

spodarstwa, osuszenie bagnisk lub łąk mokrych, a zwilżenie zbyt suchych i t. p. W krótkim, zrozumiałym, lecz zarazem gruntownym wykładzie téj umiejętności, którą każdy gospodarz z wielką korzyścią przy pomiarze gruntów i ich niwellacyi zastosować może nie zasięgając pomocy ani rady mierniczego, powinny być nasamprzód zbadane i stale oznaczone najgłówniejsze zasady miernictwa wraz z niektórymi teoretycznemi prawdami i z nich jeometrycznie wyprowadzonymi wnioskami. Następnie winny być wskazane u nas wprowadzone i przy wszystkich pomiarach używane miary długości i powierzchni wraz z należącemi do ich dochodzenia narzędziami. Dla osiągnięcia tego celu radzimy, jeżeli tego być może potrzeba, ażeby każdy gospodarz, chociaż głównie rolnictwem zajęty, czas wolny od naglących i zwłoki nie cierpiących zatrudnień przypomnieniu główniejszych zasad Jeometrii poświęcić zechciał.



ROZDZIAŁ I.

Wiadomości potrzebne w miernictwie.

O miarach długości, i narzędziach do tego służących.

Przechodziłoby zakres niniejszego dzieła, gdybyśmy tu wszystkie prawdy jeometryczne przytoczyli i dowodzić mieli; wymienimy tylko potrzebniejsze, jako pewniki, wraz z wnioskami, a każdemu zostawia się

wolność przekonania się o ich rzeczywistości, jeżeli mu do tego i na czasie i na ochocie zbywać nie będzie.

Miernictwo i Geodezya jest umiejętność podająca sposoby, według których małe części powierzchni ziemi wymierzone i rysunkiem dokładnym oznaczone być mogą, np. grunta, ogrody, łąki, lasy, stawy, rzeki i t. p. Taka mała część powierzchni ziemi, która ma uleść pomiarowi, uważa się za doskonałą płaszczyznę czyli za taką, na której linia prosta we wszystkich kierunkach pomyślana i poprowadzona być może.

Płaszczyzna równoległa z powierzchnią spokojnie stojącej wody np. stawu, nazywa się płaszczyzną *horyzontalną* (poziomą).

Wszystkie części powierzchni ziemi, które rozmierzamy, są tak małe, że za dokładne płaszczyzny uważane być mogą, a tém samém, jako części właściwej płaszczyzny poziomej: i dla tego na nich dadzą się we wszystkich kierunkach linie proste prowadzić i oznaczać.

Linia prosta jest najkrótszą drogą między jednym miejscem a drugim, np. linia prosta między dwoma drzewami, między dwoma kamieniami granicznymi, w ogólności między dwoma przedmiotami. Właściwie jedną tylko linią prostą między dwoma przedmiotami pomyśleć można i dla tego zowie się ona *odległością* jednego przedmiotu od drugiego. W miernictwie najwięcej zależy na dokładnem wymierzaniu takowej odległości, granice bowiem największej liczby pól i innych kawałków gruntu są liniami prostymi, które szczególnież dokładnie oznaczone być muszą, chcąc z do-

kładnością sądzić o wielkości całego pola, lub też chcąc porównywać jego części między sobą. Gdy więc dane są na powierzchni ziemi gdziekolwiek dwa punkta, łatwo wniesć będzie, że pomiędzy temi jedna tylko linia prosta poprowadzoną być może, jednakże takowa linia w obie strony dowolnie przedłużyć się daje. Z tego zatem wypada, że położenie linii jest zdeterminowane, gdy przynajmniej dwa punkta na niej są dane lub obrane.

(fig. 1.) Gdy dwie linie rozchodzą się w różnych kierunkach, a tym sposobem nachylają się wzajemnie ku sobie, takie dwie linie, należycie przedłużone, zejdą się w jednym punkcie, a nachylenie takowe zowiemy *kątem płaskim* jak ACB. Gdy jedno ramię CB będzie przedłużone do D, powstaje stąd kąt DCA, który z kątem BCA ma ramię CA wspólne i zowie się *kątem przyległym* kątowi ACB. Dwa te kąty mogą być sobie równe lub nierówne.

(fig. 2.) Równe są proste, a ramiona ich prostopadłe; nierówne zaś, ostre lub rozwarte.

W miernictwie kąty proste są bardzo ważne, jak się to później okaże.

Jeżeli na jakim poziomie, np. na jakiej płaszczyźnie powierzchni ziemi wystawimy sobie poprowadzoną linią prostą w jakimkolwiek kierunku, na niej zaś inną linią prostopadłe stojącą, w dowolnym punkcie, ta nazywać się będzie *pionową* albo *wertykalną*, płaszczyzna zaś, na której ta linia jest położona, *płaszczyzną pionową* albo *wertykalną*. Taką płaszczyznę wertykalną

przedstawia nam powierzchnia muru ustawianego do pionu, zaś sam pion leżącą na niej linią wertykalną.

(fig. 3.) Niech A będzie dowolnie na ziemi obranym punktem stałym. Wystawmy sobie, że przez niego poprowadzona jest płaszczyzna pozioma. Dalej że z punktów, G, H, I, K, i t. d. powierzchni ziemi, na płaszczyznę poziomą A F spuszczone linie pionowe GB, HC, ID, KE, natenczas punkta B, C, D, E, na płaszczyźnie poziowej przez A poprowadzonej będące, zowią się *punktami zredukowanymi do poziomu* czyli *rzutami punktów G, H, I, K*. Podobnież i linie AB, BC, CD, DE, EF i t. d. przybierają nazwisko *zredukowanych do poziomu AF*, linii AG, GH, HI, IK, KF, i t. d. W miernictwie linie AG, GH, IK, KF, i t. d. na jakiej części wzniesionej i pochylonej powierzchni będące, nie uważają się jako odległość punktu A od G, G od H, H od I, i t. d. lecz odległości poziome A do B, od B do C, od C do D, i t. d. jako odległości zredukowane do poziomu AB, BC, CD, i t. d. punktów A, G, H, I, K, i t. d. Również nie biorą się za rzeczywistą przestrzeń powierzchni naturalne pól gorzystych, lecz powierzchnie ich płaskie, odniesione do poziomu. Z tego łatwo pojąć, jak figura na polu ze wszystkimi jej częściami zredukowaną być może do poziomu. Taka na papierze wyrysowana figura, która jest zupełnie podobna figurze gruntu, zowie się *narysem jeometrycznym* albo *topograficzną kartą*, lub *jeometrycznym* albo *topograficznym planem*.

Jeżeli pewne rozciągłości są tak ułożone na sobie, że ich granice w jedno się schodzą, wtenczas się mó-

wi, że się *przykrywają*, czyli że przystają do siebie. Bez wątpienia każdy łatwo pojmie, że takowe rozciągłości równe sobie być muszą. Dla tego to wszystkie linie proste i kąty równej wielkości przystawają do siebie. Ztąd wszystkie kąty proste są równe sobie, a w skutku tego z punktu na linii prostej jedna tylko prostopadła poprowadzoną być może. Również łatwo pojąć, że wszystkie linie proste i wszystkie kąty, które nie przystają do siebie, są nierówne i że nierówne linie i kąty nie mogą przystawać do siebie. Przeciwnie zaś mogą płaszczyzny, np. dwa kawałki gruntu, co do przestrzeni być zupełnie równe, a jednakowoż nie przystawać do siebie.

Kąt ukośny może być większy lub mniejszy od prostego, natenczas w pierwszym razie zowie się *rozwartym*, w drugim zaś *ostrym*. Ponieważ z jednego punktu na linii prostej jedną tylko prostopadłą wyprowadzić można, widoczną zatem jest rzeczą, że dwa kąty przyległe nie mogą więcej wynosić nad dwa kąty proste. Z tego okazuje się także, że wszystkie kąty, jakie sobie około jednego punktu będącego ich wspólnym wierzchołkiem wystawić można, wynoszą cztery kąty proste

(fig. 4.) Jeżeli z punktu pewnego C na płaszczyźnie dowolną długością CA zakreślimy linią krzywą, która na siebie zachodzi, linia taka zowie się *okręgiem koła*, płaszczyzna zaś tą linią ograniczona *płaszczyzną koła*, albo króćcej *kołem*. Wszystkie punkta na okręgu koła leżące zarówno są oddalone od punktu C, jako od *środku koła*, i te odległości AC, CB i t. d. *środku C*, od

jakiegokolwiek punktu na okręgu zowią się *promieniami*, które wszystkie między sobą równe być muszą. Część okręgu jak ABD, zowie się *łukiem*, linia zaś prosta AB łącząca dwa końce łuku A i B *cięciwą* tego łuku. (fig. 5.) Jeżeli taka cięciwa przechodzi przez środek koła, przybiera wtenczas nazwisko *średnicy*, *diametru* koła. Ponieważ każda średnica równa się dwom promieniom, zatem wszystkie średnice w jednym i tym samym kole są sobie równe. Z łatwością zatem daje się wykreślić koło na płaszczyźnie, i tak: na papierze za pomocą cyrkla, na gruncie zaś za pomocą sznura lub laski, mając dany punkt środkowy i długość promienia.

Każda średnica dzieli płaszczyznę koła na dwa odcińki równe zwane *półkolami*, a okrag koła na dwa łuki równe.

(fig. 5.) Dwie średnice AB i CD prostopadłe do siebie, dzielą koło na 4 *wycinki* równe, a okrag jego na 4 łuki równe jak AE, EB, BD, DA, zwane *ćwiartkami* koła. W jednym kole lub w kołach równych do kątów równych, mających wierzchołek w środku koła, należą łuki równe, i przeciwnie do łuków równych należą i kąty równe. Jeżeli więc łuk koła jak np. AB (fig. 4) podzielimy na pewną liczbę części równych i poprowadzimy przez punkta podziałów promienie, natenczas i kąt ACB podzieli się na tyleż równych części na ile części podzielony został łuk AB. Za pomocą więc koła możemy oznaczać wielkości kątów płaskich i właśnie też na równych podziałach okręgów kół lub ich łuków, polegają tak zwane *Kątomierze*.

(fig. 7.) Dwie linie proste AB i CD, mające wzglę-

dem siebie takie położenie, że chociaż jak najdalej w obudwu kierunkach przedłużone będą, nigdzie się z sobą zetknąć, a tém samém i przeciąć nie mogą: takie dwie linie zowią się *równoległemi*.

Linie graniczne pól mających wszędzie szerokość równą, są względem siebie równoległe. W gospodarstwie korzystną jest rzeczą gdy granice pól w całej swój długości są równoległe. Osobliwie przy podziałach gruntów linie równoległe są niezbędne, znajomość zaś ich głównych własności jest konieczną, a ta jest, że wszystkie kąty ostre są równe sobie, również jak kąty rozwarte. Kąty zaś *jednostronne wewnętrzne* lub *zewnętrzne* równają się dwóm kątom prostym. Własności takowe mają zastosowanie w zdejmowaniu planów za pomocą bussoli, i służą do prowadzenia równoległych na gruncie. Z tego wynika, że kąty których ramiona są od siebie równoodległe i rozchodzą się w jedną stronę, czyli się znajdują na jednej płaszczyźnie czyli na płaszczyznach od siebie równo odległych; kąty takie są sobie równe, co ma miejsce w zdejmowaniu planów za pomocą stolika. (fig. 8.) Jeżeli kąty *naprzemian* ległe, są nierówne lub dwa kąty *wewnętrzne* wynoszą mniej lub więcej jak dwa kąty proste; linie te nie są równoległe względem siebie, lecz mają pewne nachylenie, a przedłużone należycie zbiegną się w jednym punkcie. Oprócz tego łatwo wytłumaczyć, że kąty ACB i DEF jeżeli ich ramiona AC i DE jak niemniej CB i EF są względem siebie równoodległe, równemi być muszą.

Jeżeli linia prosta, kąt, lub powierzchnia płaska

ograniczona liniami ma być w liczbach wyrażona t. j. oznaczona jęj wielkość, to powinna być pewna wielkość za *jedność* przyjętą, za pomocą której próbuje się, ile razy ta *jedność* mieści się w danęj wielkości. Wielkość dowolnie za *jedność* przyjętą zowie się *miarą*, a postępowanie za pomocą którego wielkość dana ma być oznaczoną zowie się *mierzeniem*. Miara uważa się jako część wielkości danęj do mierzenia, ma zatem być z nią jednego gatunku, chociaż możemy ją przyjąć tak wielką jak nam się podoba. Miarą przeto linii prostęj jest linia prosta, miarą kąta jest kąt, a płaszczyzny płaszczyzna. Linie krzywe które bardzo często stanowią granice pól, mogą być za pomocą linii prostych sposobem przybliżonym oznaczone.

Za miarę linii prostych przyjęto powszechnie długość *stopy* dorosłego człowieka, i tęg dano nazwanie stopy. Do przyjęcia tęg *jedności* miar powodem stał się zapewne zwyczaj prostych ludzi, mierzenia długości za pomocą stawiania kolejno nogi w jednęj linii prostęj. Bardzo korzystną i pożyteczną byłoby rzeczą, gdyby ta *jedność* wszędzie była jednakowa; jednakże nie tak się dzieje, albowiem ta *jedność* jest różną. W jeometryi praktycznej *jednością* główną jest *pręt* wyrównywający $7\frac{1}{2}$ łok: War: 10 takowych *prętów* stanowią *sznur mierniczy*, 10ta zaś część *pręta* stanowi *pręcik*, a następnie 10-ta część *pręcika* daje *cal decymalny* albo *ławkę*.

Do pomiaru linii prostych na polu mamy narzędzia, od dokładności których, mniej lub więcej dokładność pomiaru zależy. Na takowe narzędzia nie jest rzeczą

obojętną używać jakich bądź materyałów, i owszem należy dobierać takich rzeczy, na które według doświadczenia wilgoć, susza, ciepło i t. p. okoliczności znacznego nie wywierają wpływu, a tém samém ani ich zbytnie przedłużają ani skracają. Dawniej, z powodu łatwego przenoszenia, używano tak zwanych *sznurów mierniczych*, podzielonych na pręty i pręciki, a zwykle z konopi zrobionych. Tych jednakowoż unikać należy nawet w pomiarach mniejszej wymagających ścisłości; chociażby bowiem jak najstaranniej zrobione były, namoczone w oleju i po wyschnięciu pociągnięte woskiem, długość ich jednak zmienia się stosownie do wyprężenia i wilgoci, a pomiar nimi skuteczniejszy nigdy dokładnym być nie może: używać go więc będzie wtenczas gospodarz gdy mu nie idzie o ścisłość matematyczną. Rozliczne doświadczenia pokazały, że na takową miarę najlepiej służy pręt z drzewa jodłowego wzdłuż słojuw ułupany, około 2 cali szeroki i 1 cal gruby, gładko w cztery ściany wyheblowany. Ten pręt macza się we wrzącym oleju, i następnie dość grubo wernixem pociąga. Długość jego zwykle wynosi $7\frac{1}{2}$ łokci Warszawskich. Żeby zaś na obydwu końcach nienleżał uszkodzeniu, okuwa się zwykle blaszką mosiężną. Nareszcie dzieli się dokładnie na 10 równych części czyli pręcików, a w punktach podziału robią się delikatne nacięcia, w pośrodku których wbijają się gwoźdźdiki mosiężne dla łatwiejszego znalezienia podziału.

Przy wymierzaniu bardzo wielkich linii prostych, których długość niepotrzebuje zbyt wielkiej dokładności używa się zwykle tak zwanego *łańcucha mierniczego*.

Ten zwykle zawiera 5 prętów, każdy zaś pręt oddzielony jest dość sporym mosiężnym kółkiem, mającym w środku poprzeczną przedziałkę. Każdy pręt stanowi równą część ze stałego, albo lepiej jeszcze mosiężnego drutu, mającego grubość cienkiego pióra, końce ich są zakrzywione i połączone kółkami mosiężnymi. Zwykle mają te części od środka jednego kółka do środka drugiego długości pół pręta. Na obu końcach łańcucha znajdują się dwa duże mosiężne kółka, dla zakładania osobno do tego urządzonych koszturów. Kółka łańcucha spoczywają u spodu na stałych sztyftach wbitych w kosztury, których końce okute są spiczasto żelazem. Ztąd widać, że sporządzenie dokładnego i dobrego łańcucha nie jest tak łatwem i że takowy nawet w użyciu niektórych ostrożności wymaga.

Jeżeli chcemy używać łańcucha do pomiaru, należy wprzód być przekonanym o jego dokładności co się następującym robi sposobem. Bierze się pręt mierniczy dokładnie podzielony i wymierza się na płaszczyźnie taką długość jaką ma łańcuch posiadać. Następnie jeden kosztur stawia się na początku prętem wymierzonej linii, i wyciąga się dobrze łańcuch; jeżeli drugi koniec przypadnie u właściwego sobie miejsca łańcucha, przekonywamy się wówczas o jego dokładności. Ze zaś przy pierwszej próbie mogła się wcisnąć pomyłka, należy działanie to raz jeszcze lub więcej powtórzyć. Działanie to radzilibyśmy przy każdej robocie powtarzać, doświadczenie bowiem uczy, że łańcuch przez używanie może się pozaginać. Do pomiaru potrzeba jeszcze

10 kołeczków żelaznych lub drewnianych; użycie ich poznamy.

Obrawszy sobie stanowisko na polu takie, z którego dwa w przeciwnych kierunkach położone przedmioty widzieć, i do nich linie proste poprowadzić można, te dwie linie proste tworzą kąt płaski, którego wierzchołkiem jest punkt stanowiska. Do wymierzenia części płaskich powierzchni ziemi, pożyteczną jest często rzeczą znać wielkość takiego kąta. Do tego w praktyce są dwie drogi, z których pierwsza zależy na tém, ażeby ten kąt na papierze lub innéj płaszczyźnie za pomocą djoptry i stolika (o których niżej) narysować. Drugi zaś sposób zależy ażeby jeden kąt obrać za jedność i za pomocą tego znaleźć wielkość kąta danego. Pierwszy sposób dla gospodarza jest dogodniejszy, oznaczenie bowiem danego na gruncie kąta, bez wielkich trudności wykonanym być może: przeciwnie zaś przy rzeczywistém mierzeniu kąta często się zawikłane okoliczności zdarzają, a które wymagają dokładnego obznajmienia się z narzędziami do tego potrzebnymi. Jednakowoż bywają wypadki, gdzie gospodarz musi znać wielkość kąta wyrażoną w liczbach; dla tego pożyteczną będzie rzeczą tu przynajmniej tyle przytoczyć, ażeby kąt oznaczony na płaszczyźnie z łatwością mógł być wymierzony.

Za miarę kątów najdogodniéj przyjąć można kąt prosty i każdy łatwo pojmie, jak wielki jest kąt gdy tenże $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{8}$ i t. d. części kąta prostego wynosi. Ztąd wypada, że najwięcej zależy na podzieleniu kąta prostego na dowolną liczbę części równych, co w praktyce nie jest tak łatwo. Z poprzedzającego widocznie się

okazuje, że kąt prosty następującym sposobem na pewną liczbę części równych podzielonym być może. Zakreślam promieniem dowolnym CA albo Ca (fig. 6) pomiędzy ramionami CA i CB , albo Ca i Cb kąta prostego ACB ćwiartkę koła $BDEA$ albo $bdea$, i dzielę takową na tyle równych części na ile kąt prosty ma być podzielonym, z punktów podziału prowadzę promienie do wierzchołka kąta C ; tym sposobem podzieli się kąt prosty na żadaną liczbę części równych. Gdyby np. $BDEA$ było podzielone na 3 równe części więc i promienie DC i EC podziela kąt prosty na trzy równe części. W większej liczbie Europejskich krajów podzielono ćwiartkę $BDEA$ a zatem i kąt prosty ACB na 90 części równych zwanych *stopniami*. Że zaś około punktu C mogą być tylko 4 kąty proste, które stanowią całe koło, półkoło więc ma 180 a całe koło 360 stopni. Każdy stopień podzielony jest na 60 minut, minuta na 60 sekund: każda sekunda na 60 tercyyj i t. d. Każdy więc kąt, bądź ostry, bądź rozwarty obejmuje tyle stopni i części kąta prostego, ile stopni i części ćwiartki kąta ma łuk zawarty między jego ramionami. Dla zmierzenia podług tego jakiego kąta używa się tylko półkoła na 180 stopni podzielonego, i znanego powszechnie pod nazwiskiem *Przenośnika* czyli *Transportatora*.

W geometryi praktycznej czyli miernictwie uważają się różne *wielokąty*, na znajomości których wiele zależy. Tu należą szczególniej *trójkąty*, *prostokąty*, *kwadraty*, *trapezy* i inne *wielokąty*; bez nich pomiar, rysunek, obrachowanie, podział i t. p. przestrzeni gruntów rolnych wykonanym być nie może. Rzecz ta tém bardziej jest ważną, że każdy kawałek gruntu czterema lub

więcej ograniczony liniami, na trójkąty lub trapezy podzielonym, i tym sposobem najdokładniej i najpewniej obrachować się daje. Figura zamknięta liniami prostemi zowie się wielokątem, a zbiór boków *obwodem*. Powierzchnie pól ograniczone być mogą albo liniami prostemi, albo krzywemi, albo prostemi i krzywemi razem. Prostokreślne figury są trójkąty, czworokąty i wielokąty. Warunki podobieństwa figur są, równość kątów i proporcjonalność boków: rzecz tę w ścisłej należy zachować pamięci, gdyż całe miernictwo na tej się opiera zasadzie. Zdejmowanie albowiem planu pola, łąki lub lasu niczem innem nie jest, jak wyrysowanie na papierze figury podobnej figurze na gruncie. Główniejsze własności trójkątów są: że linia dzieląca trójkąt *równoboczny* na dwie równe części jest *prostopadła* do boku trzeciego; w trójkącie na przeciwko boków równych leżą kąty równe i odwrotnie; na przeciwko kąta większego leży bok większy i odwrotnie. Trójkąty przerysowują się za pomocą *cerkła dwójnożnego* albo *trójnożnego*, a że każdy wielokąt może być przez przekątne podzielony na trójkąty, przeto przerysowując trójkąty, możemy przerysować jakąkolwiek figurę i tego sposobu używamy niekiedy w przerysowywaniu mapp. Najkrótszą odległością przedmiotu od linii danej jest linia *prostopadła*, *pochyle* będą zawsze dłuższe. W trójkącie wszystkie kąty *wewnętrzne* ważą 2 kąty proste. Trójkąt nie może mieć jak jeden kąt prosty lub rozwarty, inne dwa muszą być ostre. Między czworokątami najznakomitsze są kwadrat, prostokąt, równoległobok i trapez. Kwadrat służy do mierzenia

powierzchni. *Przekątna* dzieli kwadrat, prostokąt i równoległobok na dwa trójkąty sobie równe. W trapezie dwa boki są równoodległe ale nierówne. Ponieważ trójkąty mające podstawy i wysokości równe są równoważne, przeto także to samo da się zastosować do kwadratów, prostokątów i równoległoboków. Kwadrat wystawiony na przeciwprostokątnej, równa się summie kwadratów z ramion kąta prostego, ta własność podobnie stosuje się do jakichkolwiek wielokątów foremnych i kół. Na tej zasadzie, że powierzchnie wielokątów podobnych mają się jak kwadraty z boków odpowiednich a powierzchnie kół jak kwadraty z promieni, można wykreślić kwadrat, lub jakikolwiek wielokąt foremny, lub koło, tyle razy większe ile potrzeba. Na mocy proporcjonalności boków w figurach podobnych, można linią prostą podzielić na części równe lub proporcjonalne liniom danym. Sposoby te posłużą do prowadzenia na gruncie równoodległych.

Ponieważ wielokąty podobne składają się z trójkątów podobnych i podobnie ułożonych, własność ta ma wielkie zastosowanie w pomiarze za pomocą samego łańcucha i tyk.

§. 2. *Dochodzenie powierzchni.*

Po wyrysowaniu figury zawsze prawie jesteśmy w potrzebie obliczyć jej powierzchnią. Potrafimy to w każdym przypadku skutecznie przypomniawszy sobie:

a. Że powierzchnia trójkąta równa się iloczynowi jego podstawy przez połowę wysokości, lub jeżeli boki trójkąta oznaczymy przez A. B. C. a sumę tych boków

przez S , naówczas następująca formuła na obliczenie powierzchni użytą być może. Nazwawszy więc powierzchnią trójkąta przez F , będzie:

$$(1) \quad F = \sqrt{\frac{S}{2} \left(\frac{S}{2} - A \right) \left(\frac{S}{2} - B \right) \left(\frac{S}{2} - C \right)}$$

b. Powierzchnia kwadratu równa się iloczynowi jednego boku przez siebie.

c. Powierzchnia prostokąta lub równoległoboku równa się iloczynowi z podstawy przez wysokość.

d. Powierzchnia trapezu równa się iloczynowi z połowy summy dwóch boków równoległych przez wysokość. Wiadomości te ułatwiają obliczenie jakiegokolwiek wielokąta. Jeżeli wielokąt jest ograniczony liniami bardzo krzywymi, dla otrzymania prawdziwszej powierzchni należy go podzielić na trapezy wąskie, tym albowiem sposobem, biorąc linie krzywe bardzo krótkie za proste, nie popełniamy wielkiego uchybienia.

Zdarzyć się może niekiedy gospodarzowi potrzeba obliczenia okręgu koła i jego powierzchni, z tych powodów pamiętać winien że:

e. Okrąg koła równa się średnicy rozmnożonej przez stosunek. (Stosunek jest 3,14 albo $\frac{22}{7}$).

f. Powierzchnia zaś koła równa się stosunkowi przez kwadrat z promienia, albo okręgowi koła przez pół promienia.

A podług tego, mając dany okrąg lub powierzchnią, może wyrachować promień i odwrotnie.

(1) Formuła ta jakkolwiek dogodna, że niepotrzebujemy szukać wysokości trójkąta, jednak w praktyce wiele zabiera czasu, sposób więc ten dochodzenia powierzchni trójkąta, więcej do eleganckich jak do wygodnych policzyć można.

§ 3. O bryłach.

Oprócz zwykłego miernictwa pól, potrzebuje niekiedy gospodarz obliczać miąższość rozmaitych brył, dla tego nie od rzeczy będzie przypomnieć sobie kształt i skład niektórych, a szczególniej tych, które w gospodarstwie największe mają zastosowanie.

Bryły ograniczone płaszczyznami trójkątnymi a mające za podstawę jakikolwiek wielokąt, nazywają się *ostrosłupami*. Ostrosłup jest prosty i foremny, gdy prostopadła spuszczone z wierzchołka pada na środek jego podstawy: w innym razie jest pochyły. Wszelki ostrosłup przez płaszczyzny podzielony być może na *ostrosłupy trójkątne*.

Graniastosłup jest bryłą ograniczona prostokątami lub równoległobokami mająca za podstawę jakikolwiek wielokąt. Graniastosłup jest *prosty*, gdy jego krawędzie są prostopadłe do podstaw, w przeciwnym razie będzie *pochylony*.

Graniastosłup którego podstawy są prostokątami będzie *równoległoscianem prostokątnym*, jeżeli zaś będą równoległobokami będzie *równoległoscianem ukośnym*. Jeżeli graniastosłup ograniczony jest ścianami kwadratowymi sobie równymi, natenczas zowie się *sześcianem*, i służy do mierzenia bryłowatości.

Graniastosłup trójkątny rozebrany być może na trzy ostrosłupy trójkątne sobie równoważne.

Jeżeli weźmiemy trójkąt prostokątny, i obracać go będziemy około jednego ramienia kąta prostego, po całkowitym takowym obrocie otrzymamy bryłę zwaną *ostrokregiem*.

Stogi siana, kopce mają kształt *ostrokregów*. Ramie kąta prostego, około którego trójkąt obrót odprawił, będzie *wysokością ostrokregu*.

Jeżeli takowy ostrokrag przetniemy płaszczyzną równoległą od jego podstawy, otrzymamy wtedy *kłoc ostrosłupowy*, tego właśnie rodzaju są kłoc drzew. Jeżeli beczkę uważać będziemy przeciętą równolegle od podstaw przez środek boku, otrzymamy dwa kłoc ostrokregowe; kadzie w browarach i gorzelniach są niekiedy kształtu kłoca ostrokregowego.

Jeżeli prostokąt obracać będziemy około jednego z boków, natenczas bok jemu przeciwny po całkowitym obiegu utworzy powierzchnią *walcową*. Tego rodzaju mamy koła młyńskie, rury do pap i wszelkiego gatunku słupy okrągłe. Walec może być *prosty* lub *pochyły*. W walcu prostym *oś*, jest zarazem jego wysokością.

Jeżeli pół-okrag około jego średnicy obracać będziemy, otrzymamy *kulę*. Przeciawszy takową bryłę płaszczyzną, będziemy mieli *odcinek kuli*, który uważać można jako ostrokrag, odcinek zaś zakończony dwoma kołami uważać można za *kłoc ostrokregowy*.

Gdy w wielu zatrudnieniach gospodarskich okazać się może potrzeba ocenienia pomienionych brył, jako to: w obliczaniu miąższości drzewa, we wszelkich robotach grabarskich, w budownictwie, w robieniu narzędzi rolniczych, podamy przeto formuły za pomocą których z wszelką łatwością tak powierzchnie jako i miąższości obliczane być mogą.

Dla krótkości oznaczać będziemy przez P. podsta-

wę, przez W. wysokość, przez O. obwód podstawy, przez T. tworzącą, przez R. promień koła.

Zatém oznaczywszy powierzchnią boczną ostrosłupa foremnego przez X.

będzie: $X = O \times \frac{N}{3}$ (N. oznacza wysokość każdego z trójkątów bocznych).

Bryłowość zaś oznaczywszy przez W. będzie:

$$W = P \times \frac{w}{3}.$$

Jeżeli ostrosłup jest pochyły, natenczas potrzeba osobno obliczyć powierzchnią każdego z trójkątów i takowe razem do siebie dodać.

Nazwawszy bryłowość graniastosłupa prostego lub pochyłego przez Z. będzie:

$$Z = P \times W.$$

Powierzchnią zaś boczną graniastosłupa prostego oznaczywszy przez R. będzie:

$$R = O \times W.$$

Jeżeli graniastosłup będzie pochyły, oznaczywszy krawędź przez K, zaś obwód przecięcia prostopadłego do krawędzi przez S, a powierzchnią boczną przez R. będzie:

$$R = S \times K.$$

Nazwawszy powierzchnią walca prostego przez P. będzie:

$$P = O \times W.$$

Powierzchnią zaś walca pochyłego przez Y. a przecięcie prostopadłe do tworzących przez M. będzie:

$$Y = M \times T.$$

Bryłowość walca prostego lub ukośnego nazwawszy przez D. będzie $D = P \times W.$

Powierzchnia boczna kłosa ostrokągowego równa się iloczynowi z obwodu przecięcia równoodległego od dwóch podstaw przez bok kłosa.

Obwód takowego przecięcia znajdziemy, jeżeli obwód koła górnego i dolnego dodamy do siebie i podzielimy przez dwa.

• Bryłowość zaś równa się iloczynowi z powierzchni koła przecinającego kłosa w równych odległościach i równoodległe od dwóch podstaw, przez wysokość. Powierzchnią takowego koła znajdziemy, jeżeli powierzchnie kół, górnego i dolnego, rozmnóżymy przez siebie, a z tego wyciągniemy pierwiastek kwadratowy.

Nazwawszy powierzchnią kuli przez K . będzie $K=4\pi r^2$

(π jest stosunek wyżej wspomniany 3,14 albo $\frac{22}{7}$).

Ztąd powierzchnia półkuli równa się $2\pi R^2$.

Nazwawszy bryłowość kuli przez K . będzie $K=4\pi R^3$.

Wszelkie inne bryły na obliczenie których powierzchni, jakoteż objętości, nie zostały podane formuły, gospodarz obeznany z pierwszemi zasadami Solidometrii łatwo pozna, że takowe bryły rozdzielić można na bryły powyżej przytoczone, a tym sposobem potrafi ocenić ich powierzchnię i bryłowość.

Wiadomości teorytyczne tak z Planimetrii jak i Solidometrii są tylko o tyle przytoczone, o ile przypuścić należy, że dla każdego gospodarza takowe wiadomości zasadowe nie są obce. Wreszcie jeżeliby w czem znajdował jakąś trudność radzę, aby w swojej bi-

blioteczce miał dziełko pod tytułem: *Geometrya dla szkół Wydziałowych*.

Może niezawiele powiem, że jakkolwiek pod skromną nazwą, jednak nie mamy nietylko w polskim, ale podobno w żadnym języku dziełka, któreby w szczupłym zakresie tyle zawierało prawd i zastosowań, wyłożonych najprostszym i najprzystępniejszym do pojęcia sposobem.



ROZDZIAŁ II.

Miernictwo.

Najważniejszym przedmiotem w miernictwie jest mierzenie odległości dwóch punktów od siebie, przez co nietylko oznaczone być mogą granice pól, zamkniętych liniami prostymi, lecz niemniej i położenie linii różnych krzywych na gruncie np. rzek, dróg i granice różnych powierzchni. Dla tego niezbędną jest potrzebą gospodarzowi znajomość potrzebnych do tego narzędzi, jak niemniej prawideł, jakich się trzymać należy, w wykonaniu pomiaru o ile być może dokładnego.

4. *O wytknięciu i wymierzeniu linii prostych na gruncie, o narzędziach do tego używanych i o mierzeniu kąta na papierze.*

Najgłówniejszém zatrudnieniem w miernictwie jest mierzenie linii prostych jako odległości jednego pun-