

CZĘŚĆ V.

Jednostki pomiarowe i ich wyznaczenie.

ROZDZIAŁ XXX.

Jednostki.

Wymierzyć pewną wielkość, znaczy porównać ją z inną obraną za jednostkę. Wynik pomiarów wyrażamy liczbą i nazwą jednostek, w których pomiar wykonywamy; liczba wskazuje ile tych jednostek mieści się w mierzonej wielkości.

Teoria zjawisk, zachodzących w przyrodzie, ujmuje we wzory matematyczne związki, zachodzące pomiędzy różnymi wielkościami, które możemy wyrażać w jednostkach dowolnych. Weźmy np. wzór drogi przebytej przez ciało jednostajnym ruchem postępowym. Jeżeli ten wzór, wyrażający drogę przez prędkość i czas, ma być stosowany przy dowolnych jednostkach, to wypadnie go napisać w postaci następującej:

$$s = K \cdot v \cdot t.$$

s oznacza tu drogę, v — prędkość, t — czas, a K — wielkość stałą, zależną od jednostek obranych do mierzenia prędkości, drogi i czasu. Założmy np., że za jednostkę prędkości obierzemy prędkość, którą osiąga ciało, spadające na ziemię, po upływie jednej sekundy, czas będziemy mierzyli w sekundach, a drogę w metrach, wtedy wzór powyższy przybierze postać:

$$s = 9,81 \cdot v \cdot t.^{1)}$$

Najprostszy jednak wzór otrzymamy, gdy obierzemy dla wyrażenia wielkości, wchodzących w skład wzoru takie jednostki aby $K = 1$.

W powyższym wypadku, obierając np. do mierzenia czasu sekundę, do mierzenia prędkości — metr na sekundę, a do mierzenia drogi — metr,

¹⁾ Po upływie jednej sekundy od chwili rozpoczęcia się spadku, ciała spadające na ziemię mają prędkość $9,81 \frac{m}{sek}$.

otrzymamy K równe jednostce. Wogóle K równać się będzie jednostce wtedy, gdy za jednostkę drogi obierzemy drogę, którą ciało przebywa w ciągu jednostki czasu przy prędkości równej jednostce. Mając na względzie takie układy jednostek, możemy wzór dla drogi napisać w sposób następujący:

$$s = v \cdot t.$$

Tak też piszemy wszystkie wzory w tej książce, przypuszczając, że współczynnik zależny od wyboru jednostek równa się zawsze jednostce.

Najprostszy i najdogodniejszy układ jednostek otrzymamy wtedy, gdy przyjmiemy dowolnie jak najmniejszą liczbę jednostek zasadniczych, inne zaś wyprowadzimy jako pochodne od nich, opierając się na wzorach matematycznych, wyrażających związek pomiędzy poszczególnymi wielkościami, i zakładając zawsze współczynnik proporcjonalności jako równy jedności.

Obecnie przy pomiarach posługujemy się przeważnie jednostkami, utworzonymi na podstawie tak zwanego układu bezwzględnego jednostek, opartego na trzech jednostkach zasadniczych: długości, masy materjalnej i czasu. Twórcami układu bezwzględnego byli Gauss i Weber. Wzór, wyrażający zależność pewnej wielkości od długości, masy i czasu, nazywamy według Maxwella, wzorem wymiarowym. A więc np. wzór wymiarowy prędkości będzie:

$$\text{Wymiar: } v = L \cdot T^{-1}.$$

Wzór wymiarowy drogi:

$$\text{Wymiar: } s = L \cdot T^{-1} \cdot T = L.$$

Przyspieszenia:

$$\text{Wymiar: } a = L \cdot T^{-1} \cdot T^{-1} = L \cdot T^{-2},$$

Siły:

$$\text{Wymiar: } f = M \cdot L \cdot T^{-2}.$$

Pracy:

$$\text{Wymiar: } A = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}.$$

Mocy:

$$\text{Wymiar: } P = M \cdot L^2 \cdot T^{-3}.$$

L oznacza tu długość, M — masę, a T — czas.

W dalszym ciągu dla uwydatnienia jednostek zasadniczych we wzorach wymiarowych zamiast liter M , L i T będziemy stosowali czasem oznaczenia odpowiednich jednostek zasadniczych: *gr*, *cm*, *s*.

Wzory wymiarowe nie tylko ułatwiają wyznaczenie jednostek, one porządkują wyobrażenia, jakie sobie tworzymy, opracowując teorie zjawisk w przyrodzie. Przez zwrócenie uwagi na wielkości równoznaczne ułatwiają one sprawdzanie rozumowań, których wyniki muszą być zgodne z tą zasadą logiczną, że tylko wielkości równoznaczne, mające w danym układzie jednostek jeden i ten sam wymiar, mogą być ze sobą porównywane.

Pomimo wymienionych powyżej zalet układu jednolitego jednostek, w praktyce posiłkujemy się dość często jednostkami dowolnie obranymi, głównie ze względu na trudność powszechnego wprowadzenia jednostek najpraktyczniejszych i dogodność powiększania i zmniejszania niektórych jednostek bezwzględnych dla uniknięcia przy rachunkach liczb zbyt wielkich lub ułamków zbyt drobnych. W ten sposób powstały układy jednostek praktyczne,

Gdy mamy do czynienia z różnymi układami jednostek, to znaczenie pierwszorzędne ma sprawa stosunku wzajemnego tych jednostek i liczb, wyrażających te same wielkości w różnych układach. Mając do czynienia z temi stosunkami, musimy zawsze mieć na względzie, że stosunek jednostek jest odwrotny względem stosunku liczb, wyrażających rozważane wielkości w tych jednostkach. Pochodzi to stąd, że każdą wielkość uważać możemy za iloczyn jednostki, wziętej przy pomiarze, przez liczbę, wyrażającą daną wielkość w tej jednostce. Gdy np. zmniejszamy jeden czynnik iloczynu (jednostkę), to ponieważ iloczyn ma pozostać nie zmieniony, drugi czynnik (liczba) zmieni się w stosunku odwrotnym.

Najlepiej to zrozumiemy na przykładzie. Pewną drogę mierzymy w metrach i otrzymujemy wynik pomiaru 25 *m*; jeżeli tą samą drogę zmierzmy w centymetrach, to otrzymamy 2500 *cm*. Oznaczmy drogę, wyrażoną w metrach przez *S_m*, a w centymetrach przez *S_c*, wtedy wypadnie:

$$\frac{S_c}{S_m} = \frac{2500}{25} = 100.$$

Natomiast wiemy, że centymetr jest sto razy krótszy od metra, więc, oznaczając długość centymetra przez *l_c*, a długość metra przez *l_m*, otrzymamy:

$$\frac{l_c}{l_m} = \frac{1}{100}.$$

1. Jednostki zasadnicze. Dla wszystkich prawie wielkości fizycznych mamy jednostki pochodne od jednostek zasadniczych: długości, masy materjalnej i czasu. Ogólnie przyjęte jednostki zasadnicze w tak zwanym układzie bezwzględnym są następujące: centymetr, gram, sekunda, stąd nazwa układu: centymetrogramosekundowy lub w skróceniu: układ c. g. s.

Centymetr, stanowiący jednostkę długości w układzie c. g. s., wynosi 0,01 część metra, który jest długością, w temperaturze 0° C., pomiędzy dwiema kreskami, naciętymi przy końcach pręta metalowego wzorcowego, przechowywanego w Paryżu. ¹⁾

¹⁾ Metr stanowi w przybliżeniu dziesięciomiljonową część ćwierci południka ziemskiego.

Gram — jednostka masy w układzie c. g. s., jest tysięczną częścią kilograma, który stanowi masę metalowego cylindra wzorcowego, również przechowywanego w Paryżu.¹⁾

Sekunda — jednostka czasu w układzie c. g. s., jest $\frac{1}{86400}$ częścią średniej doby słonecznej, która stanowi średni czas, upływający od jednego do następnego przejścia słońca przez południk dowolnego miejsca na kuli ziemskiej.

Na podstawie tych trzech jednostek powstał układ jednostek bezwzględnych i pochodne jednostki praktyczne.

2. Jednostki pochodne układu c. g. s. w mechanice.

Prędkość. Prędkość ruchu jednostajnego punktu wynosi jedną jednostkę bezwzględną, gdy w ciągu sekundy punkt przechodzi drogę długości jednego centymetra.

$$\text{Wymiar: } v = \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

Jednostkę taką nazywamy centymetrem na sekundę.

Przyspieszenie. Ruch ciała odbywa się ze stałym przyspieszeniem, wynoszącym jednostkę bezwzględną, gdy prędkość ruchu zmienia się o jednostkę bezwzględną w ciągu sekundy.

$$\text{Wymiar: } a = \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

Jednostkę taką nazywamy centymetrem na kwadrat sekundy.

Siła. Bezwzględną jednostkę siły stanowi taka siła, która masie jednego grama nadaje przyspieszenie jednego centymetra na kwadrat sekundy.

$$\text{Wymiar: } f = \text{gr} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

Taką jednostkę siły nazywamy dyną.

Praca. Bezwzględną jednostką pracy jest praca wykonana przez siłę jednej dyny, gdy punkt przyłączenia tej siły przechodzi w kierunku siły drogę, wynoszącą jeden centymetr.

$$\text{Wymiar: } A = \text{gr} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

Taką jednostkę nazywamy ergiem.

Energja. Energję mierzymy w tych samych jednostkach co i pracę. **Moc** ²⁾. Jednostką bezwzględną mocy wykonywa w ciągu sekundy jeden erg pracy.

$$\text{Wymiar: } P = \text{gr} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-3}$$

Taką jednostkę mocy nazywamy ergiem na sekundę.

¹⁾ Kilogram stanowi w przybliżeniu masę wody w objętości 1 litra przy 4°C.

²⁾ W niektórych książkach moc nazywają autorzy dzielnoscią lub sprawoscią.

3. Praktyczne jednostki mechaniczne i cieplne. Ważniejsze jednostki praktyczne oparte częściowo na układzie bezwzględny są następujące:

Siła. Jako jednostkę siły stosujemy często kilogram; jest to siła z jaką ziemia przyciąga masę jednego kilograma. Przyspieszenie ciężenia przyjmujemy równe $980,66 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$. Przy tym założeniu:

$$1 \text{ kilogram siły} = 980660 \text{ dyn.}$$

Praca. Jednostką pracy pochodną od erga jest: dżaul.

$$1 \text{ dżaul} = 10^7 \text{ ergów.}$$

Inną jednostką praktyczną, częściej używaną, jest kilogramometr, stanowiący pracę siły, wynoszącej jeden kilogram, na drodze jednego metra w kierunku siły.

$$1 \text{ kilogramometr} = 980660 \cdot 100 = 9,80660 \cdot 10^7 \text{ dynocentymetrów}$$

czyli ergów = 9,8066 dżaula.

W elektrotechnice jednak stosowana jest najczęściej jednostka: kilowatogodzina, stanowiąca pracę mocy, wynoszącej jeden kilowat w ciągu jednej godziny. Dalej wykażemy, że $1 \text{ kilowat} = 1000 \text{ dżauli}$ na sekundę, więc:

$$1 \text{ kilowatogodzina} = 3600000 \text{ dżauli.}$$

Ilość ciepła. W praktyce najczęściej używamy dwóch jednostek ilości ciepła: kalorie gramową i kalorie kilogramową. Są to ilości ciepła potrzebne do ogrzania jednego grama lub też jednego kilograma wody o jeden stopień Celsusza w ściśle określonych warunkach.¹⁾

$$1 \text{ kaloria kilogramowa} = 1000 \text{ kalorii gramowych.}$$

1 kaloria kilogramowa jest równoważna 427 kilogramometrom pracy mechanicznej. (Dokładniej 426,7 kgm).

Na podstawie tej liczby wypada, że w zaokrągleniu:

$$1 \text{ dżaul} = \frac{1}{9,81} \text{ kilogramometrów} = \text{około } 0,24 \text{ kalorii gramowej,}$$

$$1 \text{ kilowatogodzina} = \text{około } 860 \text{ kalorii kilogramowych.}$$

Moc. Opierając się na bezwzględnej jednostce pracy, określamy praktyczną jednostkę mocy wat, jako taką moc, która może wykonać pracę 10^7 ergów w ciągu sekundy, co stanowi jeden dżaul na sekundę. Częściej jednak jest stosowana jednostka większa kilowat, która równa się 1000 watom.

Pozatem stosuje się jeszcze jednostka mocy koń mechaniczny. Jest to moc, która może wykonać pracę 75 kilogramometrów w ciągu sekundy.

¹⁾ Patrz Zasady fizyki.

75 kilogramometrów = 75 · 980 660 · 100 dynocentymetrów czyli ergów = 75 · 9,8066 dżauli.

Stąd wynika, że można przyjąć:

1 koń mechaniczny = 735 dżauli na sekundę = 735 watów¹⁾.

4. Układy jednostek w nauce o elektryczności i magnetyźmie.

Na zasadzie zależności, pomiędzy różnymi wielkościami, stosowanymi w nauce o elektryczności i magnetyźmie, można ułożyć szereg wzorów, w których poszczególne wielkości określają się na podstawie poprzednich. Pierwszą wielkość można określić na zasadzie związku z zasadniczymi wielkościami fizycznymi: długością, masą materjalną i czasem.

Opierając się na takich wzorach, łatwo jest wyznaczyć stopniowo wymiar poszczególnych wielkości.

Praktyczne znaczenie mają dwa układy wymiarów. Jeden rozpoczynający się od wzorów elektrostatyki, drugi, od wzorów magnetycznych. Pierwszy nazywa się układem elektrostatycznym, a drugi elektromagnetycznym.

Układ elektrostatyczny. Zasadniczą wielkością jest tu ilość elektryczności, którą określamy na podstawie wzoru Coulomba. We wzorze tym, oprócz ilości elektryczności, siły i odległości ładunków elektrycznych mamy współczynnik zależny od rodzaju ośrodka, w którym znajdują się ładunki. Wymiaru tego czynnika, zwanego zdolnością elektryczną ośrodka, w zależności od długości, masy materjalnej i czasu w rozważanym układzie związków wyznaczyć nie możemy, pozostawiamy więc go we wszystkich równaniach wymiarowych jako czynnik mający pewien wymiar: $[\epsilon]$.

Aby uniezależnić równania wymiarowe od wyboru jednostek podstawowych, oznaczać będziemy w tych równaniach długość przez L , masę materjalną przez M , a czas przez T .

Ilość elektryczności. W nauce elektrostatyki podstawowe równanie Coulomba wyraża siłę przyciągania lub odpychania dwóch ładunków elektrycznych wzorem:

$$f = \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}.$$

q_1 i q_2 są to ładunki elektryczne skupione w punktach, znajdujące się w odległości r jeden od drugiego, ϵ —zdolność elektryczna ośrodka.

¹⁾ Moc konia mechanicznego angielskiego może wykonać pracę 550 stopofuntów na sekundę (foot-pounds per second), jest on trochę większy od używanego na kontynencie i wynosi 746 watów.

Zakładając $q_1 = q_2 = q$, otrzymamy:

$$q = r \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot f}.$$

Z tego wzoru wynika, że:

$$\text{Wymiar: } q = L \cdot \sqrt{[\varepsilon] \cdot M \cdot L \cdot T^{-2}} = L^{3/2} \cdot M^{1/2} T^{-1} [\varepsilon]^{1/2}$$

Gęstość powierzchniowa elektryczności. Gdy na powierzchni S mamy ładunek Q , rozłożony jednostajnie, to gęstość powierzchniowa będzie:

$$\sigma = \frac{Q}{S}.$$

$$\text{Wymiar: } \sigma = L^{3/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} [\varepsilon]^{1/2} \cdot L^{-2} = L^{-1/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} [\varepsilon]^{1/2}.$$

Natężenie pola elektrycznego. Gdy w polu elektrycznym na ładunek elektryczny Q działa siła f , a natężenie pola jest E , to

$$F = \frac{f}{Q}.$$

Stąd:

$$\text{wymiar: } F = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L^{-3/2} M^{-1/2} \cdot T \cdot [\varepsilon]^{-1/2} = L^{1/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\varepsilon]^{-1/2}.$$

Różnica potencjałów. (Inaczej napięcie elektryczne). Dla pracy wykonanej przy przeniesieniu ilości elektryczności Q z miejsca, gdzie potencjał jest V_1 , do innego miejsca, gdzie potencjał jest V_2 , mamy wzór następujący:

$$A = (V_1 - V_2) \cdot Q.$$

Stąd:

$$V_1 - V_2 = \frac{A}{Q}.$$

Wymiar:

$$(V_1 - V_2) = M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot L^{-3/2} \cdot M^{-1/2} \cdot T \cdot [\varepsilon]^{-1/2} = L^{1/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\varepsilon]^{-1/2}.$$

Ten sam wymiar ma siła elektromotoryczna.

Pojemność. Przy rozważaniu własności kondensatorów określiliśmy pojemność kondensatora jako współczynnik warunkujący ilość elektryczności, znajdującej się na każdej z okładek kondensatora w zależności od różnicy potencjałów pomiędzy okładkami:

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2}.$$

Stąd:

$$\text{wymiar: } C = L^{3/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} [\varepsilon]^{1/2} \cdot L^{-1/2} \cdot M^{-1/2} \cdot T \cdot [\varepsilon]^{1/2} = L \cdot [\varepsilon].$$

Pojemność ma tu wymiar długości pomnożonej przez wymiar zdolności elektrycznej ośrodka.

Prąd elektryczny. Natężenie prądu elektrycznego w układzie elektrostatycznym znajdziemy na zasadzie poglądu na prąd, jako na ruch elektryczności wzdłuż przewodnika.

$$I = \frac{q}{t}.$$

I — natężenie prądu stałego, przy którym w ciągu czasu t przepływa ilość elektryczności q .

$$\text{Wymiar: } I = L^{3/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\varepsilon]^{1/2} \cdot T^{-1} = L^{3/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-2} \cdot [\varepsilon]^{1/2}.$$

Oporność. (Opór elektryczny). Na zasadzie prawa Ohma możemy wyrazić oporność omową pewnego przewodnika wzorem:

$$R = \frac{V_1 - V_2}{I}.$$

Prąd I przepływa po przewodniku, na którego końcach mamy różnicę potencjałów $V_1 - V_2$.

Stąd:

$$\text{wymiar: } R = L^{1/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} [\varepsilon]^{-1/2} \cdot L^{-3/2} \cdot M^{-1/2} \cdot T^2 \cdot [\varepsilon]^{-1/2} = L^{-1} \cdot T \cdot [\varepsilon]^{-1}.$$

Indukcyjność. Wyraz dla siły elektromotorycznej samoindukcji w zależności od indukcyjności i szybkości zmienności prądu podany był na str. 75.

$$E_{st} = -L \frac{di}{dt}.$$

Stąd:

$$L = -E_{st} \cdot \frac{dt}{di},$$

a przeto, uwzględniając, że siła elektromotoryczna i różnica potencjałów mają wymiar jednakowy, otrzymamy:

$$\text{Wymiar: } L = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \varepsilon^{-1/2} \cdot L^{3/2} \cdot M^{-1/2} \cdot T^2 \cdot [\varepsilon]^{-1/2} T = L^{-1} \cdot T^2 \cdot [\varepsilon]^{-1}.$$

Przechodzimy teraz do wielkości magnetycznych.

Natężenie pola magnetycznego. Według wzoru Laplace'a (str. 9).

$$dH = \frac{dl \cdot i}{r^2} \cdot \sin \alpha.$$

Funkcje trygonometryczne są liczbami oderwanymi, nie mają zatem żadnego wymiaru, czyli że potęgi przy L , M i T są dla nich zerowe, z powyższego więc wzoru otrzymamy:

$$\text{Wymiar: } H = L \cdot L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} [\varepsilon]^{1/2} \cdot L^{-2} = L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} \cdot [\varepsilon]^{1/2}.$$

Układ elektromagnetyczny. Zasadniczą wielkością jest tu masa magnetyczna, którą określamy na zasadzie wzoru Coulomba (patrz str. 6.)

We wzorze tym, oprócz mas magnetycznych, siły i odległości biegunów, mamy współczynnik zależny od rodzaju ośrodka, w którym znajdują się bieguny. Wymiaru tego czynnika, zwanego przenikalnością lub zdolnością magnetyczną ośrodka, wyznaczyć nie możemy, pozostawiamy go więc we wszystkich równaniach wymiarowych jako czynnik mający pewien wymiar. $[\mu]$:

Masa magnetyczna. W nauce magnetyzmu podstawowe równanie Coulomba wyraża siłę przyciągania lub odpychania dwóch mas magnetycznych wzorem:

$$f = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

m_1 i m_2 są to masy biegunów magnetycznych, znajdujących się w odległości r jeden od drugiego, w ośrodku o przenikalności magnetycznej μ .

Zakładając: $m_1 = m_2 = m$, otrzymamy

$$m = r \cdot \sqrt{\mu \cdot f}.$$

Stąd:

$$\text{Wymiar: } m = L \cdot \sqrt{[\mu] \cdot M \cdot L \cdot T^{-2}} = L^{3/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{1/2}.$$

Natężenie pola magnetycznego. Na str. 7 mamy wzór:

$$H = \frac{f}{m}.$$

Stąd:

$$\text{Wymiar: } H = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L^{-3/2} \cdot M^{-1/2} \cdot T \cdot [\mu]^{-1/2} = L^{-1/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{-1/2}.$$

Indukcja magnetyczna. Na str. 33 mamy wzór.

$$B = \mu \cdot H.$$

Stąd:

$$\text{Wymiar: } B = L^{-1/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{1/2}.$$

Strumień magnetyczny. Na str. 53 mamy wzór:

$$\Phi = B \cdot s.$$

Stąd:

$$\text{Wymiar: } \Phi = L^{-1/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{1/2} \cdot L^2 = L^{3/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{1/2}.$$

Oporność magnetyczna. Według wzoru na str. 65.

$$\text{Wymiar: } R = L^{-1} \cdot [\mu]^{-1}.$$

Siła magnetomotoryczna. Jeżeli przez M oznaczymy siłę magnetomotoryczną i przez R opór magnetyczny, to według wzorów podanych na str. 64 wypadnie:

$$\Phi = \frac{M}{R},$$

Stąd:

$$M = \Phi \cdot R.$$

$$\text{Wymiar: } M = L^{3/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot \mu^{1/2} \cdot L^{-1} \cdot [\mu]^{-1} = L^{1/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{-1/2}.$$

Od wielkości magnetycznych przejdziemy teraz do wielkości elektrycznych. Są dwa wzory, na podstawie których takie przejście uskutecznić możemy:

Jeżeli siłę magnetomotoryczną oznaczmy przez M , to według wzoru dla siły magnetomotorycznej (str. 64) wypadnie:

$$M = 1,256 \cdot z i$$

Stąd:

$$i = \frac{M}{1,256 \cdot z}$$

Ponieważ $1,256 \cdot z$ jest liczbą oderwaną, więc:

$$\text{Wymiar: } I = \text{wymiarowi: } M = L^{1/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{-1/2}.$$

Możemy jednak rozumować jeszcze inaczej. Na str. 9 mamy wzór Laplace'a:

$$dH = \frac{dl \cdot i}{r^2} \cdot \sin \alpha.$$

Stąd:

$$i = \frac{dH \cdot r^2}{dl \cdot \sin \alpha},$$

a przeto:

$$\text{wymiar: } i = L^{-1/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{-1/2} \cdot L^2 \cdot L^{-1} = L^{1/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{-1/2}$$

Ilość elektryczności. Na str. 14 mamy wzór:

$$Q = I \cdot t,$$

stąd:

$$\text{Wymiar: } Q = L^{1/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{-1/2} \cdot T = L^{1/2} \cdot M^{1/2} \cdot [\mu]^{-1/2}$$

Napięcie (różnica potencjałów). Na str. 16 mamy wzór:

$$V = \frac{A}{Q},$$

Stąd:

$$\text{Wymiar: } V = M \cdot L \cdot T^{-2} \cdot L \cdot L^{-1/2} \cdot M^{-1/2} \cdot [\mu]^{1/2} = L^{2/3} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-2} \cdot [\mu]^{1/2}.$$

Ten sam wymiar ma siła elektromotoryczna.

Oporność (opór elektryczny). Na str. 25 mamy wzór:

$$R = \frac{P}{I^2}.$$

Stąd:

$$\text{Wymiar: } R = M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot L^{-1} \cdot M^{-1} \cdot T^2 \cdot [\mu] = L \cdot T^{-1} \cdot [\mu].$$

Nazwa wielkości.	Oznaczenie.	Wymiar w układzie:		Stosunek wymiaru elektrostatycznego do elektromagnetycznego
		elektrost.	elektromagn.	
Ilość elektryczności	Q	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} [\epsilon]^{1/2}$	$L^{1/2} M^{1/2} [\mu]^{-1/2}$	$L T^{-1} [\epsilon]^{1/2} [\mu]^{1/2}$
Napięcie elektryczne	V	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} [\epsilon]^{1/2}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} [\mu]^{1/2}$	$L^{-1} T [\epsilon]^{-1/2} [\mu]^{1/2}$
Pojemność	C	$L [\epsilon]$	$L^{-1} T^2 [\mu]^{-1}$	$L^2 T^{-2} [\epsilon] [\mu]$
Natężenie prądu	I	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} [\epsilon]^{1/2}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} [\mu]^{-1/2}$	$L T^{-1} [\epsilon]^{1/2} [\mu]^{1/2}$
Oporność elektryczna	R	$L^{-1} T [\epsilon]^{-1}$	$L T^{-1} [\mu]$	$L^{-2} T^2 [\epsilon]^{-1} [\mu]^{-1}$
Indukcyjność (spółczynnik samoindukcji)	L	$L^{-1} T^2 [\epsilon]^{-1}$	$L [\mu]$	$L^{-2} T^2 [\epsilon]^{-1} [\mu]^{-1}$
Natężenie pola magnetycznego	H	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} [\epsilon]^{1/2}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} [\mu]^{-1/2}$	$L T^{-1} [\epsilon]^{1/2} [\mu]^{1/2}$
Masa magnetyczna	m	$L^{1/2} M^{1/2} [\epsilon]^{-1/2}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} [\mu]^{1/2}$	$L^{-1} T [\epsilon]^{-1/2} [\mu]^{-1/2}$
Indukcja magnetyczna	B	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} [\epsilon]^{1/2} [\mu]$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} [\mu]^{1/2}$	$L T^{-1} [\epsilon]^{1/2} [\mu]^{1/2}$
Strumień magnetyczny	Φ	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} [\epsilon]^{1/2} [\mu]$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} [\mu]^{1/2}$	$L T^{-1} [\epsilon]^{1/2} [\mu]^{1/2}$
Sila magnetyczna	M	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} [\epsilon]^{1/2}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} [\mu]^{-1/2}$	$L T^{-1} [\epsilon]^{1/2} [\mu]^{1/2}$
Oporność magnetyczna	R	$L^{-1} [\mu]^{-1}$	$L^{-1} [\mu]$	1

Indukcyjność. Według wzoru (1) (str. 70) mamy:

$$L = \frac{z \cdot \Phi_t}{it},$$

z — jest liczbą oderwaną, więc:

$$\text{Wymiar: } L = L^{3/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\mu]^{1/2} \cdot L^{-1/2} \cdot M^{-1/2} \cdot T \cdot [u]^{1/2} = L \cdot [\mu].$$

W tym układzie równań współczynnik samoindukcji ma wymiar długości pomnożonej przez wymiar przenikalności magnetycznej.

Pojemność elektryczna. Na str. 89 mamy wzór:

$$C = \frac{Q}{V}.$$

Stąd:

$$\text{Wymiar: } C = L^{1/2} \cdot M^{1/2} \cdot [\mu]^{-1/2} \cdot L^{-2/3} \cdot M^{-1/2} \cdot T^2 \cdot [\mu]^{-1/2} = L^{-1} \cdot T^2 \cdot [\mu]^{-1}.$$

Wymiary dla ważniejszych wielkości znalezione w powyższych układach są zestawione w tablicy, patrz str. 337 gdzie podajemy również stosunek wymiaru elektrostatycznego do elektromagnetycznego.

Jeżeli teoria podana w tej książce ma stanowić jednolity całokształt nauki o elektryczności i magnetyzmie, to przy dowolnym wyprowadzaniu jednych wielkości z drugich musimy otrzymać zawsze wymiary te same; uzgodnienie to osiągniemy, określając wymiar iloczynu $\epsilon \cdot \mu$.

Aby wszystkie wymiary w układzie elektromagnetycznym i elektrostatycznym wypadły zgodnie, podane powyżej stosunki muszą wyrażać się za pomocą jednostki oderwanej.

Założmy, że:

$$L \cdot T^{-1} \cdot [\epsilon]^{1/2} \cdot [\mu]^{1/2} = 1,$$

stąd:

$$L \cdot T^{-1} \cdot \sqrt{[\epsilon] \cdot [\mu]} = 1,$$

$$\sqrt{[\epsilon] \cdot [\mu]} = L^{-1} \cdot T,$$

$$[\epsilon] \cdot [\mu] = L^{-2} \cdot T^2.$$

Równanie to wskazuje, że wymiar iloczynu $\epsilon \cdot \mu$ ma być taki sam, jak jednostki podzielonej przez kwadrat prędkości. Jeżeli zrobimy takie założenie, to wszystkie stosunki w powyższej tablicy staną się równe jednostce.

W ten sposób mamy wyznaczony wymiar iloczynu $\epsilon \cdot \mu$, co zaś do wymiaru każdego czynnika oddzielnie, to na zasadzie podanej tu teorii odnaleźć go nie można.

Dla ułożenia jednak bezwzględne układu jednostek, opartego na centymetrze, gramie i sekundzie, jest rzeczą niezbędną znać wymiary obu czynników μ i ϵ . Maxwell wprowadził do nauki dwa bezwzględne układy

jednostek: elektrostatyczny, który opiera się na założeniu, że ϵ jest liczbą oderwaną, wtedy:

$$[\mu] = L^{-2} \cdot T^2$$

i elektromagnetyczny, oparty na założeniu, że μ jest liczbą oderwaną, wtedy:

$$[\epsilon] = L^{-2} \cdot T^2$$

Przy określeniu jednostek Maxwell przyjął w układzie elektrostatycznym dla powietrza¹⁾ $\epsilon = 1$, a w układzie elektromagnetycznym dla powietrza¹⁾ $\mu = 1$,

Chcąc otrzymać wymiary jednostek w bezwzględnym układzie elektrostatycznym, należy w powyższej tablicy (ϵ) opuścić, a zamiast (μ) napisać $L^{-2} \cdot T^2$.

Chcąc zaś otrzymać wymiary jednostek w bezwzględnym układzie elektromagnetycznym, należy (μ) opuścić, a zamiast (ϵ) napisać $L^{-2} \cdot T^2$.

Najważniejszy jest bezwzględny układ elektromagnetyczny; na podstawie tego układu przyjęte są jednostki praktyczne, które stanowią wielokrotność dziesiętną lub ułamek dziesiętny jednostek bezwzględnych elektromagnetycznych.

5. Bezwzględny układ elektrostatyczny jednostek. Podstawowymi jednostkami są tu *cm.*, *gr.* i *s.*; w tych jednostkach wyrażać będziemy wymiary jednostek. Dla powietrza $\epsilon = 1$, μ ma wymiar $cm^{-2} \cdot s^2$.

Opierając się na wynikach rozumowań paragrafu poprzedniego, otrzymamy następujące określenia poszczególnych jednostek²⁾.

Ilość elektryczności: Wymiar jednostki ilości elektryczności będzie:

$$cm^{3/2} \cdot gr^{1/2} \cdot s^{-1}.$$

Bezwzględną jednostkę elektrostatyczną ładunku elektrycznego określimy jako jedną z dwóch liczbowo równych ilości elektryczności, skupionych w dwóch punktach, znajdujących się w odległości jednego centymetra jeden od drugiego w powietrzu, gdy siła przyciągania lub odpychania, działająca pomiędzy temi ilościami elektryczności, wynosi jedną dynę.

Gęstość powierzchniowa elektryczności. Wymiar jednostki gęstości ładunku będzie:

$$cm^{-1/2} \cdot gr^{1/2} \cdot s^{-1}.$$

Jednostkę bezwzględną stanowi taka gęstość ładunku, przy której na 1 cm^2 powierzchni przypada jednostka elektrostatyczna ładunku elektrycznego.

¹⁾ Ścisłe dla próżni (eteru).

²⁾ Przytaczamy tu tylko niektóre ważniejsze.

Natężenie pola elektrycznego. Wymiar jednostki natężenia pola będzie:

$$cm^{-1/2} \cdot gr^{1/2} \cdot s^{-1}.$$

Jednostkę bezwzględną natężenia pola elektrycznego określimy jako natężenie takiego pola, które na jednostkę bezwzględną ilości elektryczności działa z siłą jednej dyny.

Różnica potencjałów (napiecie). Wymiar jednostki różnicy potencjałów jest:

$$cm^{1/2} \cdot gr^{1/2} \cdot s^{-1}.$$

Jednostką bezwzględną napięcia będzie różnica potencjałów dwóch punktów, pomiędzy którymi, przenosząc jedną bezwzględną jednostkę ilości elektryczności, otrzymamy albo wykonamy jeden erg pracy.

Pojemność. Wymiar pojemności jest:

$$cm.$$

Bezwzględną jednostką pojemności jest pojemność kondensatora, do którego należy wprowadzić jedną bezwzględną jednostkę elektryczności na każdą z okładek, aby różnica potencjałów wynosiła jedną bezwzględną jednostkę napięcia.

W podobny sposób można określić wartość wszystkich innych jednostek elektromagnetycznych, mając na uwadze, że przenikalność magnetyczna μ jest tu wielkością mianowaną.

Przenikalność magnetyczna. Wymiar tej wielkości jest:

$$cm^{-2} \cdot s^2.$$

Jednostkę określimy przez następujące rozumowanie. Według teorii ruchu fal elektromagnetycznych, podanej przez Maxwella, prędkość biegu fal elektromagnetycznych w ośrodku o przenikalności magnetycznej μ i zdolności elektrycznej ϵ , wynosi:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}},$$

stąd:

$$\mu = \frac{1}{v^2 \cdot \epsilon}.$$

W rozważanym układzie μ będzie jednostką, gdy $v^2 \cdot \epsilon = 1$, a więc

$$v = \sqrt{\frac{1}{\epsilon}}.$$

Stąd jednostkę elektrostatyczną przenikalności magnetycznej ma taki ośrodek, w którym fale elektromagnetyczne biegną z prędkością, równą $\sqrt{\frac{1}{\epsilon}}$ centymetrów na sekundę.

Z doświadczeń wiemy, że w powietrzu fale elektromagnetyczne biegną z prędkością

$$3 \cdot 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1},$$

a ϵ , według założenia $= 1$, więc dla powietrza:

$$\mu = \frac{1}{3^2 \cdot 10^{20}} = 1,11 \cdot 10^{-21} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{s}^2.$$

6. Bezwzględny układ elektromagnetyczny jednostek. Podstawowymi jednostkami są tu *cm*, *gr* i *s*; w tych jednostkach wyrażać będziemy wymiary innych jednostek. Dla powietrza $\mu = 1$, ϵ ma wymiar $\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^2$.

Opierając się na wynikach rozumowań podanych w § 4, otrzymamy następujące określenia poszczególnych jednostek w układzie bezwzględnym elektromagnetycznym.

Masa magnetyczna. Wymiar jednostki masy magnetycznej będzie:

$$\text{cm}^{3/2} \cdot \text{gr}^{1/2} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Jednostką masy magnetycznej jest jedna z dwóch równych mas, skupionych w biegunach, znajdujących się w odległości jednego centymetra jeden od drugiego w powietrzu, gdy bieguny te przyciągają się do siebie lub odpychają z siłą jednej dyny.

Natężenie pola magnetycznego. Wymiar jednostki jest następujący:

$$\text{cm}^{-1/2} \cdot \text{gr}^{1/2} \cdot \text{s}^{-1}$$

Jednostkę natężenia pola magnetycznego ma takie pole, które na jednostkę masy magnetycznej działa z siłą jednej dyny.

Jednostka taka nazywa się *gauss*.

Indukcja magnetyczna. W tym układzie indukcja magnetyczna ma ten sam wymiar i tę samą jednostkę, co natężenie pola.

Strumień indukcji magnetycznej. Wymiar jednostki strumienia magnetycznego jest:

$$\text{cm}^{3/2} \cdot \text{gr}^{1/2} \cdot \text{s}^{-1}$$

Jednostką strumienia indukcji magnetycznej jest strumień, przenikający płaszczyznę o jednym centymetrze kwadratowym powierzchni, prostopadłą do linii indukcji w polu jednostajnym, w którym indukcja wynosi jednostkę.

Jednostka taka nazywa się maksweł¹⁾

Natężenie prądu. Wymiar jednostki natężenia prądu w bezwzględnym układzie elektromagnetycznym jest następujący:

$$cm^{1/2} \cdot gr^{1/2} \cdot s^{-1}.$$

Jednostkę tę określimy najwłaściwiej, opierając się na wzorze (patrz stronica 9).

$$H = \frac{2 \pi \cdot I}{R}.$$

H jest to natężenie pola, wywołane przez prąd kołowy. Oznaczmy przez H' natężenie pola, wywołane przez jednostkę długości obwodu tego koła, wtedy:

$$H' = \frac{H}{2 \pi R} = \frac{I}{R^2},$$

stąd:

$$I = H' \cdot R^2.$$

Z tego wzoru wynika, że przy $R = 1$, $H' = 1$ $I = 1$. Możemy więc określić jednostkę natężenia prądu w sposób następujący:

Jednostkę natężenia ma taki prąd, przepływający po obwodzie koła o promieniu 1 cm , którego cząstka długości, wynosząca 1 cm , wywołuje w środku koła pole magnetyczne o natężeniu równem jednostce.

Ilość elektryczności. Wymiar jednostki ilości elektryczności jest:

$$cm^{1/2} \cdot gr^{1/2}.$$

Jednostką jest ilość elektryczności, która w ciągu sekundy przebiega przez każdy przekrój przewodnika, jeśli po tym przewodniku płynie prąd, którego natężenie jest jednostką.

Napięcie²⁾ Wymiar napięcia jest:

$$cm^{3/2} \cdot gr^{1/2} \cdot s^{-2}.$$

Napięcie pomiędzy dwoma punktami w polu elektrycznym (np. na przewodniku) wtedy równa się jednostce, gdy, przy przesuwaniu pomiędzy temi punktami jednost-

¹⁾ Od nazwiska uczonego Maxwella.

²⁾ To samo, co różnica potencjałów.

ki ilości elektryczności, wykonywamy lub otrzymujemy pracę jednego erga.

Siła elektromotoryczna. Wymiar i jednostka siły elektromotorycznej są takie same, jak napięcia. Można jednak określić ją, rozumując inaczej.

Na stronie 227 mieliśmy wyraz dla siły elektromotorycznej indukcji:

$$E_t = - \frac{d\Phi_t}{dt}.$$

Na zasadzie tego wzoru:

$$\text{Wymiar } E = cm^{3/2} \cdot gr^{1/2} \cdot s^{-1} \cdot s^{-1} = cm^{3/2} \cdot gr^{1/2} \cdot s^{-2}.$$

Jednostkę siły elektromotorycznej określimy w sposób następujący. Siła elektromotoryczna równa jednostce powstaje w obwodzie elektrycznym wtedy, gdy w ciągu jednostki czasu strumień magnetyczny, objęty tym obwodem, zmienia się o jednostkę.

Opór elektryczny. Wymiar jednostki oporu jest następujący:

$$cm \cdot s^{-1}.$$

Według wzoru Joule'a (str. 25) jednostkę oporności określimy w ten sposób:

Jednostkę oporności stanowi oporność takiego przewodnika w którym przy natężeniu prądu równym jednostce, wytwarza się na sekundę ilość ciepła równoważna jednemu ergowi.

Według prawa Ohma: jednostkę oporności ma taki przewodnik, na którego końcach napięcie jest równe jednostce, gdy po przewodniku przepływa prąd, o natężeniu równym jednostce.

Pojemność. Wymiar jednostki pojemności będzie:

$$cm^{-1} \cdot s^2.$$

Jednostkę pojemności możemy określić np. ze wzoru (patrz str. 97):

$$i_t = C \cdot \frac{dv_t}{dt}.$$

Jednostkę pojemności ma taki kondensator, przez który płynie prąd chwilowy, równy jednostce, gdy napięcie na okładkach kondensatora w ciągu sekundy zmienia się o jednostkę.

Indukcyjność. Wymiar jednostki indukcyjności stanowi:

$$cm.$$

Określenie jednostki może być różne, zależnie od wzoru, na którym się opieramy w tym określeniu.

Według wzoru (1) na str. 75: obwód elektryczny ma indukcyjność równą jednostce, gdy, przy natężeniu prądu równym jednostce, obwód ten obejmuje jednostkowy strumień magnetyczny.

Według wzoru (3) na str. 75, obwód elektryczny ma wtedy indukcyjność—jednostkę, gdy w obwodzie tym powstaje siła elektromotoryczna, równa jednostce przy zmianie natężenia prądu o jednostkę w ciągu jednej sekundy.

Zdolność elektryczna ośrodka. Wymiar tej wielkości stanowi:

$$cm^{-2} \cdot s^2$$

Na podstawie wzoru, wyrażającego prędkość ruchu fal elektromagnetycznych w ośrodku o przenikalności magnetycznej μ i zdolności elektrycznej ϵ wynika, że:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}},$$

przeto:

$$\epsilon = \frac{1}{v^2 \cdot \mu}$$

W rozważanym układzie ϵ będzie jednostką, gdy $v^2 \cdot \mu = 1$, a więc

$$v = \sqrt{\frac{1}{\mu}}.$$

Stąd jednostkę bezwzględną elektromagnetyczną zdolności elektrycznej ma taki ośrodek, w którym fale elektromagnetyczne biegną z prędkością

$$v = \sqrt{\frac{1}{\mu}}$$

Ponieważ z doświadczeń wiemy, że w powietrzu fale elektromagnetyczne biegną z prędkością $3 \cdot 10^{10} \text{ cm} \cdot s^{-1}$, a w rozważanym układzie jednostek dla powietrza $\mu = 1$, więc dla powietrza:

$$\epsilon = \frac{1}{3^2 \cdot 10^{20}} = 1,11 \cdot 10^{-21} \text{ cm}^{-2} \cdot s^2.$$

7. Przykłady stosowania bezwzględnych jednostek elektromagnetycznych. Obliczyć siłę, z którą odpychają się od siebie dwa miligramy jonów wodoru, umieszczone w powietrzu na odległości jednego centymetra jeden od drugiego.

Gramorównoważnik wodoru wynosi 1 gr¹⁾, przeto jeden miligram zawiera ładunek:

$$0,001 \cdot 96500 \text{ kulombów, } ^1)$$

albo: $0,0001 \cdot 96500 \text{ bezwzgl. jedn. elektrom. } ^2)$

Na zasadzie prawa Coulomba:

$$f = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{q^2}{r^2},$$

$$\varepsilon = 1,11 \cdot 10^{-21}, \quad q = 9,65, \quad r = 1, \text{ więc:}$$

$$f = 8,39 \cdot 10^{22} \text{ dyn.}$$

Ponieważ 1 gr^c = 981 dyn, więc:

$$f = 0,855 \cdot 10^{14} \text{ tonn.}$$

Wynik ten jest ciekawy, gdyż daje pojęcie o wielkości sił, działających pomiędzy jonami.

Obliczmy w przybliżeniu pojemność kondensatora z izolacją szklaną³⁾ mającego kształt cylindra z dnem; średnica cylindra wynosi 10 cm. Szkło jest oklejone cynfolią na dnie i z boków na wysokość 10 cm zewnątrz i wewnątrz. Stała dielektryczna szkła = 7. Grubość szkła wszędzie jednakowa = 2 mm. Zdolność elektryczna w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych będzie:

$$1,11 \cdot 10^{-21} \cdot 7.$$

Dla obliczenia pojemności zastosujemy wzór, wyprowadzony dla kondensatora płaskiego: ³⁾

$$C = \frac{\varepsilon \cdot S}{4 \pi \cdot d},$$

$$S = \pi \cdot 5^2 + 2 \pi \cdot 5 \cdot 10 = 125 \pi,$$

$$C = \frac{1,11 \cdot 10^{-21} \cdot 7 \cdot 125 \cdot \pi}{4 \cdot \pi \cdot 0,2}$$

stąd:

$$C = 1,215 \cdot 10^{-18} \text{ bezwzgl. jedn. elektrom.}$$

Według § 10, 1 mikrofarad = 10^{-15} bezwzgl. jedn. elektrom., więc:

$$C = 1,215 \cdot 10^{-3} \text{ mikrofarada.}$$

8. Stosunek jednostek bezwzględnych elektrostatycznych do elektromagnetycznych. Oznaczmy przez q_s jeden z dwu równych ładunków elektrycznych, wyrażonych w jednostkach bezwzględnych ele-

¹⁾ Patrz rozdział XX.

²⁾ Patrz § 10 niniejszego rozdziału.

³⁾ Patrz rozdział IX § 7,

ktrostatycznych. Załóżmy, że te ładunki są skupione w dwóch punktach, znajdujących się w odległości r jeden od drugiego w ośrodku, którego zdolność elektryczna jest ϵ_s . Wtedy siła współdziałania pomiędzy temi ładunkami wyrazi się wzorem:

$$f = \frac{1}{\epsilon_s} \cdot \frac{q_s^2}{r^2}.$$

Jeżeli te same ładunki, wyrażone w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych, oznaczymy przez q_m , to w tym układzie jednostek zdolność elektryczna ośrodka będzie ϵ_m i:

$$f = \frac{1}{\epsilon_m} \cdot \frac{q_m^2}{r^2}.$$

Z tych dwóch równań wypada:

$$\frac{q_s^2}{r^2} = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_m} \cdot \frac{q_m^2}{r^2}.$$

$$\frac{q_s}{q_m} = \sqrt{\frac{\epsilon_s}{\epsilon_m}}.$$

ϵ_s jest liczbą oderwaną, natomiast ϵ_m ma wymiar $cm^{-2} \cdot s^2$, t. j. wymiar odwrotności kwadratu prędkości, więc wymiar $\sqrt{\frac{\epsilon_s}{\epsilon_m}}$ jest wymiarem prędkości. Z tego powodu oznaczamy ten pierwiastek zwykle przez v i piszemy:

$$\frac{q_s}{q_m} = v.$$

Na podstawie wzorów, wyrażających związek pomiędzy różnemi wielkościami w nauce o elektromagnetyzmie, znajdziemy stosunki następujące: ¹⁾

Natężenie prądu:

$$i_s = \frac{q_s}{t}; \quad i_m = \frac{q_m}{t}.$$

Stąd:

$$\frac{i_s}{i_m} = \frac{q_s}{q_m} = v.$$

Napięcie: Praca przy ruchu elektryczności w obu układach bezwzględnych wyraża się tą samą liczbą i posiada jeden wymiar. Łatwo to stwierdzić, wypisując wymiary z tablicy, podanej na str. 337.

Wymiar: V . Wymiar: $Q =$ Wymiar: A .

¹⁾ Wszystkie litery ze znakiem s wyrażają odpowiednie wielkości w jednostkach bezwzględnych elektrostatycznych, a ze znakiem m — w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych.

W jednostkach elektrostatycznych otrzymamy:

$$L^{1/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\epsilon]^{-1/2} \cdot L^3 \cdot M^{1/2} \cdot T^{-1} \cdot [\epsilon]^{1/2} = L^2 \cdot M \cdot T^{-2}.$$

W jednostkach elektromagnetycznych:

$$L^{3/2} \cdot M^{1/2} \cdot T^{-2} \cdot [\mu]^{1/2} \cdot L^{1/2} \cdot M^{1/2} \cdot [\mu]^{-1/2} = L^2 \cdot M \cdot T^{-2}.$$

Możemy więc napisać:

$$V_s = \frac{A}{Q}; \quad V_m = \frac{A}{Q_m},$$

stąd:

$$\frac{V_s}{V_m} = \frac{Q_m}{Q_s} = v^{-1}.$$

Oporność elektryczna:

$$R_s = \frac{V_s}{I_s}; \quad R_m = \frac{V_m}{I_m};$$

stąd:

$$\frac{R_s}{R_m} = \frac{V_s \cdot I_m}{V_m \cdot I_s} = v^{-1} \cdot v^{-1} = v^{-2}.$$

Pojemność:

$$C_s = \frac{Q_s}{V_s}; \quad C_m = \frac{Q_m}{V_m};$$

stąd:

$$\frac{C_s}{C_m} = \frac{Q_s \cdot V_m}{Q_m \cdot V_s} = v \cdot v = v^2.$$

Zdolność elektryczna ośrodka: Stosownie do oznaczenia, wprowadzonego na początku niniejszego paragrafu:

$$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_m} = v^2.$$

Zdolność magnetyczna ośrodka: Według teorii ruchu fal elektromagnetycznych wprowadzając ϵ i μ w jednostkach elektrostatycznych, prędkość tego ruchu wyrażamy:

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_s \cdot \mu_s}},$$

jeżeli zaś ϵ i μ wyrazimy w jednostkach elektromagnetycznych, to ta sama prędkość wyrazi się wzorem:

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_m \cdot \mu_m}}.$$

Możemy więc napisać równanie:

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_s \cdot \mu_s}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_m \cdot \mu_m}},$$

stąd:

$$\varepsilon_s \cdot \mu_s = \varepsilon_m \cdot \mu_m,$$

$$\frac{\mu_s}{\mu_m} = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_s} = v^{-2}.$$

Zestawiając wyniki powyższych rozważań, widzimy, że stosunki wielkości elektromagnetycznych, wyrażonych w układzie elektrostatycznym i elektromagnetycznym wyrażają się pewną prędkością w różnych potęgach.

Stosunki jednostek w układach elektrostatycznym i elektromagnetycznym są odwrotne względem podanych powyżej stosunków odpowiednich wielkości.¹⁾

Wymiary wszystkich wielkości mechanicznych w obu układach są jednakowe i wielkości te wyrażają się liczbami jednakowymi.

9. Doświadczalne wyznaczenie wielkości „v”. Wyznaczyć „v” można w różny sposób. Ze wzorów paragrafu poprzedniego widzimy, że wystarcza w tem celu wymierzyć jakąkolwiek wielkość w jednostkach bezwzględnych elektrostatycznych i w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych; mając te liczby, z powyższych wzorów, łatwo obliczyć „v”.

Wyznaczenie „v” przez pomiar ilości elektryczności. W roku 1856 Weber i Kohlrausch zmierzili za pomocą wagi skręceń Coulomba określoną część ładunku kondensatora. Zasada wagi skręceń polega na tym, że jedna z dwóch kulek naładowanych elektrycznością jest umieszczona na drążku poziomym, zawieszonym na druciku. Siłę odpychania tych kuleczek równoważy moment sił sprężystych skręconego drucika. Mierzac kąt skręcenia, łatwo oznaczyć siłę odpychania kuleczek, a stąd obliczyć według wzoru Coulomba ładunki w jednostkach elektrostatycznych.

Uczeni ci mierzyli następnie ładunek wspomnianego powyżej kondensatora w jednostkach elektromagnetycznych, wyładowując go przez galwanometr balistyczny. Według pomiarów Webera i Kohlrauscha $v = 3,107 \cdot 10 \text{ cm sek.}^{-1}$.

Wyznaczenie „v” przez mierzenie napięcia. Mierzac natężenie prądu w przewodniku o wiadomej oporności, lord Kelvin wyznaczył w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych napięcie pomiędzy końcami tego przewodnika.

¹⁾ Patrz wstęp do niniejszego rozdziału.

Następnie to samo napięcie zmierzył za pomocą elektrometru bezwzględnego, którego zasada jest oparta na przyciąganiu się dwóch płytek kondensatora. Z równania (patrz str. 274), gdzie f siła d — odległość pomiędzy płytkami, S ich powierzchnia, V różnica potencjałów.

$$f = \frac{V^2 \cdot S}{8 \pi \cdot d^2 \cdot \epsilon}$$

można wyznaczyć V , znając f , d , S i przyjmując dla powietrza $\epsilon = 1$.

Według pomiarów lorda Kelvina:

$$v = 3,004 \cdot 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{sek.}^{-1}.$$

Wyznaczenie „ v ” przez mierzenie pojemności. Ayrton i Perry w roku 1878 obliczyli z wymiarów pojemność pewnego kondensatora w jednostkach elektrostacyjnych i następnie określili tę pojemność z napięcia i ładunku, zmierzonych w bezwzględnych jednostkach elektromagnetycznych.

Ayrton i Perry otrzymali:

$$v = 2,980 \cdot 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{sek.}^{-1}.$$

Wyznaczenie „ v ” przez mierzenie prędkości światła. Według wzmianki w § 5 i 6, prędkość ruchu fal elektromagnetycznych wyraża się wzorem:

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}}.$$

Jeżeli ϵ i μ wyrażamy w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych, to wyraz tej prędkości będzie:

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_m \cdot \mu_m}}.$$

Gdy ośrodkiem jest powietrze, to $\mu_m = 1$, a z poprzedniego paragrafu:

$$\sqrt{\frac{\epsilon_s}{\epsilon_m}} = v,$$

lecz dla powietrza $\epsilon_s = 1$, przeto otrzymamy:

$$\epsilon_m = \frac{1}{v^2}.$$

Uwzględniając te wartości dla μ_m i ϵ_m , będzie:

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_m \cdot \mu_m}} = v.$$

Prędkość więc, określająca stosunek wielkości, wyrażonych w jednostkach bezwzględnych elektrostacyjnych i elektromagnetycznych, równa się prędkości ruchu fal elektromagnetycznych w powietrzu. Prędkość ta na zasadzie elektromagnetycznej teorii światła równa się prędkości światła w powietrzu (ściślej w próżni). Według pomiarów spóczesnych liczba, wyrażająca szybkość światła w powietrzu, wynosi: $2,998 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek.}$

10. Praktyczny układ jednostek elektromagnetycznych. Niektóre jednostki bezwzględne są zbyt wielkie lub też zbyt małe, a więc niedogodne przy wyrażaniu odpowiednich wielkości we wzorach liczbowych. W celu uniknięcia tej niedogodności, stosujemy dla wielkości częściej używanych jednostki praktyczne, których szczegółowe zestawienie podaję poniżej.

Prąd. Do mierzenia prądu przyjęto w praktyce jednostkę, wynoszącą 0,1 część jednostki bezwzględnej elektromagnetycznej i nazwano ją amperem (oznaczenie A).

Ilość elektryczności. Gdy za jednostkę czasu przyjmiemy sekundę, to ilość elektryczności według wzoru $Q = It$, odpowiadająca jednemu amperowi i jednej sekundzie, wynosi 0,1 część bezwzględnej jednostki elektromagnetycznej. Taka jednostka nazywa się kulombem (oznaczenie C).

Przyjmując za jednostkę czasu godzinę, otrzymamy jednostkę ilości elektryczności, która nazywa się amperogodziną (oznaczenie Ah); wynosi ona oczywiście 3600 kulombów.

Napięcie i siła elektromotoryczna. Przyjmując za jednostkę pracy dżaul, a za jednostkę ilości elektryczności — kulomb, otrzymamy według wzoru $V = \frac{A}{Q}$ jednostkę praktyczną napięcia wolt (oznaczenie V).

Biorąc pod uwagę, że jeden dżaul = 10^7 ergów, a jeden kulomb = 10^{-1} bezwzględnej jednostki ilości elektryczności, otrzymamy:

$$\text{jeden wolt} = \frac{10^7}{10^{-1}} = 10^8 \text{ bezwzględnych jednostek elektromagnetycznych.}$$

Oporność. Jeżeli za jednostkę napięcia przyjmiemy wolt, a za jednostkę prądu — amper, to według wzoru $R = \frac{V}{I}$ otrzymamy jednostkę oporności om (oznaczenie Ω). Według powyżej wskazanych zależności jeden om = $\frac{10^8}{10^{-1}} = 10^9$ bezwzględnych jednostek elektromagnetycznych.

Pojemność. Wyrażając ilość elektryczności w kulombach, a napięcie w woltach, otrzymamy na podstawie wzoru $C = \frac{Q}{V}$ pojemność w jaradach (oznaczenie F). W praktyce stosujemy zwykle jednostkę milion razy mniejszą — mikrofarad (oznaczenie μF):

$$\text{Jeden } \mu F = 10^{-6} \text{ farada.}$$

Według wyżej podanych zależności:

$$\text{eden mikrofarad} = 10^{-6} \frac{10^{-1}}{10^8} = 10^{-15} \text{ bezwzględnych jednostek elektromagnetycznych.}$$

Obliczenia pojemności przeprowadzają się niekiedy w jednostkach bezwzględnych elektrostatycznych, z tego więc względu należy jeszcze wyprowadzić zależność jednostek praktycznych od elektrostatycznych.

Oznaczmy pojemność pewnego kondensatora w jednostkach bezwzględnych elektrostatycznych przez C_s , a w jednostkach bezwzględnych elektromagnetycznych przez C_m , wtedy uwzględniając że zdolność elektryczna ośrodka w jednostkach elektrostatycznych wyraża się za pomocą liczby, stanowiącej stałą dielektryczną, a w jednostkach elektromagnetycznych za pomocą tej samej liczby pomnożonej przez $1,11 \cdot 10^{-21}$, otrzymamy:

$$\frac{C_s}{C_m} = \frac{1}{1,11 \cdot 10^{-21}} = 9 \cdot 10^{20}.$$

Z tego stosunku wynika, że jednostka elektrostatyczna jest mniejsza od elektromagnetycznej.

Jednostka bezwzgl. elektromagn. pojemności = $9 \cdot 10^{20}$ jednostek bezwzgl. elektrost. pojemności.

Więc:

$$1 \mu F = 10^{-15} \cdot 9 \cdot 10^{20} = 9 \cdot 10^5 \text{ jedn. bezwzgl. elektrost.}$$

$$\text{czyli } 1 \mu F = 9 \cdot 10^5 \text{ cm.}$$

$$\text{a } 1 F = 9 \cdot 10^{11} \text{ cm.}$$

Indukcyjność. Jeżeli za jednostkę siły elektromotorycznej przyjmujemy wolt, za jednostkę prądu amper, a za jednostkę czasu sekundę, to indukcyjność otrzymamy według wzoru $L = \frac{-E}{\frac{di}{dt}}$, wyrażoną w hen-

rach (oznaczenie H). Z podanych powyżej zależności wynika, że:

jeden henr = $\frac{10^8}{10^{-1}} = 10^9$ bezwzględnych jednostek elektromagnetycznych czyli centymetrów.

10^9 cm wynosi czwartą część południka geograficznego, z tego więc powodu praktyczną jednostkę indukcyjności nazywamy niekiedy kwadrantem.

Moc prądu. Iloczyn natężenia prądu, wyrażonego w amperach, i napięcia w woltach daje moc prądu w watach. Wynika to ze wzoru następującego:

$$V_{\text{wolt}} \times I_{\text{amp.}} = V \cdot 10^8 \times I \cdot 10^{-1} \text{ (c. g. s.)} = V \cdot I \cdot 10^7 \text{ ergów na sekundę} = V \cdot I \text{ watów.}$$

Praca prądu. Iloczyn natężenia prądu, wyrażonego w amperach, napięcia w woltach i czasu w sekundach daje pracę prądu w dżaulach. Określa to wzór następujący:

$$\begin{aligned} V_{\text{wolt}} \times I_{\text{amp.}} \times t_{\text{sek}} &= V \cdot 10^8 \times I \cdot 10^{-1} \times t \text{ (c. g. s.)} = \\ &= VIt \cdot 10^7 \text{ ergów} = VIt \text{ dżauli} = VIt \text{ watosekund.} \end{aligned}$$

Częściej jednak za jednostkę pracy używa się kilowatogodziny. Obliczenie pracy w kilowatogodzinach przeprowadza się w sposób następujący. Załóżmy, że natężenie prądu wynosi 5 A , napięcie 120 V , i że prąd jest stały: obliczyć należy jego pracę w ciągu 36 minut.

Na zasadzie wzorów poprzednich, moc prądu:

$$P = 5 \times 120 = 600 \text{ watów} = 0,6 \text{ kilowata},$$

a praca prądu:

$$A = 0,6 \cdot \frac{36}{60} = 0,36 \text{ kilowatogodziny}.$$

11. Międzynarodowy amper i międzynarodowy om. Pomiarów elektrycznych opierają się na międzynarodowo ustalonych jednostkach natężenia prądu i oporu elektrycznego.

Amper międzynarodowy jest to natężenie takiego prądu stałego, który w ciągu jednej sekundy wydzieli: $0,00111800\text{ gr.}$ srebra z roztworu azotanu srebra w najlepszych warunkach rozkładu.

Om międzynarodowy oporności ma słup rtęci, którego długość przy jednostajnym przekroju wynosi $106,300\text{ cm}$, a masa $14,4521\text{ gr}$ w temperaturze 0°C , przekrój takiego słupa mało różni się od 1 mm^2 .

Na zasadzie dwóch jednostek łatwo wyprowadzić wszystkie inne jednostki według wyżej podanych związków.

Ustalone w ten sposób jednostki różnią się od jednostek praktycznych, określonych w zależności od jednostek bezwzględnych elektromagnetycznych, różnica jest jednak bardzo mała — najwyżej w setnych częściach procenta. Dwa zera na końcu liczb w podanych wyżej określeniach ampera i oma wskazują właśnie, że zostały odrzucone cyfry, wypadające na tych miejscach przy wyznaczeniu masy srebra i długości słupa rtęci, które odpowiadają amperowi i omowi określonym teoretycznie według poprzednio podanego stosunku do jednostek bezwzględnych elektromagnetycznych.

Wobec odrzucenia tych cyfr wszystkie jednostki pochodne np. pracy i mocy są troszkę różne od jednostek wyprowadzonych na podstawie gr, cm i sekundy.

Tak np. 1 dżul określony jako praca prądu jednego międzynarodowego ampera pod napięciem jednego międzynarodowego wolta w ciągu jednej sekundy równa się ściśle nie 10^7 ergów , a — $1,00051 \times 10^7\text{ ergów}$.

12. Zestawienie ważniejszych jednostek elektromagnetycznych, mechanicznych i cieplnych. Aby ułatwić korzystanie z wiadomości podanych powyżej, przytaczam zestawienie jednostek praktycznych

łącznie z oznaczeniami i liczbami, wyrażającymi ważniejsze stosunki pomiędzy temi jednostkami.

Jednostki praktyczne:		Jednostka praktyczna zawiera jednostek bezwzgl.	
n a z w a	oznaczenie.	elektromagnetycznych	elektrostatycznych.
Kulomb	<i>C</i>	10^{-1}	$3 \cdot 10^9$
Amper	<i>A</i>	10^{-1}	$3 \cdot 10^9$
Miliamper ¹⁾	<i>mA</i>	10^{-4}	$3 \cdot 10^6$
Wolt	<i>V</i>	10^8	$\frac{1}{300}$
Miliwolt	<i>mV</i>	10^5	$\frac{1}{3} \cdot 10^{-5}$
Kilowolt ²⁾	<i>kV</i>	10^{11}	$\frac{1}{3} \cdot 10$
Om	Ω lub <i>O</i>	10^9	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$
Megom ³⁾	<i>M\Omega</i>	10^{15}	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-5}$
Farad	<i>F</i>	10^{-9}	$9 \cdot 10^{11}$
Mikrofarad ⁴⁾	μF	10^{-15}	$9 \cdot 10^5$
Henr	<i>H</i>	10^9	—

Jednostki pracy: ⁵⁾

Kilogramometry. (<i>kgm</i>)	10^{10} ergów.	Kilodżauł. (<i>k J</i>)	Kilogram kalorie. (<i>k cal</i> ₁₅)	Konio-godziny.	Kilowatogodziny. (<i>k Wh</i>)
100	0,98066	0,98016	0,23425	0,000370370	0,000272267
367 286	3601,84	3600	860,38	1,36032	1
426,89	4,1863	4,1842	1	0,0015811	0,0011623
102,024	1,00051	1	0,23899	0,000377867	0,000277778

¹⁾ Miliamper — 0,001 ampera.

²⁾ Kilowolt = 1000 woltów.

³⁾ Megom = 10^6 omów.

⁴⁾ Mikrofarad = 10^{-6} farad.

⁵⁾ Patrz G. Dettmar „Deutscher Kalender für Elektrotechniker 1925/26”.

Jednostki mocy :

Konie mechaniczne metryczne (KM)	Konie mechaniczne angielskie ¹⁾ (HP)	Kilogramometry na sekundę.	10^{10} ergów na sekundę.	Kilowaty. (kW)	Tysiące kilogram. kalorii na godzinę.
1,36031	1,34173	102,024	1,00051	1	0,86038
1,01385	1	76,039	0,74568	0,74530	0,64124
1	0,98634	75	0,73550	0,73512	0,63248

W zaokrągleniu zwykle przyjmujemy:

$$1 \text{ kWh} = 860 \text{ kcal}$$

$$1 \text{ J} = 0,24 \text{ gcal}$$

$$1 \text{ gcal} = 4,2 \text{ J}$$

$$1 \text{ kW} = 1,36 \text{ KM}$$

$$1 \text{ KM} = 0,735 \text{ kW}$$

¹⁾ 1 HP = 550 stopofuntów na sekundę.