

Rys. 3.90

3.89. Na rys. 3.90 zestawiono osiem charakterystycznych przypadków polaryzacji. W szczególności dla  $\delta = m\pi$  równanie (3.183) przyjmuje postać  $V_y/V_x = (-1)^m V_{0y}/V_{0x}$  i polaryzacja eliptyczna przekształca się w *polaryzację liniową*. Jeżeli  $\delta = \pi/2 + m\pi$  oraz  $V_{0x} = V_{0y} = V_0$ , ponieważ wtedy  $V_x^2 + V_y^2 = V_0^2$  mamy do czynienia z *polaryzacją kołową*.

Zarówno polaryzacja liniowa, jak i kołowa są szczególnymi przypadkami polaryzacji eliptycznej.

Powstaje pytanie, czy intensywność zaburzenia sumarycznego jest funkcją względnego przesunięcia fazowego  $\delta$  zaburzeń składowych? Zgodnie z p. 3.1.1

$$I = \langle V^2 \rangle = \langle V_{0x}^2 \cos^2(\tau + \delta_x) + V_{0y}^2 \cos^2(\tau + \delta_y) \rangle$$

Biorąc pod uwagę zależność (3.182), ponieważ  $\int_0^T \cos^2\left(\frac{2\pi t}{T} - kz + \delta\right) dt = 1/2$  dla dowolnych i stałych wartości  $z$  oraz  $\delta$ , to w przedziale czasu nieporównywalnie większym od okresu drgań  $T$  będzie spełnione

$$I = \frac{1}{2} (V_{0x}^2 + V_{0y}^2)$$

Intensywność sumarycznego zaburzenia jest stała i niezależna od  $\delta$ . Interferencja dwóch zaburzeń spolaryzowanych liniowo pod kątem prostym nie może dać żadnych informacji o względnym przesunięciu zaburzeń składowych. Jak będzie wynikało z p. 3.5.3 zastosowanie dodatkowego elementu polaryzującego, nazywanego *analizatorem* pozwoli je dopiero wydobyć.

### 3.5.2. Rozchodzenie się fali płaskiej w ośrodkach anizotropowych

Ciało nazywane jest *anizotropowym* jeżeli jego własności fizyczne zależą od rozpatrywanego kierunku. Pojęcia tego nie należy mylić z niejednorodnością, przy której własności ciała są różne w różnych jego punktach. Np. w ciele anizotropowym i jednorodnym własności w każdym jego punkcie w jednakowy sposób zależą od rozpatrywanego kierunku. Najczęściej spotykanymi ośrodkami anizotropowymi są kryształy, często nie-

słusznie utożsamione z ciałami anizotropowymi. Ciałem anizotropowym może się stać również ośrodek izotropowy, pod wpływem naprężeń wewnętrznych, natomiast kryształy układu regularnego, jak sól kuchenna, są ciałami izotropowymi.

Do opisu rozchodzenia się fali elektromagnetycznej w ośrodku (p. 1.1) wystarczą trzy jego wielkości: współczynnik przewodnictwa elektrycznego  $\sigma$ , stała dielektryczna  $\varepsilon$  i stała magnetyczna  $\mu$ . Jeżeli ośrodek jest nieabsorbujący, wówczas  $\sigma = 0$ , ponadto dla ciał w których rozchodzi się światło zwykle  $\mu \approx 1$  niezależnie od kierunku. Jeżeli mówi się więc o ośrodku *optycznie anizotropowym*, to mamy na myśli jego anizotropowość pod względem elektrycznym. Oznacza to, że stała dielektryczna przybiera różne wartości w różnych kierunkach.

Można wykazać <sup>1)</sup>, że równaniem opisującym zmianę stałej dielektrycznej dla dowolnego ośrodka anizotropowego jest równanie elipsoidy. Dobierając osie współrzędnych układu prostokątnego w tym ośrodku tak, aby pokrywały się z osiami głównymi elipsoidy, wówczas zamiast równania (1.2b) spełnionego dla ciał izotropowych można napisać

$$D_x = \varepsilon_1 E_x; \quad D_y = \varepsilon_2 E_y; \quad D_z = \varepsilon_3 E_z \quad (3.185)$$

gdzie  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  nazywane są wartościami głównymi stałej dielektrycznej.

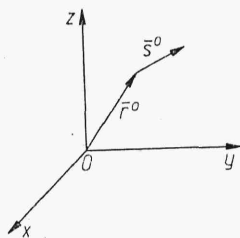
Z równań (3.185) wynika, że w ośrodkach anizotropowych wektor indukcji elektrycznej  $\vec{D}$  nie pokrywa się z wektorem elektrycznym  $\vec{E}$ . Konsekwencją tego będzie konieczność rozróżnienia prędkości fazowej od prędkości rozchodzenia się energii (promienia) o czym krótko będzie wspomniane w p. 3.5.3.

Zgodnie z wyrażeniami (1.18) i (1.17)

$$n_m = \sqrt{\varepsilon_m} \quad (3.186a)$$

$$v_m = \frac{c}{n_m} \quad m = 1, 2, 3 \quad (3.186b)$$

są odpowiednio głównymi współczynnikami załamania i prędkościami fazowymi ośrodka anizotropowego.



Rys. 3.91

Niech przez analogię do ciał izotropowych w ośrodku anizotropowym i jednorodnym rozchodzi się fala płaska ogólnie w kierunku wyznaczonym przez wersor  $s^0$  (rys. 3.91). Osie współrzędnych  $x, y, z$  zarezerwowane są przez kierunki główne ośrodka anizotropowego. Wtedy zgodnie z zależno-

<sup>1)</sup> Z uwagi na obszerność tematu niniejszy dział został potraktowany informacyjnie bez przeprowadzenia dowodów.

ściami (3.80) i (1.29) można napisać dla wektora indukcji elektrycznej i natężenia pola elektrycznego

$$D_m = D_{0m} \exp[-i(\omega t - k_0 n \bar{r}_0 \bar{s}_0^0)] \quad (3.187a)$$

$$E_m = E_{0m} \exp[-i(\omega t - k_0 n \bar{r}_0 \bar{s}_0^0)] \quad m = x, y, z \quad (3.187b)$$

gdzie  $n$  współczynnik załamania w kierunku rozchodzenia się fali. Można wykazać [7], przez wstawienie wzoru (3.187) do równań (1.1) z uwzględnieniem (3.185) i (3.186), że zależności (3.187) są wtedy rozwiązaniem równań *Maxwella*, jeżeli współczynnik załamania  $n$  spełnia zależność

$$n_1^2 s_x^2 (n^2 - n_2^2)(n^2 - n_3^2) + n_2^2 s_y^2 (n^2 - n_3^2)(n^2 - n_1^2) + \\ + n_3^2 s_z^2 (n^2 - n_1^2)(n^2 - n_2^2) = 0 \quad (3.188a)$$

gdzie  $s_x, s_y, s_z$  — są składowymi (kosinusami kierunkowymi) wektora  $\bar{s}_0^0$  wyznaczającego kierunek rozchodzenia się fali. Z uwagi na warunek (3.186b) można również tę zależność przepisać dla prędkości fazowych

$$s_x^2 (v^2 - v_2^2)(v^2 - v_3^2) + s_y^2 (v^2 - v_3^2)(v^2 - v_1^2) + s_z^2 (v^2 - v_1^2)(v^2 - v_2^2) = 0 \quad (3.188b)$$

Jeżeli fala rozchodzi się np. w kierunku osi  $x$ , wtedy  $s_x = 1, s_y = s_z = 0$  i zgodnie z równaniami (3.188) pozostanie

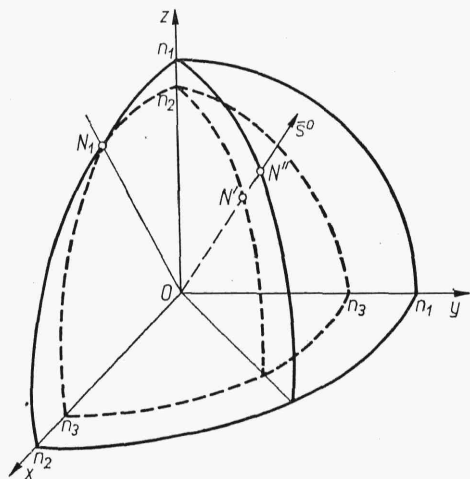
$$(n^2 - n_2^2)(n^2 - n_3^2) = 0$$

$$(v^2 - v_2^2)(v^2 - v_3^2) = 0$$

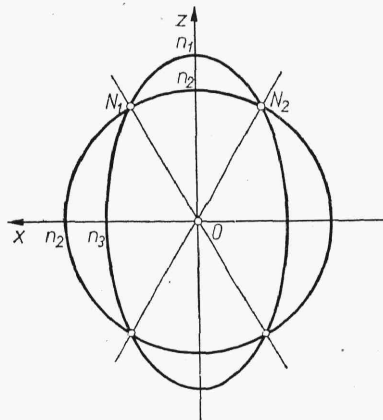
Ponieważ  $n > 0$ , to zależność (3.188) spełniona jest w dwóch przypadkach:  $n = n_2$  ( $v = v_2$ ) i  $n = n_3$  ( $v = v_3$ ). Podobnie po dwa rozwiązania dla  $n$ , a więc i  $v$ , otrzymuje się przy rozchodzeniu się fali w kierunkach pozostałych osi. Ogólnie dla dowolnego kierunku rozwiązaniem równań (3.188) będą dwie wielkości  $n'(v' = c/n')$  i  $n''(v'' = c/n'')$  przyjmujące pośrednie wartości między ekstremalnymi wartościami głównymi współczynnika załamania i prędkości fazowych ośrodka. Jeżeli spełniony jest warunek  $n_1 > n_2 > n_3$  to  $n_1 > n' > n_2 > n'' > n_3$ . A więc w ośrodkach anizotropowych fala rozchodzi się tak, jak gdyby jednocześnie znajdowała się w dwóch różnych ośrodkach o różnych współczynnikach załamania i prędkościach fazowych i z tej przyczyny ośrodki takie nazywane są *dwójłomnymi*.

Jeżeli od początku układu współrzędnych odkładane będą w kierunkach rozchodzenia się fali odcinki  $ON' = n'$  i  $ON'' = n''$  (rys. 3.92) to wtedy zbiór tych punktów utworzyłby powierzchnie współczynników załamania, które w przecięciu z poszczególnymi płaszczyznami układu współrzędnych tworzyłyby dwie linie drugiego stopnia: koło i elipsę. Jeżeli  $n_1 > n_2 > n_3$ , wówczas w płaszczyźnie  $xz$  linie te mają punkty przecięcia (rys. 3.93) dla dwóch kierunków  $ON_1$  i  $ON_2$ . Oznacza to, że dla nich współczynniki załamania i prędkości fazowe obydwu fal są jednakowe i takie kierunki w ośrodkach nazywane są osiami optycznymi. Jeżeli główne współczynniki załamania mają trzy różne wartości, to ciało anizotropowe ma dwie osie optyczne i nazywa się wtedy *dwuosiowym*. W przypadku gdy dwa główne współczynniki załamania są sobie równe wówczas można wyróżnić tylko jeden kierunek, dla którego współczynniki załamania i prędkości fali są jednakowe i taki kryształ, lub ogólniej ciało anizotropowe, nazywane jest *jednoosiowym*. Współczynnik załamania stały dla

dwóch kierunków głównych zwany *zwyczajnym współczynnikiem załamania* oznaczany jest przez  $n_0$ , natomiast pozostały, zwany *nadzwyczajnym* — przez  $n_e$ . Umówiono się nazywać kryształ jednoosiowy dodatnim jeżeli  $n_0 < n_e$ , lub ujemnym dla  $n_0 > n_e$ .



Rys. 3.92



Rys. 3.93

W tablicy 3.6 zamieszczone są wartości głównych współczynników załamania kilku kryształów dla długości fali  $\lambda = 589,3$  nm.

**Tablica 3.6. Wartości głównych współczynników załamania dla niektórych kryształów anizotropowych ( $\lambda = 589,3$  nm)**

Kryształy dwuosiowe			
Mika	$n_1 = 1,5977$	$n_2 = 1,5936$	$n_3 = 1,5601$
Gips	$n_1 = 1,5296$	$n_2 = 1,5226$	$n_3 = 1,5205$
Kryształy jednoosiowe			
Kwarc (dodatni)	$n_0 = 1,54424$	$n_e = 1,55335$	
Kalcyt (ujemny)	$n_0 = 1,65835$	$n_e = 1,48640$	

Z uwagi na szersze zastosowanie bardziej szczegółowo zostaną omówione kryształy anizotropowe jednoosiowe. Niech  $n_1 = n_e$  i  $n_2 = n_3 = n_0$ . Jeżeli ponadto przez  $\Theta$  (rys. 3.94) będzie oznaczony kąt między rozpatrywanym kierunkiem  $\vec{s}^0$  i osią  $x$ , wówczas  $s_x^2 = \cos^2 \Theta$  i  $s_y^2 + s_z^2 = \sin^2 \Theta$  i po podstawieniu do wzoru (3.188a) otrzymuje się dwa rozwiązania

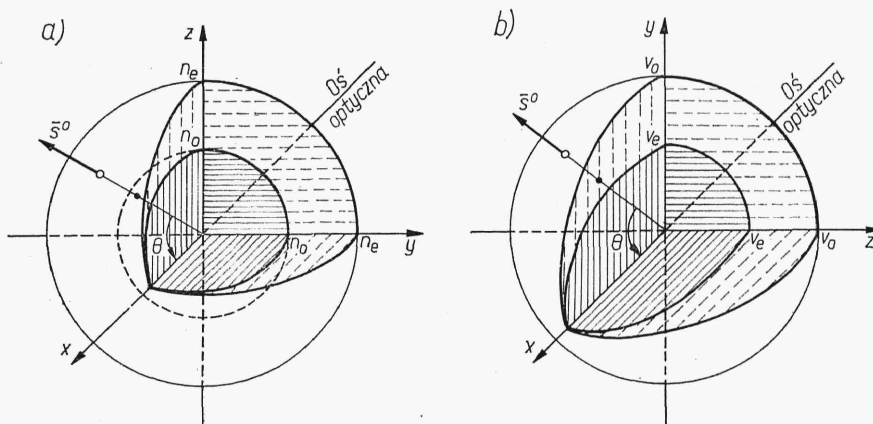
$$n'^2 = n_0^2 \quad (3.189a)$$

$$n'^2 = \frac{n_e^2 n_0^2}{n_e^2 \cos^2 \Theta + n_0^2 \sin^2 \Theta} \quad (3.189b)$$

Dla pierwszego z zaburzeń, nazywanego *zwyczajnym*, współczynnik załamania  $n'$  ośrodka jest niezależny od rozpatrywanego kierunku i fala



rozchodzi się tak, jak gdyby znajdowała się w ośrodku izotropowym o współczynniku załamania  $n_0$ . Wówczas powierzchnia współczynników załamania jest sferyczna. Dla zaburzenia nadzwyczajnego współczynnik załamania  $n''$  zależy od kierunku. Dla  $\Theta$  zmieniającego się od 0 do  $\pi/2$   $n''$  zmienia się od  $n_0$  do  $n_e$ . Oś  $x$  ( $\Theta = 0$ ), ponieważ wtedy  $n' = n'' = n_0$ , oznacza położenie osi optycznej kryształu.



Rys. 3.94

Jeżeli do wzoru (3.189b) zostaną podstawione zależności

$$n''^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad \text{oraz} \quad \cos^2 \Theta = \frac{x^2}{n''^2} \quad \text{i} \quad \sin^2 \Theta = \frac{y^2 + z^2}{n''^2},$$

to otrzymuje się

$$\frac{x^2}{n_e^2} + \frac{y^2 + z^2}{n_0^2} = 1$$

Powierzchnia współczynników załamania dla zaburzenia nadzwyczajnego jest elipsoidą obrotową.

Ilustrację graficzną równań (3.189) dla kryształu dodatniego ( $n_0 < n_e$ ) przedstawiono na rys. 3.94a.

Bardziej użytecznymi w praktyce, lecz już nie tak prostymi są powierzchnie falowe pozwalające wyznaczyć prędkości fazowe. Mogą one zostać odtworzone na drodze geometrycznej przez odkładanie od początku współrzędnych na danym kierunku  $\vec{s}^0$  odcinków proporcjonalnych do  $1/n$  (rys. 3.94b) ( $v' = c/n'$ ,  $v'' = c/n''$ ), lub analitycznie przez podstawienie do wzorów (3.189) zależności  $v_1 = v_e = c/n_e$  i  $v_2 = v_3 = v_0 = c/n_0$ . Wówczas

$$v'^2 = v_0^2 \quad (3.190a)$$

$$v''^2 = v_0^2 \cos^2 \Theta + v_e^2 \sin^2 \Theta \quad (3.190b)$$

Prędkość pierwszego zaburzenia (fala zwyczajna) nie zależy od rozpatrywanego kierunku. Prędkość drugiego (fala nadzwyczajna) zmienia się wraz z  $\Theta$  i tylko dla  $\Theta = 0$ , a więc dla osi optycznej, równa jest prędkości fali zwyczajnej.