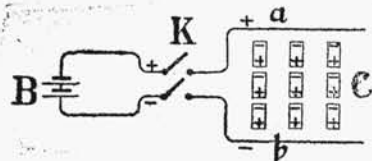
$$F = \frac{1}{\epsilon} \cdot 4\pi \cdot \sigma.$$

Wzór ten wskazuje, że natężenie pola jest odwrotnie proporcjonalne do zdolności elektrycznej ośrodka. Jeżeli rozważymy np. kondensatory

<sup>1)</sup> Według tablicy podanej w książce Schweigera „Lehrbuch der elektrischen Festigkeit der Isoliermaterialien“ i W. Petersena „Hochspannungs-Technik“.

połączone w szereg (rys. 80), zakładając, że powierzchnie płytek dla wszystkich kondensatorów są jednakowe, to natężenia pól w izolatorach tych kondensatorów będą odwrotnie proporcjonalne do stałych dielektrycznych tych izolatorów. Ten więc izolator, którego stała dielektryczna jest największa, podlegać będzie najsłabszemu napięciu elektrycznemu.

**9. Kondensator w obwodzie prądu.** Prądy elektryczne powstają nie tylko w przewodnikach, lecz także w izolatorach. Połączmy baterję  $B$  (rys. 84) za pomocą wyłącznika  $K$  z przewodnikami  $a$  i  $b$ , które nie tworzą obwodu zamkniętego, ponieważ są odosobnione jeden od drugiego za pomocą izolatora.



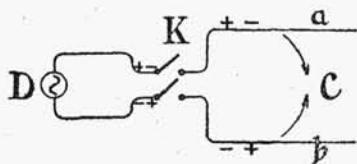
Rys. 84.

Przy takim układzie przewody  $a$  i  $b$ , które dotychczas były elektrycznie obojętne, naelektryzują się do tego samego stanu, w jakim znajdują się końcówki baterji  $B^1$ ). W izolatorze zaś pomiędzy przewodnikami powstanie pole elektryczne. Ładunki elektryczne zbiorą się na przewodnikach  $a$  i  $b$  a także według naszego pojęcia o polaryzacji dielektrycznej, na przeciwnych krańcach poszczególnych cząsteczek izolatora.

Przed połączeniem baterji z przewodnikami  $a$  i  $b$ , przewody te i izolator między nimi były elektrycznie obojętne, więc taki układ ładunków może nastąpić tylko przez przesuwanie się ich zarówno po przewodnikach  $a$  i  $b$  jak i wewnątrz izolatora.

Przesuwanie się ładunków elektrycznych stanowi prąd elektryczny, możemy więc twierdzić, że mieliśmy tu chwilowy prąd elektryczny w obwodzie kołowym  $a c b B a$ , którego część stanowi izolator. Rozumując w ten sposób, mówimy o prądach chwilowych w izolatorze doskonałym.

Umieszczając zamiast baterji galwanicznej prądnice (dynamomaszynę), wytwarzającą zmienną siłę elektromotoryczną (rys. 85), możemy otrzymać w takim obwodzie prąd ciągle, zmienny. Przy zamkniętym wyłączniku  $K$  prąd ten będzie przebiegał po drodze  $a c b D a$ , której część stanowi izolator  $a c b$ .



Rys. 85.

Powstawanie takiego prądu tłumaczy się tem, że bieguny źródła prądu zmieniają ustawicznie swój znak, przez co zmienia się znak ładunków na przewodnikach  $a$  i  $b$  i układ ładunków w cząsteczkach izolatora.

Na rys. 86 pokazane jest zestawienie tych dwu układów; przejście od jednego do drugiego może odbyć się tylko przez ruch elektryczności.

<sup>1)</sup> Gdy ładunki elektryczne będą w równowadze, na całym górnym przewodniku, połączonym z baterją, będziemy mieli pewien potencjał wszędzie jednakowy, a na przewodniku dolnym inny, lecz również wszędzie jednakowy.

Ponieważ takie zmiany trwają ciągle, przeto również ciągle trwa ruch tych ładunków to w jedną, to w drugą stronę.

Natężenie, powstającego w tych warunkach prądu elektrycznego określamy przez przyrost w jednostce czasu ilości elektryczności, która zbiera się na przewodnikach  $a$  i  $b$ .

Jeżeli przez  $q$  oznaczymy ilość elektryczności, istniejącą na każdym z przewodników  $a$  i  $b$  w chwili  $t$ , to natężenie prądu wyrazi się liczbowo przez przyrost tego ładunku w jednostce czasu.

Węc gdy w ciągu

czasu  $dt$  przyrost ilości elektryczności wynosi  $dq_t$ , to ilość ta przepływa w tym czasie przez przewody i natężenie prądu w chwili  $t$  mamy<sup>1)</sup>

$$i_t = \frac{dq_t}{dt} \quad (1)$$

Ilość elektryczności, zbierająca się na przewodnikach, jest w każdej chwili proporcjonalna do różnicy potencjałów, czyli do napięcia  $v$  pomiędzy temi przewodnikami, przeto:

$$q_t = C \cdot v_t \quad (2)$$

gdzie  $C$  stanowi stały współczynnik, zależny od wielkości i kształtu przewodników  $a$  i  $b$ , od ich położenia względem siebie i od rodzaju izolatora pomiędzy nimi.

Spółczynnik  $C$  jest oczywiście pojemnością zespołu dwóch przewodników  $a$  i  $b$ , które wspólnie stanowią kondensator.

Z równania (2) wynika, że

$$C = \frac{q_t}{v_t} \quad (3)$$

Jeżeli  $q$  wyrażamy w kulombach, a  $v$  w woltach, to  $C$  otrzymamy w faradach.

Gdy do przewodników  $a$  i  $b$  przyplynie ilość elektryczności  $dq$ , to napięcie podniesie się o  $dv$ .

Przez różniczkowanie wzoru (2) otrzymujemy:

$$dq_t = C \cdot dv_t$$

Podstawiając ten wyraz dla  $dq_t$  we wzór (1), znajdziemy prąd w chwili  $t$

$$i_t = C \cdot \frac{dv_t}{dt}$$

<sup>1)</sup> Patrz Rozdział II.



Wzór ten wskazuje, że natężenie prądu, płynącego przez kondensator, jest proporcjonalne do przyrostu napięcia na kondensatorze w jednostce czasu.

Na podstawie tego wzoru możemy rozwiązać cały szereg zagadnień, dotyczących prądów ładujących i wyładowujących kondensatory, a to stosownie do tego czy napięcie wzrasta, czy też maleje. Uczynimy to w innym miejscu, tu zaś zastanowimy się jeszcze nad samym pojęciem pojemności.

Wzory, służące do obliczenia pojemności na podstawie danego układu przewodników, opierają się na wzorze (3). Ażeby otrzymać wzór dla pojemności, wyrażamy napięcie  $V$  za pomocą ładunku elektrycznego  $q$ ; dzieląc  $q$  przez ten wyraz, otrzymamy  $C$ .

Obliczenia przeprowadzamy zazwyczaj na podstawie wzorów elektrostatyki, pamiętać więc zawsze należy o tem, że stosując stałe dielektryczne, podane w § 8 niniejszego rozdziału i podstawiając wymiary kondensatora w  $cm$ , otrzymamy pojemność również w  $cm$ , stanowiących bezwzględne jednostki elektrostatyczne pojemności. We wzorach zaś dla prądów należy wprowadzać pojemność w jednostkach praktycznych — faradach,<sup>1)</sup> 1 farad =  $9 \cdot 10^{11}$   $cm$ ., a 1 mikrofarad =  $9 \cdot 10^5$   $cm$ .

---