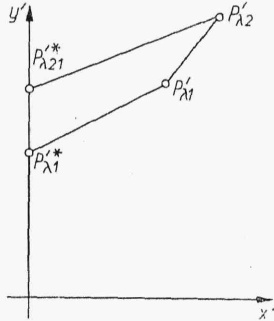


2.6.2. Aberracje chromatyczne

W punkcie 2.6.1. omawiane były aberracje monochromatyczne tzn. aberracje układu dla światła o jednej długości fali. W rzadkich jednak przypadkach źródło światła emituje promieniowanie, które można uznać za monochromatyczne. Zwykle istnieje pewien przedział widma, w którym jest wypromieniowana energia. W tym przypadku przebiegi poszczególnych promieni, a więc i położenie obrazu z uwagi na różne współczynniki załamania, będące funkcją długości fali, są różne.



Rys. 2.72

Niech w płaszczyźnie Gaussa układu dla długości fali λ_1 (rys. 2.72) przez $P'_{\lambda 1}$ oznaczony będzie ślad promienia wychodzącego z punktu P przestrzeni przedmiotowej i przechodzącego przez ustalony punkt źrenicy wejściowej i niech ponadto $P'_{\lambda 2}$ będzie śladem promienia o tych samych współrzędnych początkowych, ale dla długości fali λ_2 . Odległość $P'_{\lambda 1}P'_{\lambda 2}$ nazywać się będzie *aberracją chromatyczną promienia* dla długości fali λ_2 względem λ_1 . Jeżeli $P'_{\lambda 1}^*$ i $P'_{\lambda 2}^*$ są obrazami wyznaczonymi dla przestrzeni przyosiowej (przez $P'_{\lambda 2}^*$ oznaczono ślad promienia głównego pęku dla długości fali λ_2 w płaszczyźnie obrazu dla długości fali λ_1 , gdyż płaszczyzny Gaussa dla obydwu promieniowań monochromatycznych nie muszą się pokrywać), wtedy z rysunku

$$\overline{P'_{\lambda 1}P'_{\lambda 2}} = \overline{P'_{\lambda 1}^*P'_{\lambda 2}^*} + (\overline{P'_{\lambda 2}^*P'_{\lambda 2}} - \overline{P'_{\lambda 1}^*P'_{\lambda 1}})$$

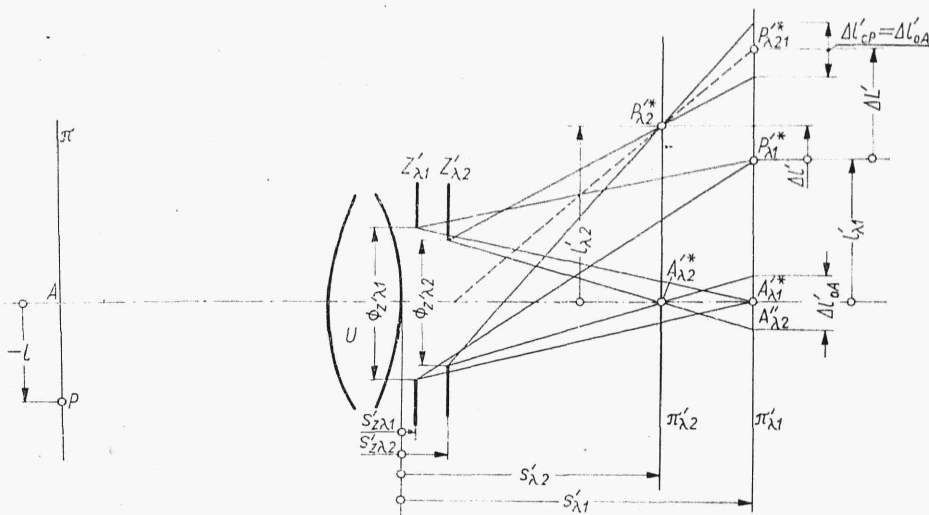
przy czym sumowanie jest geometryczne.

Odległość $P'_{\lambda 2}P'_{\lambda 1}$ ściśle nie jest aberracją promienia dla długości fali λ_2 , gdyż określona jest w płaszczyźnie Gaussa dla długości fali λ_1 , jednak z uwagi na małą odległość (w porównaniu z odległością od źrenicy) tej płaszczyzny od płaszczyzny Gaussa dla λ_2 , różnice są niewielkie i wtedy można powiedzieć; aberracja chromatyczna promienia jest sumą aberracji chromatycznej dla przestrzeni przyosiowej i chromatycznej różnicy aberracji.

Dla małych kątów polowych i aperturowych, kiedy małe są same aberracje promienia, człon zawarty w nawiasie można pominąć (różnica będzie tym bardziej mała). Dla dużych kątów wpływ różnicy chromatycznej aberracji może być istotny, ale w tym przypadku, podobnie jak to było przy wyprowadzaniu własności układu w przestrzeni przyosiowej, czy zależności dla aberracji trzeciego rzędu, dochodzi się do ostatecznego rozwiązania poprzez przybliżenie. Zaniedbuje się przy wstępnym rozważaniu

chromatyzm aberracji i konstruuje się tak układ, aby była skompensowana aberracja chromatyczna dla przestrzeni przyosiowej i monochromatyczna aberracja trzeciego rzędu dla jednej długości fali. Ostateczną korekcję aberracji chromatycznej, podobnie jak monochromatycznej przeprowadza się najczęściej metodą prób, wychodząc z układu skorygowanego metodami przybliżonymi. Z tego powodu dalsze rozważania nad chromatyzmem zostaną ograniczone tylko do przestrzeni przyosiowej.

Niech będzie układ U i źródło światła P leżące w płaszczyźnie π (rys. 2.73). Przez $Z'_{\lambda 1}$, $Z'_{\lambda 2}$ i $\pi'_{\lambda 1}$, $\pi'_{\lambda 2}$ oznaczono odpowiednio żrenice wyjściowe i płaszczyzny Gaussa dla dwóch różnych długości fal. Obrazy doskonałe $P'_{\lambda 1}^*$ i $P'_{\lambda 2}^*$ dla obydwóch długości fal są przesunięte względem siebie przestrzennie i jeżeli w płaszczyźnie $\pi'_{\lambda 1}$ zostanie umieszczony odbiornik, to pęk promieni dla światła o długości fali λ_2 utworzy plamkę, której środek sy-



Rys. 2.73

metrii (ślad promienia głównego) z reguły będzie przesunięty względem obrazu doskonałego dla długości fali λ_1 . Dla źródła A znajdującego się na osi optycznej układu powstanie w płaszczyźnie odbiornika $\pi'_{\lambda 1}$, dla promieniowania o długości fali λ_2 , plamka rozproszenia, o tej samej średnicy co dla punktu P i rozmieszczona symetrycznie względem $A'_{\lambda 1}^*$.

Wynika stąd, że zagadnienie aberracji chromatycznych można rozpatrywać dwójako analizując przyczyny, z powodu których po pierwsze powstaje plamka rozproszenia, a po drugie oś symetrii plamki przesuwają się względem obrazu odniesienia. Aberracja związana z powstawaniem chromatycznej plamki rozproszenia która nie zależy od położenia przedmiotu i dlatego jest zwykle rozważana na osi układu, nazywa się *aberracją chromatyczną położenia* (lub krótko *chromatyzmem położenia*), natomiast aberracja wynikająca z różnicy śladów promieni głównych dla różnych długości fali w płaszczyźnie odbiornika — *aberracją chromatyczną wielkości* lub *powiększenia* (krótko *chromatyzmem wielkości* lub *powiększenia*). Chromatyzm powiększenia jest aberracją połową.

Chromatyzm położenia

Podobnie jak dla aberracji sferycznej rozróżnia się poprzeczny ($A'_{\lambda 1}$ $A'_{\lambda 2}$)

i podłużny chromatyzm położenia ($s'_{11} - s'_{12}$). Średnica chromatycznej plamki rozproszenia zgodnie z rysunkiem wynosi

$$\Delta l'_0 = \frac{\Phi_z'(s'_{11} - s'_{12})}{s' - s'_z} \quad (2.88)$$

Ścisłe biorąc wielkości Φ_z' i $s' - s'_z$ powinny występować z indeksami λ_2 , lecz chromatyczne różnice wielkości średnicy źrenicy wyjściowej i jej odległości od płaszczyzny obrazu mają tu drugorzędne znaczenie i można dla prostoty ich nie wyróżniać.

Aby skorygować aberrację chromatyczną położenia wystarczy spełnić warunek $s'_{11} = s'_{12}$. Zagadnienie to wyglądałoby jednak tak prosto, gdyby źródło światła emitowało energię tylko o dwóch długościach fali. W przeważającej większości przypadków energia świetlna jest wypromieniowana w pewnym ciągłym przedziale widma. Skorygowanie chromatyzmu dla dwóch długości fali nie daje gwarancji właściwej korekcji dla innych długości. Mówi się wtedy o *chromatyzmie wtórnym*. Skompensowanie chromatyzmu dla dwóch długości fali nazywa się *achromatyzacją*, dla trzech *apochromatyzacją*, dla czterech — *superachromatyzacją*. Skorygowane układy optyczne nazywają się wtedy odpowiednio *achromatami*, *apochromatami* lub *superachromatami*.

Wybór długości fal, dla których mają być pokryte płaszczyzny *Gaussa*, nie tylko zależy od przedziału widma, w którym jest emitowana energia przez źródło, ale także od przedziału, w którym reaguje odbiornik i od obszaru widma przenoszonego przez układ. Gdyby nawet dla układu optycznego zbudowanego z elementów szklanych, źródła światła emitowały dostatecznie dalekie promieniowanie nadfioletowe i gdyby został zastosowany odbiornik czuły na to promieniowanie, przy korekcji układu nie byłby brany pod uwagę ten obszar widma, gdyż i tak to promieniowanie nie docierałoby do odbiornika wskutek wcześniejszego pochłonięcia go przez szkło. Dopiero wspólny przedział emisji źródła, przepuszczalności układu i reakcji odbiornika może być podstawą tego wyboru.

Maksimum emisji słońca i czułości siatkówki oka przypada w pobliżu $\lambda_0 = 550$ nm. Ponieważ przy achromatyzacji układów, dąży się do pokrywania płaszczyzn *Gaussa* dla symetrycznie położonych długości fal widma względem długości fali odpowiadającej największej czułości układu, dlatego za achromatyzację wizualną przyjmuje się pokrycie linii $C(\lambda_0 = 656$ nm) i $F(\lambda_0 = 486$ nm) lub $C'(\lambda_0 = 644$ nm) i $F'(\lambda_0 = 490$ nm), zgodnie z oznaczeniami linii *Fraunhofera* (tabl. 1.4). Dla obiektywów fotograficznych, z uwagi na wysoką czułość emulsji światłoczułej w części fioletowej widma, pokrywane są linie $d(\lambda_0 = 588$ nm) i $g(\lambda_0 = 436$ nm). Różnice między achromatyzacją wizualną (krzywa *a*) a fotograficzną (krzywa *b*) zilustrowano na wykresie (rys. 2.74), gdzie przez λ_0 oznaczono długość fali, dla której występuje maksymalna reakcja odbiornika w połączeniu z danym źródłem i układem. Przykładowo będzie to linia *d* lub *e* ($\lambda_0 = 546$ nm) w przyrządach wizualnych, albo linie *F* lub *F'* w obiektywach fotograficznych. Dla tej długości fali korygowane są aberracje monochromatyczne. Linia przerywaną zaznaczono przykład korekcji apochromatycznej dla celów wizualnych (pokrywane są linie *C*, *d* i *F*).

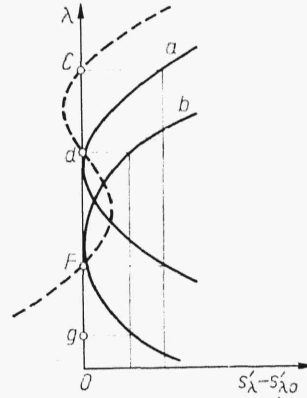
Wyprowadzona zostanie obecnie zależność, umożliwiającą wyznaczenie metodą analityczną podłużnego chromatyzmu położenia dla układu złożonego z *p* soczewek cienkich, znajdujących się w jednorodnym ośrodku ($n = 1$) (rys. 2.75).

Dla soczewki i ($i = 1, 2, \dots, p$) można napisać

$$\frac{1}{s'_i} - \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f'_i} = D_i \quad (2.89)$$

$$s_{i+1} = s'_i - d_{i+1} \quad (2.90)$$

$$\frac{h_i}{h_{i+1}} = \frac{s'_i}{s_{i+1}} \quad (2.91)$$

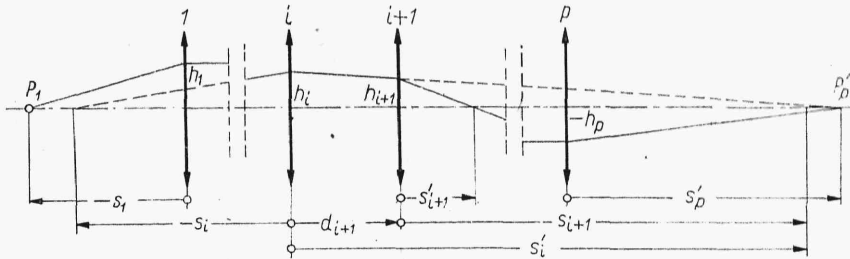


Rys. 2.74

Oznaczając przez $\Delta a = a_{\lambda 1} - a_{\lambda 2}$ różnicę chromatyczną wielkości a dla (2.89) i (2.90) będzie

$$-\frac{\Delta s'^2_i}{s'^2_i} + \frac{\Delta s^2_i}{s^2_i} = \Delta D_i \quad (2.92)$$

$$\Delta s_{i+1} = \Delta s'_i \quad (2.93)$$



Rys. 2.75

Z równań (2.92) i (2.93) po uwzględnieniu zależności (2.91) będzie

$$-\left(\frac{h_i}{h_1}\right)^2 \frac{\Delta s'_i}{s'^2_i} = \left(\frac{h_i}{h_1}\right)^2 \Delta D_i + \left[-\left(\frac{h_{i-1}}{h_1}\right)^2 \frac{\Delta s'_{i-1}}{s'^2_{i-1}} \right] \quad (2.94)$$

Jest to wzór rekurencyjny pozwalający wyznaczyć podłużny chromatyzm po soczewce i , jeżeli znana jest jego wartość po $i-1$. Rozpisując wyrażenia

dla $i = p, p-1 \dots 2, 1$ i kolejno je podstawiając; ponieważ $\Delta s_1 = 0$ otrzymuje się

$$-\left(\frac{h_p}{h_1}\right)^2 \frac{\Delta s'_p}{s_p'^2} = \sum_{i=1}^p \left(\frac{h_i}{h_1}\right)^2 \Delta D_i \quad (2.95)$$

$$\text{Ale } D_i = (n_i - 1) \left(\frac{1}{r_{1i}} - \frac{1}{r_{2i}} \right)$$

stąd

$$\frac{\Delta D_i}{D_i} = \frac{\Delta n_i}{n_i - 1} = \frac{1}{\nu_i} \quad (2.96)$$

gdzie ν_i — współczynnik dyspersji materiału, z którego jest zbudowana soczewka i (p. 1.2.3).

Po podstawieniu wyrażenia (2.96) do (2.95) ostatecznie będzie

$$-\left(\frac{h_p}{h_1}\right)^2 \frac{\Delta s'_p}{s_p'^2} = \sum_{i=1}^p \left(\frac{h_i}{h_1}\right)^2 \frac{D_i}{\nu_i} \quad (2.97)$$

Warunkiem korekcji chromatyzmu położenia jest $\Delta s'_p = 0$. Na wielkość chromatyzmu położenia nie ma wpływu kształt soczewek, a jedynie ich rozmieszczenie, moc D_i i współczynnik dyspersji materiału. Stąd konstrukcja układu optycznego rozpoczyna się między innymi od korekcji chromatyzmu przez ustalenie mocy poszczególnych elementów i materiałów z jakich muszą być zbudowane. Następnym krokiem jest dobieranie kształtów soczewek (ustalenie promieni krzywizn), które zapewniłyby właściwą korekcję aberracji monochromatycznych.

Jeżeli dla przykładu rozpatrywana będzie achromatyzacja układu dwóch soczewek cienkich, stojących blisko siebie, dla których zgodnie z rysunkiem $p = 2$, $d_2 = 0$ i $h_2 = h_1$ wtedy ze wzoru (2.97)

$$\frac{D_1}{\nu_1} + \frac{D_2}{\nu_2} = 0 \quad (2.98)$$

Zgodnie z warunkiem (2.38) $D = D_1 + D_2$, gdzie D moc całego układu, i po rozwiązaniu układu dwu równań mamy

$$D_1 = \frac{\nu_1}{\nu_1 - \nu_2} D \quad (2.99a)$$

$$D_2 = -\frac{\nu_2}{\nu_1 - \nu_2} D \quad (2.99b)$$

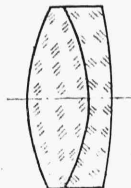
Wynika stąd, że $\frac{D_1}{D_2} = -\frac{\nu_1}{\nu_2} < 0$, ponieważ $\nu_1 > 0$ i $\nu_2 > 0$. Aby uzyskać achromatyzację układu obie soczewki muszą być wykonane z różnych materiałów ($\nu_1 \neq \nu_2$) i mieć moc o różnoimiennych znakach. Dąży się do tego, aby $|\nu_1 - \nu_2|$ miało dużą wartość, gdyż wtedy dla danego D wystarczą mniejsze moce soczewek składowych, co ułatwia korekcję aberracji monochromatycznych.

Dla przykładu niech $D = 1 \frac{1}{m}$ i niech pierwsza soczewka będzie zbudowana ze szkła kronowego BK 516-64 ($n_d = 1,516$, $\nu_d = 64$), a druga flintowego CF 755-27 ($n_d = 1,755$, $\nu_d = 27,5$). Jeżeli obiektyw ma służyć do

celów wizualnych, to można do obliczeń zastosować bezpośrednio współczynniki dyspersji podane w katalogu, ponieważ $\nu_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$ i wtedy

$$D_1 = \frac{64}{64 - 27,5} \frac{1}{m} = 1,753 \frac{1}{m}, \quad D_2 = -\frac{27,5}{36} \frac{1}{m} = -0,753 \frac{1}{m}$$

Przykładowy układ achromatyczny z zastosowaniem klejenia obu soczewek (pierwsza kronowa, druga flintowa) pokazano na rys. 2.76. Kształt układu wynika z korekcji aberracji monochromatycznych.



Rys. 2.76

Dla tego układu zachromatyzowanego dla linii F i C można obliczyć wtórny chromatyzm dla fali o długości pośredniej λ , przez wyznaczenie chromatycznej różnicy dla długości fali λ i F (lub C). Ze wzoru (2.97) będzie

$$-\frac{s'_{2F} - s'_{2\lambda}}{s'^2_2} = \frac{D_1}{\frac{n_{1d} - 1}{n_{1F} - n_{1\lambda}}} + \frac{D_2}{\frac{n_{2d} - 1}{n_{2F} - n_{2\lambda}}} = -\frac{\delta s'_2}{s'^2_2}$$

Podstawiając teraz zależności (2.99) oraz uwzględniając (1.21) ostatecznie pozostanie

$$-\frac{\delta s'_2}{s'^2_2} = \frac{N_1 - N_2}{\nu_1 - \nu_2} D \quad (2.100)$$

gdzie $N = \frac{n_F - n_\lambda}{n_F - n_C}$ — *względny współczynnik dyspersji* (p. 1.2.3). Obliczając wtórny chromatyzm dla linii e z katalogu dla wyżej wymienionych szkieł: $N_1 = 0,455$, $N_2 = 0,475$ i stąd $\delta s'_2 = s'^2_2 \cdot 0,00055 D$. Jeżeli przedmiot znajduje się w nieskończoności wtedy $s'_2 = f' = 1/D$ i $\delta s'_2 = 0,00055 f'$.

Z zależności (2.100) wynika, że w celu skorygowania chromatyzmu wtórnego powinno się dążyć przy doborze szkieł do jak najmniejszej wartości stosunku $\frac{N_1 - N_2}{\nu_1 - \nu_2}$. Jednak dla dowolnych kombinacji większości szkieł optycznych wartość ta nie ulega istotnemu zmniejszeniu. Jak wykazał Herzberger [10] dla tych szkieł, nazywanych przez niego *zwykłymi*, względny współczynnik dyspersji N i współczynnik dyspersji ν spełniają zależność

$$N = A_1(\lambda)\nu + A_2(\lambda)$$

gdzie A_1 i A_2 są uniwersalnymi stałymi niezależnymi od szkła. Zastosowanie dopiero jednego ze szkieł specjalnych (np. CF 785-26 według katalogu J.W.O.), których parametry dyspersyjne N i ν odbiegają z definicji

od podanej zależności pozwala skorygować widmo wtórne. Im większe odstępstwo wartości względnego współczynnika dyspersji od obliczonego według podanej zależności, tym apochromatyzację układu można osiągnąć przy mniejszych mocach soczewek składowych. Z tego powodu szczególnie cennym materiałem do tego celu jest fluoryt. Kryształ ten jest jednak trudno obrabialny oraz mało odporny na warunki atmosferyczne.

Chromatyzm wielkości (powiększenia)

Pod pojęciem chromatyzmu powiększenia zwykle rozumie się różnicę powiększeń wyznaczonych w płaszczyznach *Gaussa* dla dwóch długości fali, to znaczy zgodnie z rys. 2.73

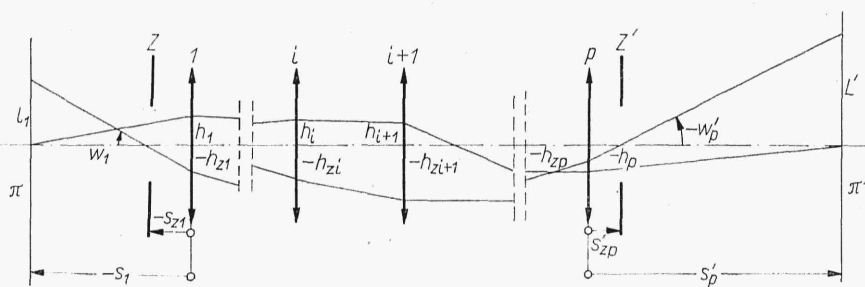
$$\frac{\Delta l'}{l'} = \frac{l'_{\lambda 2} - l'_{\lambda 1}}{l'_{\lambda 1}} = \frac{\frac{l'_{\lambda 2}}{l} - \frac{l'_{\lambda 1}}{l}}{\frac{l'_{\lambda 1}}{l}} = \frac{\beta_{\lambda 2} - \beta_{\lambda 1}}{\beta_{\lambda 1}}$$

Jednak definicja ta nie wystarcza do opisania przesunięcia, względnego obrazów dla dwóch długości fali w płaszczyźnie odbiornika, to znaczy odcinka $P_{121}^* P_{122}^* = \Delta L'$. Tylko w szczególnym przypadku, gdy skorygowany jest chromatyzm położenia dla tych długości fal ($s'_{11} = s'_{12}$) istnieje równość $\Delta L' = \Delta L$. Ogólnie biorąc układ nie musi być achromatyczny. Dla odróżnienia odcinek $\Delta L'$ będzie nazywany dalej *chromatyzmem wielkości* (często spotyka się nazwę *pozorny chromatyzm powiększenia*); jest on uogólnieniem pojęcia *chromatyzm powiększenia*.

Chromatyzm wielkości jest odległością punktów przebiecia ustalonej płaszczyzny odbiornika przez promienie główne dla dwóch długości fali. Dla p soczewek cienkich, ponieważ według rys. 2.77 $L' = (s'_{zp} - s'_p) w'_p$ biorąc różniczkę $\Delta L'$ dla $s'_p = \text{const}$ po dość złożonych przekształceniach [4], można wyprowadzić następującą zależność

$$\frac{\Delta L'}{L'} = \frac{s_1 s_{z1}}{s_1 - s_{z1}} \sum_{i=1}^p \frac{h_i}{h_1} \frac{h_{zi}}{h_{z1}} \frac{D_i}{r_i} \quad (2.101)$$

gdzie: s_1 i s_{z1} — odległości przedmiotu i źrenicy wejściowej od pierwszej soczewki, h_i — wysokość padania promienia aperturowego na soczewkę i , h_{zi} — wysokość padania promienia polowego na tę soczewkę.



Rys. 2.77

Wzór ten jest słuszny dla soczewek cienkich i z uwagi na rozważania chromatyzmu w przestrzeni przyosiowej poprawny dla małych kątów.

Chromatyzm wielkości, podobnie jak i położenia nie zależy od kształtu soczewki. Poza tym prawa strona wzoru (2.101) nie zależy od położenia przedmiotu w polu widzenia i stąd

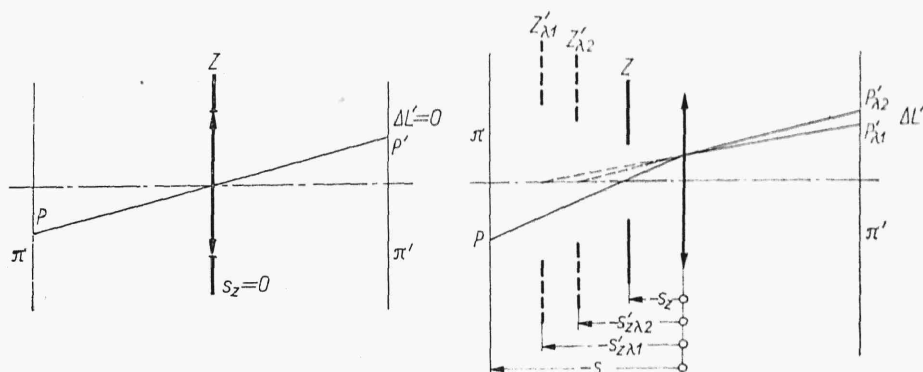
$$\Delta L' = L' G \quad (2.102)$$

gdzie G — jest stałą zależną tylko od parametrów konstrukcyjnych układu optycznego. Wymiar plamki rozproszenia chromatyzmu wielkości rośnie więc z pierwszą potęgą kąta pola.

Dla pojedynczej soczewki ze wzoru (2.101)

$$\frac{\Delta L'}{L'} = \frac{s_1 s_{z1}}{s_1 - s_{z1}} \cdot \frac{D_1}{\nu_1}$$

Jeżeli źrenica leży w płaszczyźnie soczewki ($s_{z1} = 0$), wówczas nie wprowadza ona chromatyzmu wielkości (rys. 2.78).



Rys. 2.78

Dla dwóch soczewek cienkich stojących blisko siebie, dla których będzie $h_1 = h_2$, $h_{z1} = h_{z2}$ otrzymuje się

$$\frac{\Delta L'}{L'} = \frac{s_1 s_{z1}}{s_1 - s_{z1}} \left(\frac{D_1}{\nu_1} + \frac{D_2}{\nu_2} \right)$$

Jeżeli w układzie takim skorygowany jest chromatyzm położenia (spełniony warunek 2.98), to układ również jest wolny od chromatyzmu wielkości.

Aberracje chromatyczne w szczególnych przypadkach

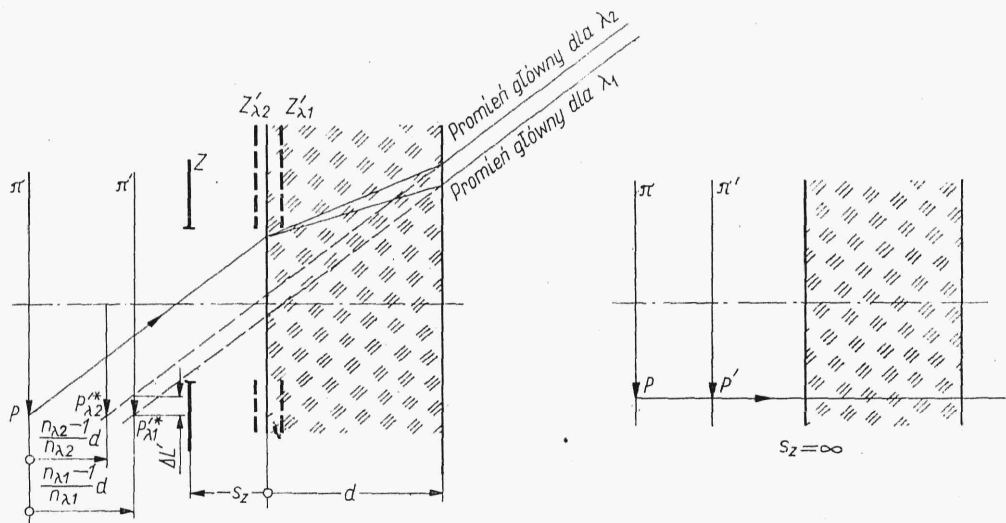
Płytką płasko-równoległą. Z warunku (2.53) wynika

$$\Delta s_2' = \frac{d \Delta n}{n^2} = \frac{n-1}{n^2} \frac{d}{\nu}$$

Jest to podłużny chromatyzm położenia płytki. Ale zgodnie z (2.53) dla $s_1 \rightarrow \infty$ również $s_2' \rightarrow \infty$ niezależnie od wartości współczynnika załamania. Oznacza to, że dla przedmiotów nieskończenie odległych płytka nie wnosi aberracji chromatycznej położenia. Jeżeli s_1 ma wartości skończone, to ponieważ dla $n > 1$ również $\Delta s_2' > 0$ to zgodnie z wzorem (2.97) płytka wprowadza chromatyzm soczewki ujemnej.

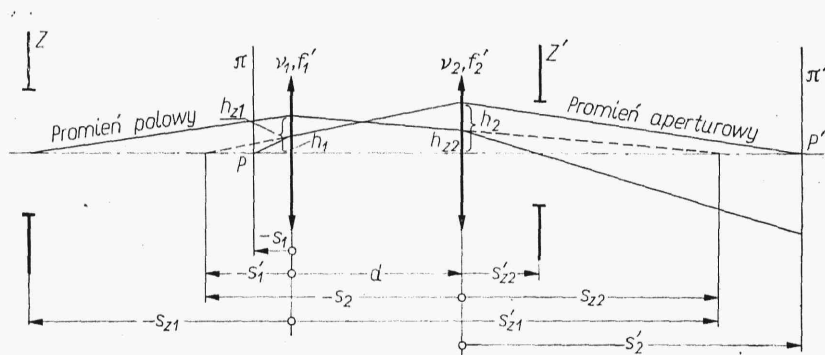
Dla płytki spełnione jest zawsze $\beta = 1$, niezależnie od wartości n , a więc chromatyzm powiększenia jest zawsze skorygowany. Natomiast,

jak to wynika z rys. 2.79, z reguły płytki wnosi chromatyzm wielkości z wyjątkiem przypadku, kiedy źrenica leży w nieskończoności (telecentryczny bieg promienia). Przez π na rysunku oznaczono płaszczyznę przedmiotu, a π' płaszczyznę sprzężoną przez układ stojący za płytką z płaszczyzną odbiornika.



Rys. 2.79

Zwierciadło. Ponieważ dla zwierciadła jest spełniony warunek $n' = -n$ nie wnosi ono aberracji chromatycznej. Z tego powodu nadaje się do pracy w szerokim zakresie widma. Szczególne zastosowanie mają zwierciadła w obszarach, które są pochłaniane przez szkło optyczne (w nadfiolecie). Przedział widma, w którym następuje odwzorowanie przedmiotu jest określony tylko przez właściwości odbijające zwierciadła, które z reguły są różne dla różnych długości fali.



Rys. 2.80

Korekcja chromatyizmu wielkości w dublecie o małym otworze względnym. Niech będzie układ (rys. 2.80) złożony z dwóch soczewek cienkich znajdujących się w odległości d od siebie, w którym z uwagi na mały otwór można nie uwzględniać wpływu

chromatyzmu położenia. Promienie polowe i aperturowe zaznaczono na rysunku. Korzystając z zależności $1/s' - 1/s = 1/f'$ można napisać

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{s_2}{s'_1} = \frac{s_2}{s_2 + d} = \frac{f'_2}{f'_2 - d + \frac{df'_2}{s'_2}}$$

$$\frac{h_{z2}}{h_{z1}} = \frac{s_{z2}}{s'_{z1}} = \frac{s'_{z1} - d}{s'_{z1}} = \frac{f'_1 - d}{f'_1} - \frac{d}{s_{z1}}$$

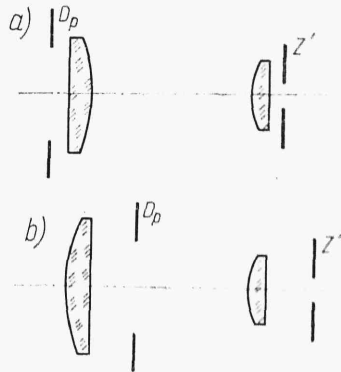
Zgodnie z wzorem (2.101) dla dubletu

$$\frac{1}{f'_1 v_1} + \frac{h_2}{h_1} \frac{h_{z2}}{h_{z1}} \frac{1}{f'_2 v_2} = 0 \quad (2.103)$$

Po podstawieniu i uporządkowaniu ostatecznie będzie

$$d = \frac{f'_1 + \frac{v_2}{v_1} f'_2}{1 + \frac{f'_1}{s_{z1}} + \frac{v_2}{v_1} \left(1 - \frac{f'_2}{s'_2}\right)} \quad (2.104)$$

Przy spełnieniu tej zależności układ dwóch soczewek cienkich jest wolny od chromatyzmu wielkości.



Rys. 2.81

Warunki małego otworu względnego spełniają okulary mikroskopowe, dla których $s'_2 = \infty$ oraz przyjmuje się $v_1 = v_2$ (obie soczewki są wykonane z tego samego materiału). Wtedy dla skorygowania chromatyzmu wystarczy aby

$$d = \frac{f'_1 + f'_2}{2 + \frac{f'_1}{s_{z1}}} \quad (2.105)$$

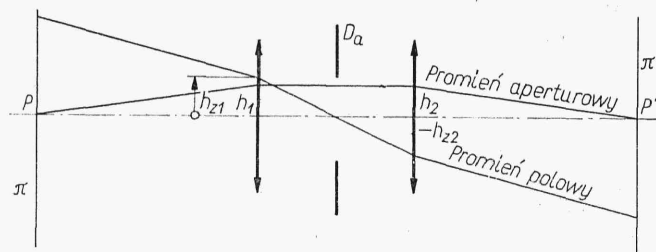
Żrenica wejściowa okularu leży w obiektywie mikroskopu, a jej odległość s_{z1} kilkakrotnie przewyższa ogniskową pierwszej soczewki. Stąd często wystarczy przyjąć

$$d = \frac{f'_1 + f'_2}{2} \quad (2.106)$$

Na rys. 2.81 podano dwa rozwiązania stosowane w praktyce. Pierwsze (rys. 2.81a) jest *okularem Ramsdena* ($f'_1 = f'_2 = f' = d$), drugie (rys. 2.81b) *okularem Huygensa* ($f'_1 = 2f'_2 = 1,5 f' \quad d = 9/8 f'$). Przez D_p oznaczono położenie przysłony połowej (płaszczyzna rzeczywistego obrazu), a przez Z' — położenie źrenicy wyjściowej. Kształt soczewki wynika z korekcji aberracji monochromatycznych. Okular *Ramsdena* jest rozwiązaniem rzadziej stosowanym, gdyż przedmiot pokrywa się z pierwszą powierzchnią okularu i w związku z tym musi mieć ona wysoką czystość, gdyż wszelkie jej zanieczyszczenia są widoczne razem z przedmiotem.

Przytoczone tu rozwiązania konstrukcyjne okularów spełniają zależność (2.106) jednak przy dokładnej korekcji nie można pominąć wpływu położenia źrenicy wejściowej s_{z1} , uwzględnionej w zależności (2.105).

Dla układu symetrycznego, w którym $f'_1 = f'_2$, $v_1 = v_2$, przysłona aperturowa znajduje się w środku układu oraz powiększenie poprzeczne układu dla płaszczyzny przedmiotu wynosi $\beta = -1$ (rys. 2.82) wtedy $h_2 = h_1$,



Rys. 2.82

$h_{z2} = -h_{z1}$ i warunek (2.103) jest zawsze spełniony, niezależnie od parametrów układu. Można zresztą udowodnić warunek ogólniejszy, że układy symetryczne (symetria dotyczy budowy, przebiegu promieni aperturowych i połowych) są pozbawione chromatyzmu wielkości, a także komy i dystorsji. Ostatnie dwa warunki wynikają z rozważań nad współczynnikiem *Seidela* dla tych aberracji.

Pryzmat i klin. W punkcie 2.4.4. zostały wyznaczone zależności kątowe przebiegu promieni przez pryzmat dla ustalonej długości fali. Wynika z nich, że dla $n > 1$ wraz ze wzrostem współczynnika załamania wzrasta również kąt odchylenia promieni przez pryzmat. Oznacza to, że w obszarach dyspersji normalnej promieniowanie o większej długości fali będzie mniej odchylone przez pryzmat. W ten sposób chromatyzm pryzmatu pozwala rozdzielić promieniowanie o różnych długościach fal, co zostało wykorzystane w przyrządach spektralnych, między innymi do wyznaczania składu chemicznego źródła pobudzanego do świecenia. Zasadę pracy pryzmatycznego przyrządu spektralnego zilustrowano na rys. 2.83.

Niech źródło światła P znajduje się w ognisku przedmiotowym układu doskonałego K . Promienie wychodzące z P w przestrzeni obrazowej układu będą tworzyły pęk promieni równoległych realizujący obraz punktu leżący w nieskończoności. Układ taki nazywany jest *kolimatorem*. Promieniowanie o długości fali λ_1 odchylone o kąt $\delta_{\lambda 1}$ utworzy za pryzmatem również pęk promieni równoległych, który zostanie skupiony w punkcie $P'_{\lambda 1}$ płaszczyzny ogniskowej układu 0. Dla innej długości fali λ_2 pęk równoległy odchylony o kąt $\delta_{\lambda 2}$, utworzy obraz w punkcie $P'_{\lambda 2}$. W ten sposób w płaszczyźnie ogniskowej π' zostanie otrzymany zbiór obrazów P'_λ dla promieniowania o długościach fal emitowanych przez źródło.

Przyrównując $\Delta\delta$ do zera i rozwiązując układ równań otrzymuje się warunek podobny do warunku achromatyzacji układu dwóch soczewek

$$\delta_1 = \delta \frac{\nu_1}{\nu_1 - \nu_2} \quad (2.113a)$$

$$\delta_2 = -\delta \frac{\nu_2}{\nu_1 - \nu_2} \quad (2.113b)$$

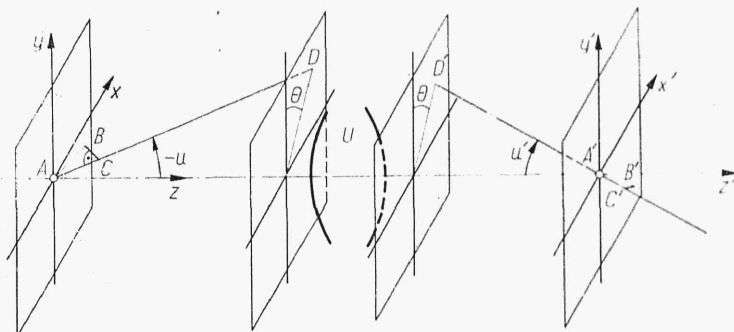
Realizację klina achromatycznego pokazano na rys. 2.86.

Podobnie jak dla układów soczewkowych można tu również rozpatrywać zagadnienie korekcji chromatyzmu wtórnego.

2.6.3. Stygmatyczne odwzorowanie elementu przestrzennego

Na zakończenie rozważań dotyczących aberracji układu optycznego zostaną wyprowadzone ogólne prawa przekształceń dla układów rzeczywistych, które na podstawie własności przekształceń dla danego punktu przestrzeni pozwolą sądzić o przekształceniu w jego punktach sąsiednich.

Niech osiowy punkt A będzie odwzorowany stygmatycznie przez układ optyczny U i niech A' będzie obrazem tego punktu (rys. 2.87). Powstaje



Rys. 2.87

pytanie, jakie warunki należy spełnić, aby sąsiedni punkt B również spełnił wymagania przekształcenia stygmatycznego? Aby wyznaczyć te warunki zakłada się w punktach A i A' układy współrzędnych prostokątnych, przy czym osie z i z' pokrywają się z osią optyczną, a płaszczyzny yz z płaszczyzną $y'z'$. Bez utraty ogólności rozważań można założyć, że sąsiedni punkt B leży poza osią optyczną w płaszczyźnie yz i jeżeli punkt B' jest jego obrazem stygmatycznym, to z uwagi na obrotową oś symetrii musi on leżeć w płaszczyźnie $y'z'$.

Z warunku stygmatyczności drogi optyczne między punktami A i A' oraz B i B' są stałe i niezależne od wybranego promienia (p. 2.1.2). Niech $ADD'A'$ będzie dowolnym promieniem przechodzącym przez układ. Prowadząc z punktów B i B' prostopadłe BC i $B'C'$ do promienia, z uwagi na małe odległości można uważać, że BC i $B'C'$ są geometrycznymi czołami fali związanymi z promieniem ADA' i droga optyczna $[BB']$ równa jest drodze $[CC']$ branej po wspomnianym promieniu. Wtedy

$$[BB'] - [AA'] = [BB'] - [ADA'] = [CDC'] - [ADA'] = n'AC' - nAC = I$$

gdzie: n i n' — współczynniki załamania przestrzeni przedmiotowej i obrazowej.