

$C \geq 0,9$, co pociąga za sobą zgodnie ze wzorem (3.45) dopuszczalny warunek na chromatyzm źródła

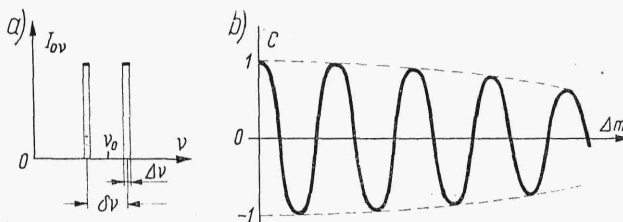
$$\Delta m = m_0 \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} \leq \frac{1}{4} \quad (3.47)$$

W tym przypadku różnica rzędów interferencji dla różnych długości fali źródła nie może przekroczyć $1/4$.

Przez analogię do wzoru (3.41) powinno być wtedy spełnione

$$\Delta l = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda} \geq 4 |n(r_2 - r_1)| = 4 \Delta L \quad (3.48)$$

a więc długość koherencji powinna być czterokrotnie większa niż różnica dróg optycznych.



Rys. 3.12

Można wykazać, że dla źródła światła o rozkładzie intensywności podanym na rys. 3.12a kontrast zmienia się zgodnie z zależnością

$$C = \cos \pi \delta m \operatorname{sinc} \pi \Delta m$$

zilustrowaną wykresem 3.12b gdzie

$$\Delta m = \tau \Delta \nu = m \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} < \delta m = \tau \delta \nu = m \frac{\delta \lambda}{\lambda}$$

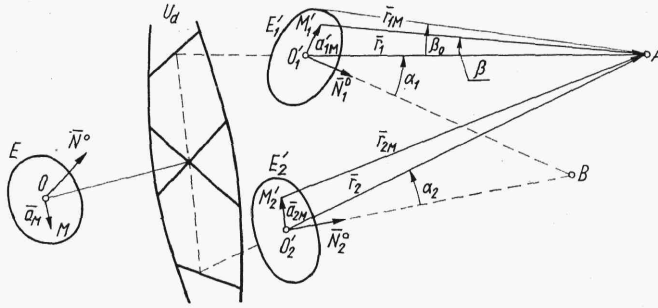
Wraz ze zmianą rzędu interferencji obserwuje się dudnienie kontrastu i pierwsze zero występuje dla $\delta m = 1/2$, a więc dla $m = \lambda/2\delta\lambda$. Następne powtarzają się co $\delta m = 1$. Jest to przykład promieniowania lampy sodowej szeroko stosowanej do różnych celów w optyce, gdyż można ją uważać w wielu przypadkach za źródło światła bliskie monochromatycznemu o dość znacznej luminancji. W technice interferometrycznej jest ono jednak mało przydatne z uwagi na dwa przedziały widma, w których emitowana jest energia o średnich długościach fal $\lambda_1 = 589,0$ nm i $\lambda_2 = 589,6$ nm. Wtedy $\delta\lambda = 0,6$ nm i $\lambda/\delta\lambda = 10^3$. Pierwsze zero kontrastu prążków występuje już dla różnicy dróg optycznych $\Delta L = n(r_2 - r_1) = m\lambda = 0,296$ mm, następne powtarzają się co $0,589$ mm.

3.2.3. Wpływ wymiarów źródła światła

Dotychczasowe rozważania zjawiska interferencji prowadzone były dla punktowego źródła światła. Z uwagi na zbyt małą energię wysyłaną przez taki element istnieje konieczność stosowania źródła rozciągniętego, które można uważać za zbiór elementów punktowych. Każdy z tych elementów niezależnie, z uwagi na brak koherencji między ich promieniowaniem, utworzy w przestrzeni pewien rozkład intensywności. Z sumy intensywności

ności dla poszczególnych elementów zostanie wyznaczony rozkład intensywności dla całego źródła. Ponieważ położenie prążków dla jednego punktu może się różnić od położenia dla innego punktu źródła, ogólnie można się spodziewać, że kontrast prążków będzie malał wraz z powiększeniem jego wymiarów. Zjawisko to będzie się nakładało równocześnie ze spadkiem kontrastu pochodzącym od chromatyzmu źródła. Dla uwypuklenia wpływu tylko jego wymiarów zakłada się, że całe źródło światła emituje promieniowanie monochromatyczne o częstotliwości ν .

W układzie równoważnym (rys. 3.8) powiększenie źródła pierwotnego E powoduje związane z tym powiększenie źródeł wtórnych E'_1 i E'_2 , będących obrazami E danymi przez układ dzielący.



Rys. 3.13

Niech przez U_d (rys. 3.13) oznaczony będzie dowolny układ dzielący. Ustalone zostaną obecnie zależności, które pozwolą wyznaczyć intensywność w dowolnym punkcie A pola, przy czym rozważania zostaną ograniczone do najczęściej spotykanego przypadku, kiedy różnica między wymiarami obydwu źródeł E'_1 i E'_2 jest pomijalnie mała. Ponadto z uwagi na skalarny opis zjawiska, podobnie jak w p. 3.2.1, pozostajemy tylko przy takich układach, kiedy kąt między wektorami optycznymi w p. A pochodzącymi z odpowiadających sobie punktów obu źródeł jest dostatecznie mały. Oznacza to, że dla dowolnie wybranego odcinka OM źródła pierwotnego E ich obrazy $O'_1M'_1$ i $O'_2M'_2$ tworzą również w przestrzeni mały kąt.

Z każdego punktu wtórnych źródeł wychodzi zaburzenie o postaci

$$V_M = V_{OM} \exp(-i\omega t)$$

gdzie M dowolny punkt źródła światła.

Wyznaczając zaburzenie w punkcie A pochodzące od jednego ze źródeł wtórnych, np. E'_1 otrzymuje się

$$\bar{V}_{1A} = \sum_{M=M_1}^{M_N} \bar{V}_{1M} = \sum_{M=M_1}^{M_N} \bar{V}_{O1M} \exp(-i\omega t)$$

gdzie N jest liczbą punktowych elementów w źródle.

Sumowanie jest wektorowe, ponieważ dla każdego z punktowych źródeł wektory optyczne są dowolnie zorientowane. Dla źródła E'_2 przez analogię

$$\bar{V}_{2A} = \sum_{M=M_1}^{M_N} \bar{V}_{2M} = \sum_{M=M_1}^{M_N} \bar{V}_{O2M} \exp(-i\omega t)$$

Zaburzenie całkowite w punkcie A wynosi $\bar{V}_A = \bar{V}_{1A} + \bar{V}_{2A}$, natomiast intensywność $I_A = \langle \bar{V}_A \bar{V}_A^* \rangle$. Zachowując tok postępowania podany w p. 3.2.1 otrzymuje się również

$$I_A = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} R\{\gamma_{11}(\tau_M)\} \quad (3.49)$$

gdzie I_1 i I_2 intensywności pierwszego i drugiego źródła, $\gamma_{11}(\tau_M)$ — zespolony stopień koherencji promieniowania rozciągniętego źródła, opisujący korelacje między podzielonymi zaburzeniami spotykającymi się w p. A , $\gamma_{11}(\tau_M)$ spełnia zależność (3.27) przy czym funkcją wzajemnej koherencji w tym przypadku

$$I_{11}(\tau_M) = \left\langle \sum_{M=M_1}^{M_N} \bar{V}_{O1M} \exp[-i\omega(t+\tau_M)] \sum_{M=M_1}^{M_N} \bar{V}_{O2M}^* \exp(i\omega t) \right\rangle$$

gdzie $\tau_M = \frac{r_{2M} - r_{1M}}{v}$ — względny czas opóźnienia różny dla różnych punktów M źródła.

Po wymnożeniu pozostanie

$$I_{11}(\tau_M) = \sum_{M=M_1}^{M_N} \bar{V}_{O1M} \bar{V}_{O2M}^* \exp(-i\omega\tau_M) + \left\langle \sum_{M_\alpha=M_1}^{M_N} \sum_{M_\beta=M_1}^{M_N} \bar{V}_{O1M_\alpha} \bar{V}_{O2M_\beta}^* \exp(-i\omega\tau_M) \right\rangle_{\alpha \neq \beta}$$

Pierwsza suma uwzględnia tylko iloczyny wektorów pochodzących z tych samych punktów źródła pierwotnego natomiast druga iloczyny mieszane. Promieniowania różnych punktów źródła są względem siebie niekoherentne i stąd drugi składnik ma wartość zerową. Ponieważ ponadto z założenia układ dzielący nie powoduje względnych obrotów wektorów optycznych obu źródeł, to wtedy można napisać $\bar{V}_{O1M} = \sqrt{\psi} \bar{V}_{O2M}$, gdzie ψ współczynnik podziału energii na dwie wiązki interferujące i

$$I_{11}(\tau_M) = \frac{1}{\psi} \sum_{M=M_1}^{M_N} I_{1M} \exp(-i\omega\tau_M) = \sqrt{\psi} \sum_{M=M_1}^{M_N} I_{2M} \exp(-i\omega\tau_M)$$

gdzie I_{1M} i I_{2M} intensywności promieniowania odpowiednio punktu M'_1 i M'_2 .

Przechodząc do ciągłego rozkładu intensywności promieniowania źródła ($N \rightarrow \infty$) zgodnie z zależnością (3.27) ostatecznie

$$\gamma_{11}(\tau_M) = \frac{\iint_M I_M \exp(-2\pi i \nu \tau_M) ds_M}{\iint_M I_M ds_M} \quad (3.50)$$

gdzie I_M — gęstość powierzchniowa intensywności promieniowania jednego ze źródeł wtórnych w punkcie M .

Całkowanie przeprowadzone jest po całej powierzchni źródła. Zależności (3.49) i (3.50), podobnie jak (3.42 i (3.28) dla źródła punktowego i nie-

monochromatycznego, rozwiązują problem interferencji dla źródła monochromatycznego i o skończonych wymiarach.

Można ogólnie rozpatrywać zagadnienie źródła jednocześnie niemonochromatycznego i rozciągniętego. Wówczas podstawowe równanie interferencji (3.42) lub (3.49) nie uległoby zmianie, natomiast zespolony stopień koherencji musiałby uwzględniać jednocześnie wpływ chromatyzmu i wymiarów źródła. Chociaż te zjawiska łącznie wpływają na rozkład intensywności w polu interferencji, to ze względów praktycznych wygodniej jest je rozpatrywać niezależnie. Mówi się wtedy o problemie koherencji w czasie i w przestrzeni.

Wyznaczenie zespolonego stopnia koherencji dla źródła rozciągniętego nawet w przypadku stałej wartości I_M w całym obszarze źródła jest zadaniem dosyć złożonym. Z tego powodu ograniczono się tylko do opisu ogólnych wniosków i rozwiązania problemu dla źródła o kształcie kołowym.

Gdyby τ_M było niezależne od M , wtedy z równania (3.50) $\gamma_{11} = \exp(-2\pi i \nu \tau)$ i $|\gamma_{11}| = 1$. Kontrast prążków $C = |\gamma_{11}| = 1$. Źródło światła jest koherentne. Natomiast im większe są zmiany τ_M w obszarze źródła, tym mniejszy będzie ogólnie moduł zespolonego stopnia koherencji i tym mniejszy kontrast prążków.

W celu wyznaczenia wpływu zorientowania wtórnych źródeł na zmiany τ_M oznaczając przez \bar{a}_M (rys. 3.13) promień wektor dowolnego punktu M źródła, można napisać

$$\bar{r}_{1M} = \bar{r}_1 - \bar{a}_{1M}$$

Podnosząc stronami do kwadratu, ponieważ $\bar{r}^2 = r^2$ pozostanie

$$r_{1M} = r_1 \sqrt{1 + \left(\frac{a_{1M}}{r_1}\right)^2 - \frac{2a_{1M}}{r_1} (\bar{r}_1^0 \bar{a}_{1M}^0)}$$

gdzie \bar{r}^0 i \bar{a}_M^0 — wersory wektorów \bar{r} i \bar{a}_M . Jeżeli ograniczymy się do układów, dla których odległości źródeł E'_1 i E'_2 od punktu A będą znacznie większe od wymiarów źródła, wtedy korzystając z rozwinięcia $\sqrt{1 + \varepsilon} = 1 + \varepsilon/2 - \varepsilon^2/8 + \dots$ i pomijając wyrazy zawierające a/r z potęgą wyższą, niż drugą otrzymuje się

$$r_{1M} = r_1 + \frac{a_{1M}^2}{2r_1} - a_{1M}(\bar{a}_{1M}^0 \bar{r}_1^0) - \frac{a_{1M}^2}{2r_1} \bar{r}_1^0 \bar{a}_{1M}^0$$

Analogicznie wyrażenie można napisać dla r_{2M} i stąd, ponieważ źródła wtórne mają te same wymiary to znaczy $a_{1M} = a_{2M} = a_M$, wtedy pozostanie

$$\begin{aligned} \nu \tau_M &= \frac{\nu(r_{2M} - r_{1M})}{v} = \frac{\nu(r_2 - r_1)}{v} - \\ &- \frac{\nu}{v} \left[\frac{a_M^2}{2r_1 r_2} (r_2 - r_1) + \frac{a_M^2}{2r_1 r_2} (r_2 \bar{a}_{1M}^0 \bar{r}_1^0 - r_1 \bar{a}_{2M}^0 \bar{r}_2^0) + a_M(\bar{a}_{2M}^0 \bar{r}_2^0 - \bar{a}_{1M}^0 \bar{r}_1^0) \right] \end{aligned} \quad (3.51)$$

Składnik

$$\nu \tau_0 = \left| \frac{\nu(r_2 - r_1)}{v} \right| = m_0 \quad (3.52)$$

reprezentuje rząd interferencji dla p. A pola odpowiadający punktowi 0 źródła światła. Pozostała część opisuje wpływ wymiarów źródła światła

na zmianę rzędu i można ją oznaczyć przez Δm . Niech chwilowo w ślad za rozważaniami o wpływie chromatyzmu źródła, dopuszczalna zmiana rzędu interferencji dla różnych punktów źródła światła wynosi $\Delta_M \leq 1/4$. Jeżeli odległości r_1 i r_2 są dostatecznie duże, to znaczące wartości w nawiasach kwadratowych może mieć tylko wyraz trzeci i wtedy

$$\left| \frac{na_M(\bar{a}_{2M}^0 \bar{r}_2^0 - \bar{a}_{1M}^0 \bar{r}_1^0)}{\lambda_0} \right| \leq \frac{1}{4}$$

Zgodnie z rysunkiem 3.13 $\bar{a}_{2M}^0 \bar{r}_2^0 = \sin \alpha_2$; oraz $\bar{a}_{1M}^0 \bar{r}_1^0 = \sin \alpha_1$. Wtedy musi być spełnione

$$\left| \sin \frac{\Delta \alpha}{2} \cos \alpha \right| \leq \frac{\lambda_0}{8a_M n} \quad (3.53)$$

gdzie α_i kąt zawarty między prostopadłą \bar{N}_i^0 do płaszczyzny źródła i wersorem \bar{r}_i^0 ($i = 1, 2$).

$$\Delta \alpha = \alpha_2 - \alpha_1$$

$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$. Prawa strona zależności (3.53) w obszarze widzialnym i dla wymiarów źródła rzędu milimetrów jest rzędu 10^{-5} , stąd pomijając skrajne przypadki skośnego ustawienia źródła światła względem punktu A , $\alpha_2 - \alpha_1$ musi być rzędu sekund. Oznacza to praktycznie, że dla rozciągniętych źródeł światła prążki kontrastowe można otrzymać tylko wtedy, jeżeli jest spełnione $\alpha_1 = \alpha_2$, to znaczy jeżeli interferujące promienie wychodzą pod jednakowym kątem ze źródła światła. Powracając do schematu (3.8b), jeżeli źródło E byłoby rozciągnięte, kontrastowe prążki występowałyby w pobliżu punktów A_1 i A_2 , ponieważ dla nich następuje podział tego samego promienia źródła pierwotnego ($\alpha_1 = \alpha_2$), natomiast w zależności od wymiarów źródła w p. B kontrast prążków byłby znacznie niższy niż w A , lub w ogóle prążki nie byłyby widoczne ($C = 0$). Ze względów energetycznych dąży się do jak największych wymiarów źródła i z tego powodu dalej zakłada się, że w układzie interferometrycznym przy stosowaniu rozciągniętych źródeł musi być zawsze spełnione $\bar{a}_{2M}^0 \bar{r}_2^0 = \bar{a}_{1M}^0 \bar{r}_1^0 = \sin \alpha$ wtedy dla takich punktów pola zależność (3.51) można przepisać w postaci

$$v\tau_M = \frac{n(r_2 - r_1)}{\lambda_0} - \frac{a_M^2}{2r_1 r_2} \frac{n(r_2 - r_1)}{\lambda_0} (1 - \sin \alpha) \quad (3.54)$$

Zwykle kąt α jest mały i można jego wpływ w dalszych rozważaniach pominąć, a ponadto odległości punktu A od źródeł są znacznie większe od ich różnicy $r_2 - r_1$. Oznaczając $r = \sqrt{r_1 r_2}$ oraz $\beta_M = a_M/r$, gdzie β_M jest kątową odległością punktu M od środka źródła mierzoną z punktu A (w przybliżeniu jednakowa dla obydwu źródeł), wtedy z uwagi na zależność (3.52) będzie

$$v\tau_M = m_0 \left(1 - \frac{\beta_M^2}{2} \right) \quad (3.55)$$

Podstawiając wzór (3.55) do równania (3.50) i rozwiązując całkę dla najprostszego i najczęściej spotykanego przypadku, kiedy źródło światła ma kształt koła o średnicy kątowej $2\beta_0$ i o stałej intensywności świecenia w całym obszarze, otrzymuje się

$$\gamma_{11} = \text{sinc} \frac{\pi \beta_0^2 m_0}{2} \exp \left[-2\pi i m_0 \left(1 - \frac{\beta_0^2}{4} \right) \right] \quad (3.56)$$

Ze wzoru wynika, że kontrast prążków dla równoenergetycznego podziału wiązek

$$C = |\gamma_{11}| = \text{sinc} \frac{\pi \beta_0^2 m_0}{2} \quad (3.57)$$

A więc wraz ze wzrostem wymiarów źródła światła $2\beta_0$ dla danego rzędu interferencji m_0 następuje spadek kontrastu prążków. Zachowanie kontrastu w przedziale $C \geq 0,9$ narzuca warunek na wymiar źródła światła

$$\beta_0 \leq \frac{1}{\sqrt{2m_0}} \quad (3.58)$$

Ponieważ dla dowolnego punktu M źródła przyrost rzędu interferencji wynikający ze wzrostu jego wymiarów zgodnie z (3.55) wynosi $\Delta m = \beta_M^2 m_0/2$ oznacza to, że warunek (3.58) jest równoznaczny z $\Delta m_{\max} \leq 1/4$.

Równanie interferencji dla równoenergetycznego podziału i kołowego źródła światła zgodnie z równaniem (3.36a) przyjmie teraz postać

$$I_A = 2I_0 \left\{ 1 + \text{sinc} \frac{\pi \beta_0^2 m_0}{2} \cos \left[2\pi m_0 \left(1 - \frac{\beta_0^2}{4} \right) \right] \right\} \quad (3.59)$$

Położenie dowolnego prążka ustalone przez ekstremalne wartości kosinusa, poza $m_0 = 0$, zależy od średnicy źródła światła. Stan interferencji jaki się ustali w punkcie A nie będzie odpowiadał wyznaczonemu rządowi dla środka źródła światła, ale dla punktów M leżących na promieniu widzianym z punktu, w którym zachodzi interferencja pod kątem $\beta = \beta_0/\sqrt{2}$.

Dla innych kształtów źródła światła niż kołowy lub różnych w nim rozkładów intensywności, zależności byłyby bardziej złożone i dla prostoty jako warunek ograniczający wymiar źródła światła przyjmuje się zwykle maksymalną zmianę rzędu interferencji dla dowolnego punktu źródła światła względem jego środka (punkt o minimalnym rządzie interferencji). Dla optymalnych warunków obserwacji nie powinny one przekraczać $1/4$. Dla małych kątów β_0 lub małych rzędów m_0 wpływ wymiarów źródła na położenie prążków można pominąć.

3.2.4. Lokalizacja prążków

Niech będą dwa źródła wtórne E'_1 i E'_2 (rys. 3.14) usytuowane w ustalony sposób w przestrzeni. Gdyby były one punktowe i świeciły światłem monochromatycznym, to w całym obszarze, do którego wysyłana jest przez źródła energia powstałby zmienny w przestrzeni rozkład intensywności. Jego maksima przypadałyby w punktach, dla których rząd interferencji m jest liczbą całkowitą, to znaczy zgodnie z zależnością (3.31) tam, gdzie różnica dróg optycznych

$$|n(r_2 - r_1)| = 2m \frac{\lambda_0}{2} \quad m = 0, 1, 2 \dots \quad (3.60a)$$

jest parzystą wielokrotnością połowy długości fali.

Dla $m = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$ zachodzi warunek minimalnej intensywności. Wprowadzając oznaczenie $m = K + 1/2$, gdzie $K = 0, 1, 2 \dots$ otrzymuje się

$$|n(r_2 - r_1)| = (2K + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad K = 0, 1, 2 \dots \quad (3.60b)$$