

## ROZDZIAŁ XXVIII.

### Moc prądu zmiennego.

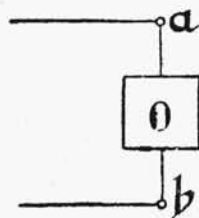
**1. Wzór zasadniczy.** Przy zastosowaniach prądu zmiennego bardzo ważne znaczenie ma wzór na średnią moc prądu zmiennego.

Na rys. 267 mamy t. zw. odbiornik prądu elektrycznego, a więc przyrząd, w którym praca prądu elektrycznego wytwarza jakąś inną postać energii. W tym przypadku praca prądu będzie dodatnia, jeżeli prąd płynie od zacisku o potencjale wyższym do zacisku o potencjale niższym, np.:

$$V_a > V_b,$$

i prąd płynie od  $a$  do  $b$ . Różnicę potencjałów  $V_a - V_b$  oznaczymy przez  $v_t$ ; będzie to napięcie na końcówkach przyrządu w chwili  $t$ . Prąd w chwili  $t$  oznaczamy przez  $i_t$ ; wtedy moc prądu w chwili  $t$ , będzie:

$$P_t = v_t \cdot i_t.$$



Rys. 267.

Gdy mamy prąd zmienny sinusoidalnie, to stosownie do okoliczności poprzednio rozważanych,  $v_t$  i  $i_t$  mogą różnić się w fazie i zależność tych wielkości od czasu wyrażoną być może za pomocą dwóch sinusoid, np. takich, jakie podane są na rys. 268.

Mnożąc dla każdej chwili  $v_t$  przez  $i_t$ , otrzymamy moc  $P_t$ . Gdy zaś  $P_t$  w zależności od czasu przedstawimy wykreślnie, to wypadnie linja krzywa, wyobrażona na rys. 268.

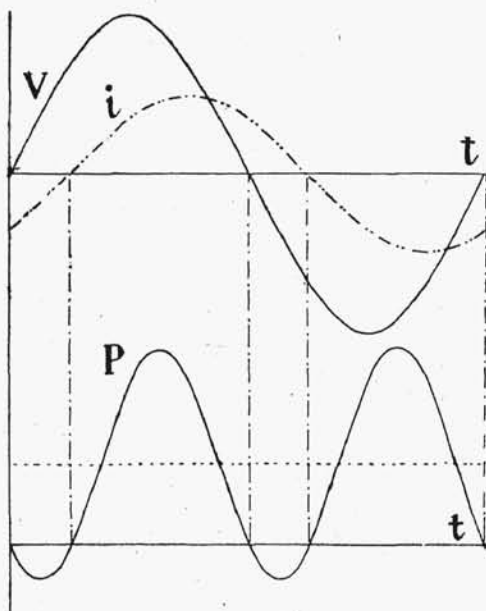
Z kształtu tej linji wnioskujemy, że moc jest okresowo zmienna, i okres zmian jest dwa razy krótszy od okresu zmian  $i_t$  i  $v_t$ . Położenie zaś tej linji wskazuje, że moc jest dodatnia, gdy prąd i napięcie mają kierunki zgodne, natomiast jest ona ujemna, gdy te kierunki są sobie przeciwne.

Stąd wniosek, że przyrząd  $O$  jest przez chwilę odbiornikiem prądu, a przez następną — źródłem, wytwarzającym pracę prądu. Praca prądu wyraża się oczywiście polem, zawartem pomiędzy krzywą  $P$  i osią odciętych. Praca dodatnia np. w ciągu jednego okresu, jest większa od

ujemnej; możemy więc powiedzieć, że odbiornik otrzymując pewną ilość pracy, część jej zwraca.

Wzór dla wykresu mocy wyprowadzimy w sposób następujący:

Założmy, że napięcie wyraża się wzorem:



Rys. 268.

$$v_t = V_m \cdot \sin \frac{2\pi t}{T},$$

a prąd spóźnia się w fazie względem napięcia o kąt  $\varphi$ :

$$i_t = I_m \cdot \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \varphi \right).$$

Moc w chwili  $t$  będzie:

$$P_t = V_m \cdot I_m \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} \cdot \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \varphi \right).$$

Iloczyn sinusów można przekształcić w sposób następujący:

$$\sin \frac{2\pi t}{T} \cdot \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \varphi \right) =$$

$$= \sin^2 \frac{2\pi t}{T} \cdot \cos \varphi - \sin \frac{2\pi t}{T} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T} \cdot \sin \varphi;$$

$$\sin^2 \frac{2\pi t}{T} = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{4\pi t}{T} \right); \quad \sin \frac{2\pi t}{T} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T} = \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{4\pi t}{T};$$

a więc:

$$\sin \frac{2\pi t}{T} \cdot \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \varphi \right) = \frac{1}{2} \cdot \cos \varphi -$$

$$- \frac{1}{2} \cdot \cos \frac{4\pi t}{T} \cdot \cos \varphi - \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{4\pi t}{T} \cdot \sin \varphi.$$

$$P_t = \frac{1}{2} V_m I_m \left( \cos \varphi - \cos \varphi \cdot \cos \frac{4\pi t}{T} - \sin \varphi \cdot \sin \frac{4\pi t}{T} \right).$$

Z tego wzoru wynika, że rzędne wykresu mocy można uważać, jako sumę algebraiczną rzędnych trzech linii (rys. 269): prostej równoległej do

osi odciętych, przeprowadzonej na odległości  $\frac{V_m I_m \cos \varphi}{2}$ , cosinusoidy o okresie dwa razy mniejszym od okresu prądu i napięcia, której rzędne mają wartość maksymalną  $\frac{V_m I_m \cos \varphi}{2}$  i sinusoidy o tym samym okresie, której rzędne mają wartość maksymalną  $\frac{V_m I_m \sin \varphi}{2}$ .

Odejmując rzędne dwóch ostatnich linii od rzędnych pierwszej, otrzymamy wykres mocy. Na rys. 269 wskazane są wszystkie te linie łącznie z wykresem mocy i wykresem prądu i napięcia przy  $\varphi = 22^\circ, 5$ .

Moc średnia za cały okres prądu lub napięcia będzie:

$$\frac{V_m I_m \cos \varphi}{2},$$

gdyż wartości średnie rzędnych cosinusoidy:

$$\frac{V_m I_m \cos \varphi}{2} \cdot \cos \frac{4\pi t}{T}$$

i sinusoidy:

$$\frac{V_m I_m \sin \varphi}{2} \cdot \sin \frac{4\pi t}{T}$$

za cały okres równają się zero i pozostaje tylko wartość stała, wyrażona przez rzędną linii prostej.

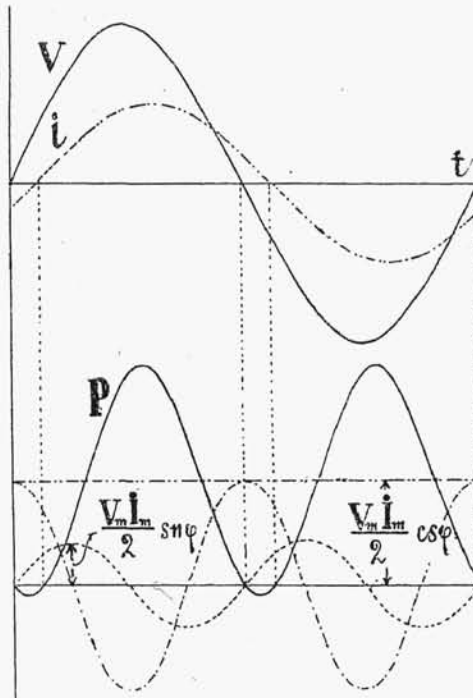
Za pomocą wzorów rozumowanie powyższe przedstawi się w sposób następujący.

Średnia moc prądu w okresie czasu  $T$  wyrazi się wzorem:

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T P_t dt,$$

a więc:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} \cdot V_m I_m \cdot \cos \varphi \cdot dt. —$$



Rys. 269.

$$-\frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{1}{2} \cdot V_m \cdot I_m \cdot \cos \varphi \cdot \cos \frac{4\pi t}{T} \cdot dt -$$

$$-\frac{1}{T} \cdot \int_0^T \frac{1}{2} \cdot V_m \cdot I_m \cdot \sin \varphi \cdot \sin \frac{4\pi t}{T} \cdot dt.$$

Z pierwszej całki wypada:

$$\frac{1}{2} \cdot V_m \cdot I_m \cdot \cos \varphi,$$

z drugiej:

$$\frac{1}{T} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_m \cdot I_m \cdot \cos \varphi \cdot \left[ \frac{T}{4\pi} \cdot \sin \frac{4\pi t}{T} \right]_0^T = 0,$$

a z trzeciej:

$$\frac{1}{T} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_m \cdot I_m \cdot \sin \varphi \cdot$$

$$\cdot \left[ \frac{T}{4\pi} \cdot \cos \frac{4\pi t}{T} \right]_0^T = 0$$

Ostatecznie więc:

$$P = \frac{1}{2} \cdot V_m \cdot I_m \cdot \cos \varphi.$$

Wprowadzając wielkości skuteczne dla  $V$ , oraz  $I$ , zamiast maksymalnych, otrzymamy:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot V \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos \varphi,$$

czyli:

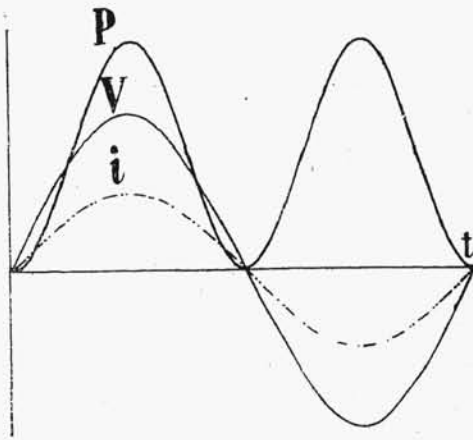
$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi.$$

Z tego wzoru wynika, że przy  $\varphi = 0$ :

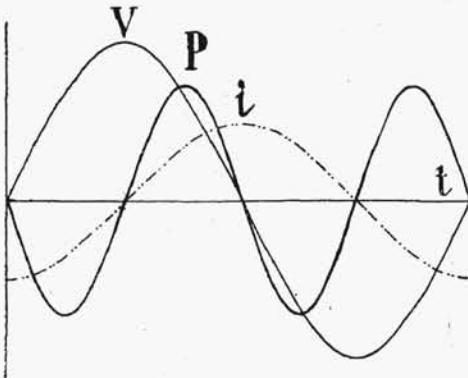
$$P = V \cdot I.$$

Wtedy, jak wskazuje rys. 270, linia mocy leży cała nad osią odciętych. Gdy zaś  $\varphi = 90^\circ$ , to  $P = 0$ , linia mocy układu się symetrycznie względem osi odciętych (rys. 271 i 272).

Rys. 270 odpowiada temu przypadkowi, gdy mamy obwód tylko z oporem omówym rys. 271

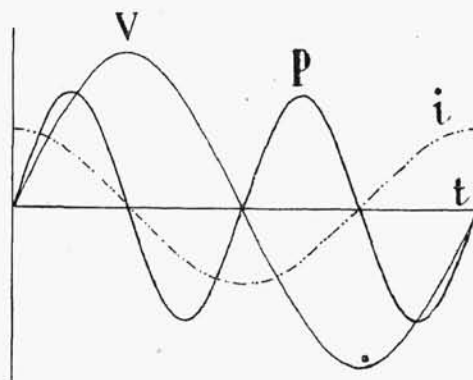


Rys. 270.



Rys. 271.

— gdy mamy tylko samoindukcję, a rys. 272 — gdy mamy tylko pojemność. W tych dwóch ostatnich przypadkach żadna trwała postać energii nie powstaje skutkiem pracy prądu; energia przenosi się tylko tam i z powrotem. Jeżeli mamy np. zwojnicę z samoindukcją, to przez pewien okres czasu praca prądu wytwarza energję pola magnetycznego, a następnie energia pola magnetycznego wytwarza pracę prądu i t. d. Gdy mamy pojemność (kondensator), to tego samego rodzaju przemiany zachodzą w polu elektrycznym.



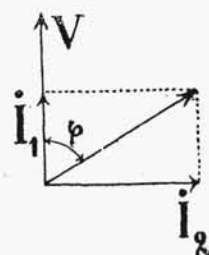
Rys. 272.

Iloczyn wartości skutecznej napięcia przez wartość skuteczną prądu nazywamy mocą pozorną prądu zmiennego i wyrażamy ten iloczyn w jednostkach, które przyjęto nazywać woltamperami. Stosunek zaś mocy rzeczywistej do mocy pozornej prądu nazywamy współczynnikiem mocy prądu.

Z wyprowadzonego wyżej wzoru na moc prądu wynika, że współczynnik mocy będzie  $\cos \varphi$ , ponieważ:

$$\cos \varphi = \frac{P}{V \cdot I}.$$

Prąd przesunięty w fazie względem napięcia o kąt  $\varphi$  można rozłożyć na dwie składowe rys. 273 jedną zgodną w fazie z napięciem, drugą przesuniętą względem napięcia o ćwierć okresu. Składową zgodną z napięciem —  $I_1$  nazywamy prądem watowym lub mocnym, składową różniącą się w fazie o ćwierć okresu —  $I_2$  prądem bezwatowym albo bezmocnym inaczej jałowym. Jeżeli prąd wypadkowy będzie  $I$ , to mamy trzy charakterystyczne iloczyny.



Rys. 273.

Moc pozorna —  $P_p = V \cdot I$ .

Moc rzeczywista —  $P_r = V I \cos \varphi = V I_1$ .

Moc urojona —  $P_u = V I \sin \varphi = V I_2$ ;

moc urojona może być dodatnia lub ujemna zależnie od znaku kąta  $\varphi$ .

Pomiędzy temi wielkościami zachodzą następujące związki:

$$P_r = P_p \cdot \cos \varphi; P_u = P_p \cdot \sin \varphi; P_u = P_r \cdot \tan \varphi.$$

Jeżeli mamy kilka odbiorników równolegle połączonych zasilanych z tego samego źródła, i odbiorniki te pobierają prąd o różnym współ-

czynniku mocy to obciążenie źródła znajdziemy według następującego rozumowania.

Zmienność prądów watowych dla wszystkich odbiorników jest zgodną co do fazy. Zmienność prądów bezwatowych dla wszystkich odbiorników jest również zgodna co do fazy.

Więc ogólna moc rzeczywista  $P_r$  i moc urojona  $P_u$  będzie:

$$P_r = P_r' + P_r'' + P_r''' \text{ i t. d.}$$

$$P_u = P_u' + P_u'' + P_u''' \text{ i t. d.}$$

Moc pozorną czerpaną ze źródła prądu znajdziemy ze wzoru:

$$P_p = \sqrt{P_r^2 + P_u^2}$$

Wzór ten łatwo wyprowadzić z poprzednio podanych wzorów na  $P_r$  i  $P_u$ .

**2. Moc i współczynnik mocy prądów niesinusoidalnych.** Mocą prądu zmiennego nazywamy moc średnią za cały okres, więc:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v_t i_t dt,$$

Ogólnie \*)

$$v_t = V_o + \sum_{k=1}^{k=\infty} V'_{mk} \cdot \sin k\omega t + \sum_{k=1}^{k=\infty} V''_{mk} \cos k\omega t =$$

$$= V_o + \sum_{k=1}^{k=\infty} V_{mk} \cdot \sin (k\omega t + \alpha_k)$$

Podobnie:

$$i_t = I_o + \sum_{k=1}^{k=\infty} I_{mk} \sin (k\omega t + \beta_k)$$

Dla obliczenia  $P$  mamy wyznaczyć średnie iloczyny wszystkich składników  $v_t$  przez wszystkie składniki  $i_t$ .

Przy wyznaczaniu wartości skutecznej wielkości niesinusoidalnie zmiennej widzieliśmy, że średnia iloczynów za jeden okres wielkości sinusoidalnie zmiennych o różnych wielokrotnych okresach są równe zeru, pozostają tylko średnie iloczyny wielkości mających okresy jednakowe, poszczególne prądy składowe mają więc moc, której wartość zupełnie nie zależy od prądów odmiennych częstotliwości. Prąd jednej częstotliwości z napięciem innej częstotliwości nie daje żadnej średniej mocy.

\*. Patrz rozdział XVII.

Uwzględniając powyższe okoliczności wzór na średnią moc prądu przybiera postać:

$$P = V_0 I_0 + \sum_{k=1}^{k=\infty} V_k I_k \cos \varphi_k.$$

Tu  $V_0, I_0$  stanowią wartości stałych składników fal napięcia i prądu,  $V_k$  i  $I_k$  wartości skuteczne zmiennych składników, a  $\varphi_k$  — różnica faz fal napięcia i prądu jednakowej częstotliwości. Jak przy prądzie sinusoidalnym moc prądu niesinusoidalnego wyrażamy wzorem:

$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi.$$

$V$  i  $I$  — wartości skuteczne całego napięcia i prądu,  $\cos \varphi$  współczynnik mocy w którym  $\varphi$  niema oczywiście realnego znaczenia i z tego względu, lepiej napisać:

$$P = V \cdot I \cdot m.$$

i  $m$  — określić jako współczynnik wyrażający stosunek mocy rzeczywistej prądu, mierzonej watomierzem do mocy pozornej wyrażonej iloczynem napięcia i natężenia prądu.

**3. Sinusoidea równoważna.** Przy wielu rozważaniach zastępujemy falę niesinusoidalną falą sinusoidalną równoważną. Fala równoważna ma ten sam okres i tę samą wartość skuteczną, co fala niesinusoidalna. Poza-tem jeżeli mamy prąd i napięcie to wprowadzając równoważne sinusoidy napięcia i prądu dajemy pomiędzy nimi różnicę faz —  $\varphi$ , która wynika ze wzoru:

$$\cos \varphi = \frac{P}{VI}.$$

Jeżeli mamy obwód z samoindukcją i napiszemy prawo Ohma dla równoważnych sinusoid:

$$I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}},$$

to należy pamiętać, że współczynnik  $L$  jest wielkością zależną od kształtu fali. Ta sama uwaga stosuje się oczywiście i do pojemności.

**4. Zwojnica bez żelaza.** Rozważmy jeszcze szczegółowo przeciętną moc prądu zmiennego w zwojnicy bez rdzenia żelaznego.

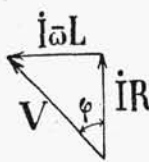
Założmy, że zwojnica posiada oporność omową  $R$ , a indukcyjność  $L$ .

Napięcie na końcówkach  $a b$  niech będzie  $V$ , prąd —  $I$ , otóż wiemy z poprzedniego, że moc  $P$  prądu, dopływającego do zwojnicy, wynosi:

$$P = VI \cos \varphi.$$



Rys. 274.



Rys. 275.

Przy układzie wektorów, wskazanym na rys. 274 i 275:<sup>1)</sup>

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R},$$

oraz:  $I = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$ , a stąd:  $V = I \cdot \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ .

Ponieważ zaś:

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}},$$

przeto:  $P = I \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \cdot I \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = I^2 R$

Wzór ten wyraża przeciętną moc, wytwarzającą ciepło Joule'a w drucie zwojnicy, jak to wypada z następującego rozumowania;

Moc prądu w chwili  $t$ , równoważna ilości ciepła, wytworzonej w jednostce czasu, jak wiadomo wynosi:

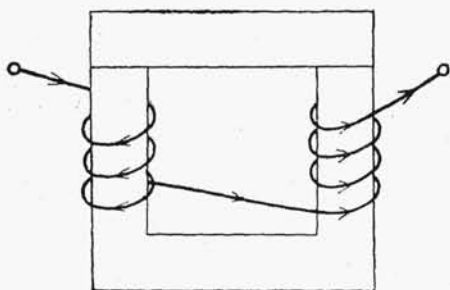
$$i_t^2 \cdot R.$$

Przeciętna moc za okres  $T$  będzie zatem:

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_t^2 \cdot R \cdot dt = R \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_t^2 \cdot dt = R \cdot I^2.$$

tu:  $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_t^2 \cdot dt}$  wartość skuteczna prądu

**5. Zwojnica z rdzeniem żelaznym.** Na szczególną uwagę zasługuje prąd elektryczny zmienny, przepływający w zwojnicy z rdzeniem żelaznym (rys. 276)<sup>2)</sup>.



Rys. 276.

Prąd ten pod wpływem histerezy w żelazie ma wykres znacznie odkształcony.

Założmy, że oporność omowa zwojnicy jest tak mała, że można ją pominąć; wtedy napięcie na końcówkach zwojnicy równa się sile elektromotorycznej samoindukcji ze znakiem odwrotnym.

Napięcie oznaczmy przez  $v_t$ , siłę elektromotoryczną samo-

<sup>1)</sup> Patrz rozdział XIV § 5.

<sup>2)</sup> Taką zwojnicę z rdzeniem żelaznym w obwodzie prądu zmiennego nazywamy zwykle dławikiem.



indukcji przez  $E_{st}$ , — strumień magnetyczny w rdzeniu żelaznym zwojnicy przez  $\Phi_t$ , liczbę zwojów zwojnicy przez  $z$ . Wtedy:

$$v_t = - E_{st} = \frac{d \Phi_t}{dt} \cdot z ,$$

załóżmy, że:

$$v_t = V_m \cdot \cos \frac{2 \pi t}{T} , \text{ a więc } E_{st} = - E_{sm} \cdot \cos \frac{2 \pi t}{T}$$

skąd:

$$E_{sm} \cdot \cos \frac{2 \pi t}{T} \cdot dl = z \cdot d\Phi_t.$$

Całkując to równanie i zakładając stałą przy całkowaniu równą zeru, otrzymamy:

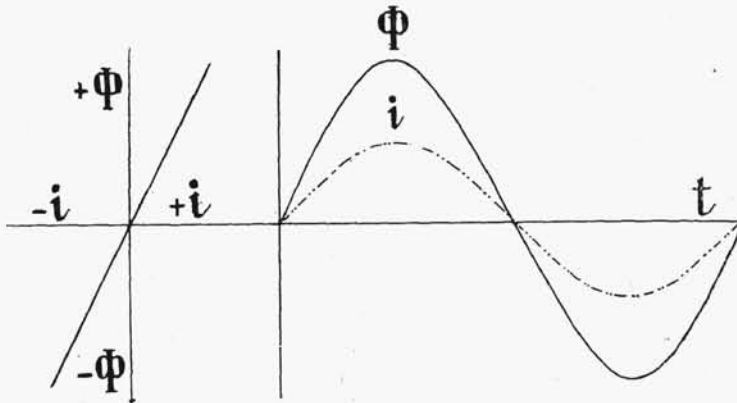
$$z \cdot \Phi_t = E_{sm} \frac{T}{2 \pi} \cdot \sin \frac{2 \pi t}{T} .$$

Więc strumień  $\Phi_t$  zmienia się według prawa sinusoidy.

Znając zmienność strumienia magnetycznego, łatwo określimy zmienność prądu. Gdyby przenikalność magnetyczna żelaza, z którego zrobiony jest rdzeń dławika, była wielkością stałą, to we wzorze;

$$\Phi = \frac{1,25 z i}{R} \quad ^1)$$

spółczynnik  $\frac{1,25 z}{R}$  byłby wielkością stałą, i zależność  $\Phi$  od  $i$  można byłoby



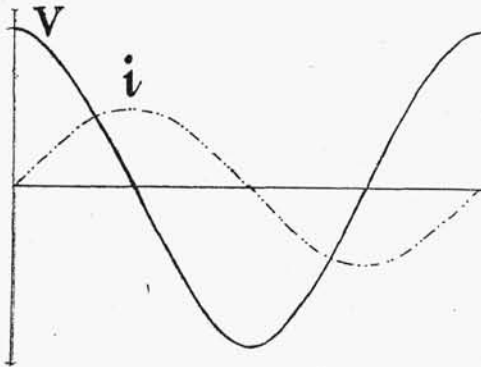
Rys. 277.

Rys. 278.

przedstawić za pomocą wykresu (rys. 277). Stosownie do tego wykresu zmienność strumienia magnetycznego i prądu w zależności od czasu przedstawiłaby się tak, jak wskazano na rys. 278, a napięcie i prąd tak, jak na rys. 279. W rzeczywistości jednak rdzeń żelazny posiada własność

<sup>1)</sup> Patrz rozdział VII.

histeresy i zależność  $\Phi$  od  $i$  znajdziemy na podstawie rozumowania następującego. Krzywa histeresy (rys. 36) przedstawia zależność  $B$  od  $H$ , lecz



Rys. 279.

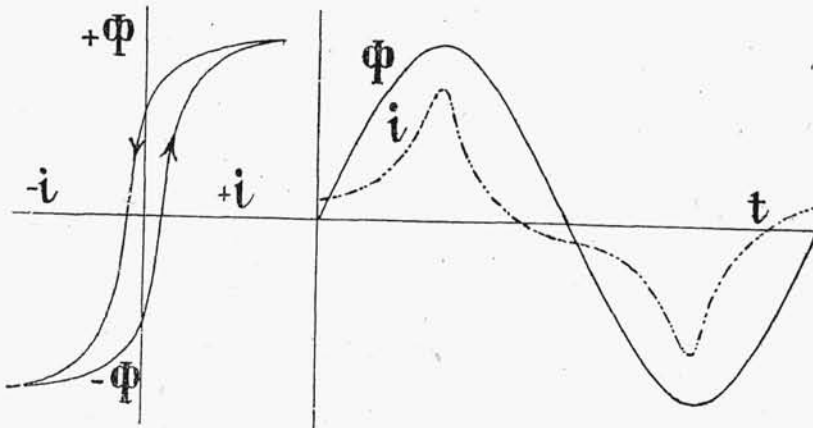
$\Phi = a \cdot B$ , a  $H = b \cdot i$ , gdzie  $a$  i  $b$  są to współczynniki stałe, gdy więc zmienimy odpowiednio skalę współrzędnych na rys. 36, otrzymamy wykres (rys. 280) wyrażający zależność strumienia magnetycznego od prądu.

Posiłkując się krzywą histeresy (rys. 280) i zakładając, że wykres zmienności strumienia jest dany, znajdziemy dla każdej chwili natężenie prądu, odpowiadające każdorazowej wartości

strumienia magnetycznego. W ten sposób na rys. 281 została wykreślona linia prądu  $i$  przy założeniu, że wykres  $\Phi$  jest sinusoidą.

Z tego rysunku widzimy, że wykres  $i$  nie jest sinusoidą, jednak kształt części dodatnich i ujemnych jest symetryczny, a okres taki sam, jak i okres zmienności strumienia magnetycznego; prąd wyprzedza nieco w fazie strumień magnetyczny.

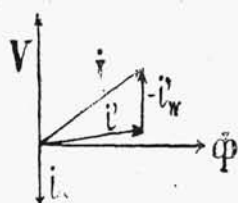
Poza histerezą, na prąd w dławiku mają wpływ jeszcze prądy wirowe w rdzeniu żelaznym. Dla zdania sobie sprawy z ich wpływu chociaż w przybliżeniu, założmy, że prąd, wytwarzający strumień magnetyczny  $\Phi$  w rdzeniu żelaznym, można wyrazić za pomocą tak zwanej sinusoidy równoważnej; ta sinusoida ma wartość skuteczną  $i'$ , taką samą, jak rzeczywisty prąd, a różnica faz pomiędzy nią a strumieniem magnetycznym wynosi tyle, że



Rys. 280.

Rys. 281.

iloczyn napięcia na zwojnicy przez rzut wektora prądu na kierunek napięcia wyraża straty energii na ciepło z powodu histerezy. Prądy wirowe sprawiają, że naprawdę prąd w zwojnicy będzie większy.



Rys 282.

Na rys. 282 są wykreślone wektory  $\Phi$ ,  $i'$ ,  $v$ ,  $i_w$ ,  $I$ . Napięcie  $v$  na końcówkach zwojnicy jest prostopadłe do  $\Phi$ , gdyż:  $v = -E_s$ .

$i_w$  — odpowiada prądom wirowym<sup>1)</sup>,  $i'w$  — prąd w zwojnicy równoważny pod względem działania magnetycznego prądom wirowym.

Prąd całkowity w zwojnicy  $I$ , jak wiemy z rozdziału XXV, jest różnicą geometryczną prądów  $i'$  i  $i'w$ .

Wpływ prądów wirowych, jak widzimy, polega na zwiększeniu prądu i przybliżeniu wektora prądu do wektora napięcia.

Celem wyrażenia mocy prądu elektrycznego, przepływającego przez zwojnicę z rdzeniem żelaznym, posługujemy się zwykłym wzorem:

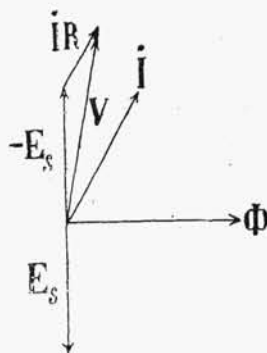
$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi,$$

gdzie  $V$  oznacza wartość skuteczną napięcia na końcówkach zwojnicy,  $I$  — wartość skuteczną prądu w zwojnicy, a  $\varphi$  — kąt, wyrażający różnicę faz pomiędzy sinusoidą napięcia i równoważną sinusoidą prądu. Sinusoidą równoważną jest tu sinusoida, której wartość skuteczna równa się wartości skutecznej rzeczywistego prądu, a kąt  $\varphi$  określa się przez stosunek mocy rzeczywistej  $P$  do pozornej  $V \cdot I$ .

W poprzednich wywodach nie braliśmy pod uwagę oporności omowej zwojnicy. Skutkiem tej oporności napięcie na końcówkach zwojnicy jest większe od siły elektromotorycznej i wyraża się wzorem:

$$v_t = i_t R - E_s.$$

Z tego wzoru dla wartości  $v_t$  w danej chwili wynika, że napięcie skuteczne znajdziemy dodając wektorowo,  $I R$  do  $-E_s$  (rys. 283). Widzimy, że napięcie będzie tu większe i mniej odchylone od prądu, niż przy zwojnicy bez oporności omowej. Wpłyne to na powiększenie mocy prądu  $V \cdot I \cdot \cos \varphi$ .



Rys. 283.

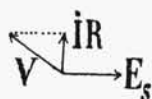
Gdy oporności omowej niema, cała moc prądu zużywa się na ogrzewanie rdzenia żelaznego przez histerezę i prądy wirowe. Z chwilą wprowadzenia oporności omowej przybywa ciepło, wytwarzane w drutach zwojnicy; ciepło to powstaje właśnie kosztem powiększenia się mocy prądu.

Pórownajmy teraz własności zwojnic z rdzeniem żelaznym i bez rdzenia żelaznego.

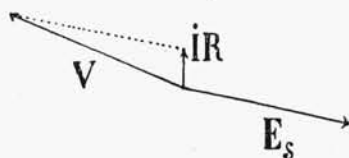
Jeżeli będziemy mieli dwie zwojnice o jednakowej liczbie zwojów, jedną z rdzeniem żelaznym

<sup>1)</sup> Patrz rozdział XXV § 3.

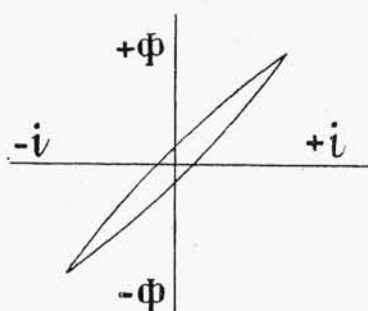
a drugą bez rdzenia, to przy porównaniu takich zwojnic uwydatni się przede wszystkim różnica sił elektromotorycznych samoindukcji. Załóżmy, że prądy w obu zwojnicach będą jednakowe, to strumień magnetyczny w zwojnicy z rdzeniem żelaznym będzie znacznie większy od strumienia magnetycznego w zwojnicy bez rdzenia, a skutkiem tego układy wektorów



Rys. 284.



Rys. 285.



Rys. 286.

przy jednakowych opornościach omowych zwojnic będą takie, jak widzimy na rys. 284 dla zwojnic bez rdzenia i na rys. 285 dla zwojnic z rdzeniem. W tym drugim przypadku napięcie na końcówkach zwojnic jest znacznie większe.

Wpływ histerezy na kształt prądu zwojnic uwydatnia się najsilniej wtedy, gdy obwód magnetyczny jest doskonały i linie magnetyczne przebiegają całkowicie w żelazie. Im większą część obwodu stanowi powietrze, tem bardziej pętlica histerezy zwęża się i wydłuża (rys. 286), wreszcie staje się ona dokładnie linią prostą, gdy cały obwód magnetyczny jest w powietrzu. Z tego względu w zwojnicach, mających tylko prosty rdzeń żelazny (rys. 266), kształt krzywej prądu różni się bardzo mało od sinusoidy.

Niewiele także różni się od sinusoidy kształt prądu nawet w dławiku (rys. 287), którego obwód magnetyczny jest prawie zamknięty, o ile szczelina powietrzna wynosi 1 mm lub więcej.

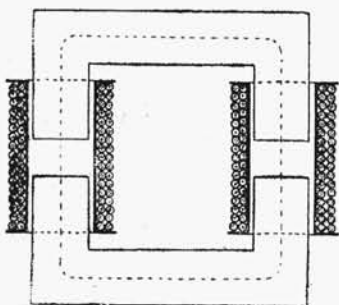
Tę własność zwojnic z niedoskonałymi obwodami magnetycznymi, można udowodnić teoretycznie wzorem dla strumienia magnetycznego (patrz rozdz. VII § 4):

$$\Phi = \frac{1,25 \cdot z I}{R_1 + R_2},$$

gdzie  $R_1$  oznacza oporność magnetyczną żelaza, a  $R_2$  — takąż oporność powietrza. Jeżeli oporność magnetyczna żelaza jest bardzo mała w porównaniu z opornością powietrza, to można ją pominąć, a wtedy:

$$\Phi = \frac{1,25 \cdot z I}{R_2}.$$

Oczywiście w tym wzorze  $\Phi$  zupełnie nie zależy od własności magnetycznych żelaza, a zależność  $\Phi$  od  $I$  wyraża się linią prostą.



Rys. 287.

Dla przykładu obliczmy oporność obwodu magnetycznego wskazanego na rys. 287. Załóżmy, że długość średniej linii magnetycznej w żelazie wynosi  $l = 40 \text{ cm}$ , w powietrzu  $\delta = 2 \text{ cm}$ <sup>1)</sup>; przekrój strumienia magnetycznego w żelazie wszędzie jednakowy  $S = 25 \text{ cm}^2$ . Przenikalność magnetyczna żelaza przy indukcji około 6000 jednostek bezwzględnych wynosi  $\mu = 4000$ . Wtedy oporność magnetyczna żelaza będzie:

$$\frac{l}{S \cdot \mu} = \frac{40}{25 \cdot 4000} = 0,0004,$$

a oporność magnetyczna powietrza

$$\frac{\delta}{S \cdot \mu} = \frac{2}{25 \cdot 1} = 0,08.$$

Oporność magnetyczna żelaza stanowi zatem w tym przypadku pół procenta w stosunku do oporności magnetycznej powietrza.

## 6. Przykład obliczania prądu w zwojnicy z rdzeniem żelaznym.

W zastosowaniu praktycznym najważniejsze znaczenie mają dwa następujące przypadki.

Oporność omowa zwojnic jest małą natomiast dużo jest żelaza przy wysokiej indukcji magnetycznej, a więc duże straty na histerezę i prądy wirowe. Np. z doświadczenia wiemy, że dławik przy 110 V napięcia bierze prąd 0,64 A (przy 50 okresach na sekundę), moc prądu, pochłaniana przez dławik; wynosi 30 W, opór zwojów — 0,622 Ω.

Moc prądu, wytwarzająca ciepło w zwojnicy, wynosi:

$$0,622 \cdot 0,64^2 = 0,255 \text{ wata.}$$

Moc wytwarzająca ciepło w żelazie:

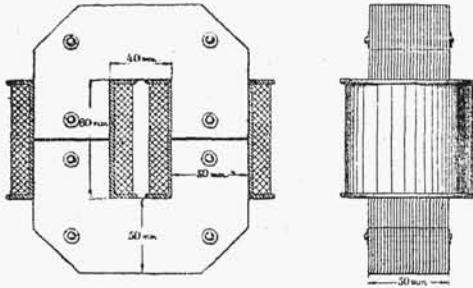
$$30 - 0,255 = 29,745 \text{ wata.}$$

Spadek napięcia w zwojnicy:

$$0,64 \times 0,622 = 0,397 \text{ wolta.}$$

<sup>1)</sup> Szczelina powietrzna o wysokości 1 cm z każdej strony

Spróbujmy teraz obliczyć natężenie prądu w dławiku na podstawie danych konstrukcyjnych tego przyrządu (rys. 288).



Rys. 288.

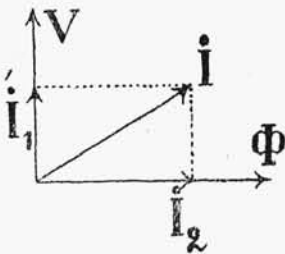
Wymiary rdzenia są wskazane na rysunku; waga żelaza wynosi 7 kg. Obie zwojnice mają łącznie 254 zwoje.

Obliczmy prąd przy napięciu 110 woltów. W tym celu zwróćmy uwagę na to, że w takim dławiku spadek napięcia w zwojnicy z powodu oporności omowej, będzie

mały (z doświadczenia wypadło 0,397 wolta wobec 110 V).

Wtedy układ wektorów przedstawi się tak, jak wskazano na rys. 289 i napięcie na końcówkach dławika będzie się równało sile elektromotorycznej samoindukcji.

Wyraz siły elektromotorycznej samoindukcji jest następujący:



Rys. 289.

$$E_{st} = - \frac{d\Phi}{dt} \cdot z.$$

(z — liczba zwojów zwojnic magnesujących

Jeżeli  $\Phi = \Phi_m \cdot \sin \frac{2\pi t}{T}$ , to

$$E_{st} = - \frac{2\pi}{T} \cdot \Phi_m \cdot z \cdot \cos \frac{2\pi t}{T},$$

a więc:

$$E_{sm} = \omega \Phi_m \cdot z$$

a wartość skuteczną:

$$E = \omega \frac{\Phi_m}{\sqrt{2}} z = 4,44 \cdot f \Phi_m \cdot z.$$

$V = E$ , zatem:

$$V = 4,44 f \Phi_m z \cdot 10^{-8} \text{ wolt.}$$

Z tego wzoru obliczamy  $\Phi_m$ :

$$\Phi_m = \frac{110 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 50 \cdot 254} = 193000.$$

Przekrój rdzenia wynosi  $5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$ , w tym jest pewien procent papieru izolującego blaszki żelazne między sobą. Z praktyki wiadomo, że przekrój żelaza = około 0,8 ogólnego przekroju rdzenia. Maksymalną indukcję magnetyczną w żelazie obliczymy ze wzoru:

$$B_m = \frac{193000}{25 \cdot 0,8}.$$

stąd:

$$B_m = 9660.$$

Mając  $B_m$ , obliczymy prądy wiatowy i bezwiatowy  $I_1$  i  $I_2$ , na które rozkłada się całkowity prąd  $I$ .

Prąd bezwiatowy jest w fazie ze strumieniem magnetycznym, obliczymy go więc w przybliżeniu, przyjmując, że iloczyn prądu bezwiatowego przez liczbę zwojów w zwojnicy stanowi amperozwoje, wywołujące w rozważanym obwodzie magnetycznym wiadomy strumień magnetyczny.

Z wykresów na rysunku 63 wynika, że dla wywołania w blachach żelaznych indukcji magnetycznej, wynoszącej 9660 jednostek, potrzeba na 1 cm średniej linii indukcji, około 3,5 amperozwojów. Ponieważ 9660 jest to indukcja maksymalna, więc i amperozwoje w ten sposób wyznaczone odpowiadają prądowi maksymalnemu; chcąc więc obliczyć amperozwoje skuteczne, należy 3,5 podzielić przez  $\sqrt{2}$ . Cała długość średniej linii magnetycznej w żelazie, jak widać z rysunku 288, wynosi około 40 cm, zatem liczba skutecznych amperozwojów będzie:

$$\frac{3,5 \times 40}{\sqrt{2}} = 99$$

Pozatem należy uwzględnić, że rdzeń żelazny składa się z dwóch części, które stykają się pomiędzy sobą w środku zwojnic, lecz styki te nie są nigdy zupełnie szczelne. Z praktyki wiadomo, że na każdy taki styk należy liczyć tyle amperozwojów, ile ich potrzeba dla przeprowadzenia linii przez warstwę powietrza, której grubość wynosi 0,005 cm, a więc na dwa styki należy liczyć 0,01 cm.

Liczbę potrzebnych amperozwojów skutecznych obliczymy ze wzoru: <sup>1)</sup>

$$z' I_2 = 0,8 \frac{B_m}{\sqrt{2}} \cdot \delta,$$

$$z' I_2 = 0,8 \frac{9660}{\sqrt{2}} \cdot 0,01 = \infty 55.$$

Ogólna liczba amperozwojów będzie:

$$99 + 55 = 154.$$

Liczba zwojów w zwojnicy wynosi 254, zatem prąd bezwiatowy będzie:

$$I_2 = \frac{154}{254} = 0,607.$$

<sup>1)</sup> Patrz rozdział VII § 6.

Prąd watowy znajdziemy w sposób następujący. Wiadomo, że przy maksymalnej indukcji w żelazie — 9660 straty w żelazie wynoszą około 3,5 wata na kilogram,<sup>1)</sup> więc na 7 kg żelaza wypadnie:

$$3,5 \cdot 7 = 24,5 \text{ W.}$$

A stąd prąd watowy czyli mocny:

$$I_1 = \frac{24,5}{110} = 0,223 \text{ A.}$$

Z rys. 289 widzimy, że cały prąd dławika znajdziemy ze wzoru:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 0,646,$$

$$\cos \varphi = \frac{I_1}{I} = \frac{0,223}{0,646} = 0,345.$$

Na zasadzie wyniku pomiarów można obliczyć  $\cos \varphi$  ze wzoru:

$$VI \cos \varphi = P,$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{VI}.$$

Ponieważ z pomiarów wypadło, że  $P = 30$ ,  $V = 110$ ,  $I = 0,64$ , więc:

$$\cos \varphi = \frac{30}{110 \cdot 0,64} = 0,426.$$

Zestawiając wyniki obliczeń z wynikami pomiarów, widzimy, że prąd obliczony bardzo mało różni się od zmierzonego, natomiast  $\cos \varphi$  obliczony wypada znacznie mniejszy od otrzymanego z pomiarów; pochodzi to bez wątpienia stąd, że niedokładnie znamy własności żelaza, użytego do budowy rdzenia dławika.

Pozatem należy zauważyć, że zastępowanie wykresu prądu rys. 281 przez sinusoidę dla obliczenia prądu magnesującego jest niedokładne i przy gęstościach strumienia magnetycznego w granicach od 5000 do 18000 daje obliczone prądy czasem o 1,2 do 1,5 razy większe od rzeczywiście zmierzonych. Liczby te stosują się do obwodów magnetycznych długich przy znikomo małej szczeliny powietrznej lub też do obwodów magnetycznych całkiem bez szczeliny powietrznej.

Drugi przypadek zachodzi, gdy mamy zwojnicę z dość cienkim rdzeniem żelaznym, i gdy drut zwojnicy ma znaczną oporność omową co się zwykle zdarza przy elektromagnesach, służących do poruszania jakichś mechanizmów, wtedy można zazwyczaj pominąć w rozważaniu moc, pochłoniętą na ciepło w żelazie.

Chcąc np. obliczyć prąd, należy znać liczbę zwojów zwojnic, oporność zwojnic i oporność obwodu magnetycznego, a także przekrój rdzenia.

<sup>1)</sup> Patrz rozdział XXVII.



Układ wektorów będzie wtedy taki, jak na rys. 290, ponieważ przyczyn odchylających  $\Phi$  od  $I$  nie uwzględniamy.

Dla określenia  $I$  mamy równania następujące:

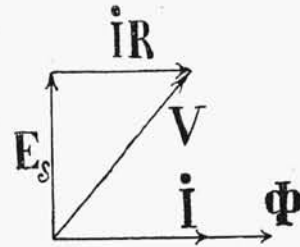
$$V^2 = (IR)^2 + E_s^2,$$

$$z I = 0,8 \cdot \frac{B_m}{\sqrt{2}} \cdot \delta,$$

$$E_s = 4,44 \cdot f \cdot B_m \cdot S \cdot z$$

Pisząc te równania, założyliśmy, że oporność obwodu magnetycznego równa się oporności magnetycznej powietrza, którego grubość warstwy wynosi  $\delta$ . Przez  $S$  oznaczyliśmy przekrój rdzenia żelaznego.

W tych trzech równaniach są trzy niewiadome:  $I$ ,  $E_s$  i  $B_m$ , łatwo więc wyznaczyć  $I$ .



Rys. 290