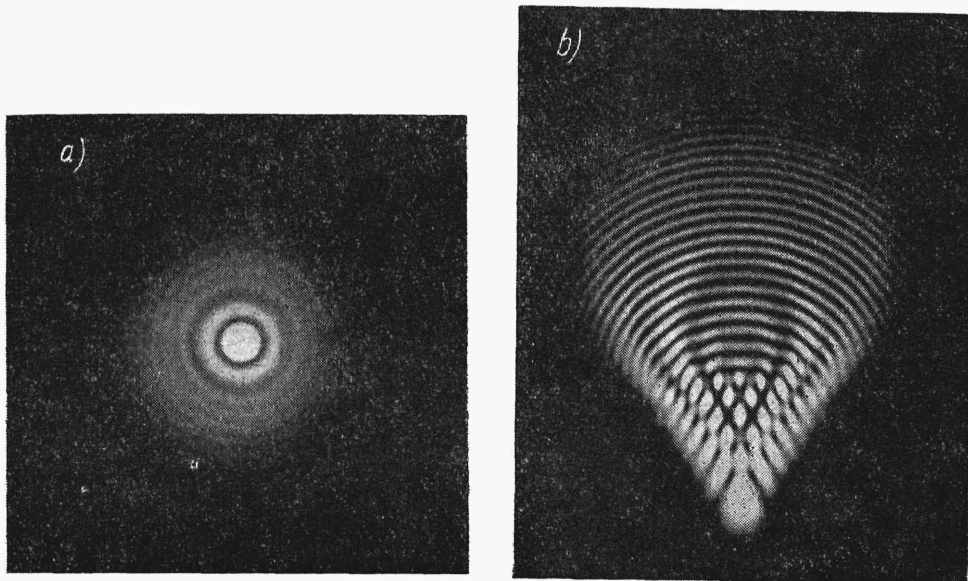


Podsumowując dotychczasowe rozważania należy podkreślić, że obraz punktowego źródła światła dany przez dowolny układ nigdy nie będzie punktem. Będzie to zawsze plamka o dość złożonym rozkładzie intensywności, zależnym od wymiarów i kształtu źrenicy układu oraz jego aberracji. Obszar plamki będzie malał wraz ze wzrostem wymiarów źrenicy i zmniejszaniem się aberracji. Najwyższe skupienie energii w obrazie punktu dla danej źrenicy występuje wtedy, gdy układ jest bezaberracyjny.



Rys. 3.51

Można stąd wyciągnąć pewne wnioski o ścisłości rozważań opartych na przybliżonych prawach optyki geometrycznej. Z tych ostatnich wynika, że rozkład intensywności w obrazie punktu tym bardziej zbliża się do punktowego, im mniejsze są aberracje. A więc korygowanie aberracji geometrycznych ogólnie poprawia jakość odwzorowania obrazu punktu. Ponadto za pomocą praw optyki geometrycznej można wyznaczyć dość dokładnie położenie płaszczyzn najlepszego odwzorowania, ale zwłaszcza dla układów o małych aberracjach, nie można opisać rozkładu intensywności w płaszczyźnie obrazu. W tym ostatnim przypadku rozważania należy prowadzić na gruncie optyki falowej.

3.3.4. Siatki dyfrakcyjne

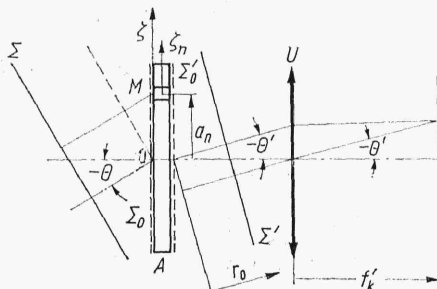
Niech na siatkę dyfrakcyjną A (rys. 3.52), będącą ogólnie periodycznym zbiorem pewnych elementów (np. układu szczelin) pada fala płaska Σ o stałej amplitudzie $V_{0\Sigma}$ i fazie Φ tzn. $V_\Sigma = V_{0\Sigma} \exp(i\Phi)$. Fala docierając do siatki w jej płaszczyźnie będzie miała stałą amplitudę, ale różną fazę z uwagi na pochylenie Σ względem A . Falę padającą Σ_0 w bieżącym punkcie $M(\zeta)$ płaszczyzny siatki można zapisać wtedy w postaci

$$V_{\Sigma 0} = V_\Sigma \exp(-ik\zeta \sin \Theta) \quad (3.104)$$

Fala wychodząca Σ'_0 będzie spełniała równanie

$$V_{\Sigma'_0} = G(\zeta) V_{\Sigma_0} \quad (3.105)$$

gdzie funkcja $G(\zeta)$, zwana *funkcją transmisji siatki*, opisuje jej wpływ na amplitudę i fazę fali padającej.



Rys. 3.52

Jeżeli siatka jest *typu absorpcyjnego*, np. w przypadku układu szczelin, kiedy wpływa ona tylko na amplitudę fali padającej, wówczas funkcja G jest funkcją rzeczywistą, jeżeli natomiast dodatkowo lub tylko na fazę — funkcją zespoloną.

Chcąc ustalić amplitudę i fazę T_A w dowolnym punkcie A przestrzeni pochodzącą od czoła fali Σ'_0 należałoby wyznaczyć wartość całki zgodnie z zależnością (3.78), gdzie r jest odległością tego punktu od dowolnego punktu czoła fali. Dla prostoty wyznaczmy tylko zaburzenie w punkcie nieskończenie odległym, którego położenie określone jest przez kąt Θ' , wówczas $r = r_0 + \zeta \sin \Theta'$, gdzie r_0 jest odległością czoła fali odniesienia Σ' prostopadłego do wyznaczonego kierunku i przechodzącego przez punkt $\zeta = 0$. Z uwagi na to, że $r_0 \gg |\zeta \sin \Theta'|$, można przyjąć $V_{\Sigma'_0}/r \approx V_{\Sigma'_0}/r_0$ i równanie (3.78) przepisać w postaci

$$T = \frac{\exp(ikr_0)}{r_0} K(\Theta') \int_{\Sigma'_0} V_{\Sigma'_0} \exp(ik\zeta \sin \Theta') dS$$

Jeżeli siatka ma strukturę jednokierunkową, np. zmienną tylko w kierunku osi ζ wówczas całkę po powierzchni można zastąpić przez całkę tylko po osi i po uwzględnieniu zależności (3.104) oraz (3.105) napisać

$$T(p) = A \int_{-\infty}^{\infty} G(\zeta) \exp(ik\zeta p) d\zeta \quad (3.106)$$

gdzie

$$A = V_{\Sigma} \frac{\exp(ikr_0)}{r_0} K(\Theta') \quad (3.107)$$

jest wielkością niezależną od własności siatki;

$$p = \sin \Theta' - \sin \Theta \quad (3.108)$$

A więc zgodnie z równaniem (3.106) rozkład amplitud i faz w punktach nieskończenie odległych, których położenie zdefiniowane jest przez kąt

θ' , wyznaczony jest z przekształcenia *Fouriera* funkcji transmisji siatki $G(\zeta)$. Zaburzenie to można rejestrować w płaszczyźnie ogniskowej układu U .

Ponieważ siatka dyfrakcyjna jest zbiorem jednakowych elementów, rozpatrzmy dowolny n -ty element ($n = 1, 2 \dots N$), dla którego wprowadzony jest lokalny układ współrzędnych ζ_n , przy czym $\zeta = a_n + \zeta_n$. Oznaczając funkcję transmisji takiego elementu przez $G_n(\zeta_n)$, wtedy z wyrażenia (3.106)

$$T(p) = A \sum_{n=1}^N \exp(ika_n p) \int_{G_n} G_n(\zeta_n) \exp(ik\zeta_n p) d\zeta_n \quad (3.109)$$

gdzie całkowanie przeprowadzone jest po elemencie n , natomiast sumowanie po N elementach.

Ponieważ wszystkie elementy są jednakowe, to

$$G_n(\zeta_n) = G_0(\zeta_0)$$

o ile $\zeta_n = \zeta_0$, dla $n = 1, 2, \dots N$ i oznaczając przez

$$T_0(p) = \int_{G_n} G_n(\zeta_n) \exp(-ik\zeta_n p) d\zeta_n \quad n = 0, 1, 2, \dots N \quad (3.110)$$

wtedy (3.108) przyjmie postać

$$T(p) = AT_0 \sum_{n=1}^N \exp(ika_n p) \quad (3.111)$$

T_0 przedstawia rozkład amplitud i faz pochodzących od jednego elementu, natomiast suma ujmuje wpływ rozmieszczenia tych elementów w siatce.

Jeżeli narzucony zostanie warunek periodyczności rozkładu elementów przez

$$a_n = (n-1)d \quad n = 1, 2 \dots N \quad (3.112)$$

gdzie d jest stałą siatki, wówczas

$$T(p) = AT_0 \sum_{n=1}^N \exp[ik(n-1)dp] = AT_0 \frac{1 - \exp(iNkdp)}{1 - \exp(ikdp)}$$

A intensywność

$$\begin{aligned} I(p) &= AA^* T_0 T_0^* \frac{[1 - \exp(iNkdp)][1 - \exp(-iNkdp)]}{[1 - \exp(ikdp)][1 - \exp(-ikdp)]} = \\ &= I_0(p) \frac{1 - \cos Nkdp}{1 - \cos kdp} \end{aligned}$$

gdzie $I_0(p) = AA^* T_0 T_0^*$ jest rozkładem intensywności pochodzącym od jednego elementu. I ostatecznie ponieważ $1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \alpha/2$ wprowadzając oznaczenie

$$\left[\frac{\sin Nx}{\sin x} \right]^2 = H(N, x) \quad (3.113)$$

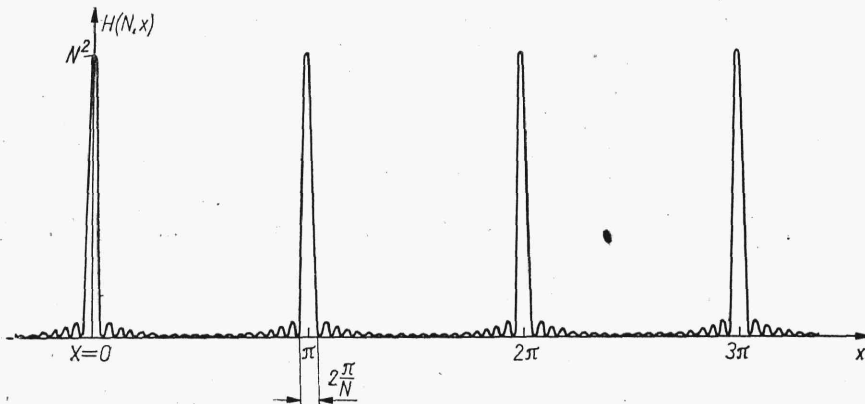
pozostanie

$$\boxed{I(p) = I_0(p) H\left(N, \frac{kdp}{2}\right)} \quad (3.114)$$

Rozkład intensywności dany przez siatkę dyfrakcyjną w płaszczyźnie ogniskowej układu U jest iloczynem rozkładu intensywności $I_0(p)$ wyznaczonego dla jednego elementu siatki, przez funkcję zależną od liczby elementów i ich rozkładu (H).

Wykres funkcji $H(N, x)$ pokazano na rys. 3.53. Główne maksima funkcji ($H_{max} = N^2$) zachodzą dla $\sin(kdp/2) = 0$, to znaczy zgodnie z równaniem (3.108), ponieważ $k = 2\pi/\lambda$, wtedy gdy

$$p = \sin \Theta' - \sin \Theta = \frac{\lambda}{d} m \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (3.115)$$



Rys. 3.53

Maksima wtórne występują wtedy gdy $\sin(Nkdp/2) = \pm 1$. Ich intensywność jest znacznie mniejsza od intensywności maksimów głównych, np. pierwsze wtórne maksimum jest rzędu 4% maksimum głównego.

Dla siatki amplitudowej (rys. 3.54) złożonej z układu równoległych szczelin o szerokości s zgodnie z rozważaniami p. 3.3.2 funkcja $I_0(p)$ ma postać

$$I_0(p) = I_{00} \sin^2 \frac{ksp}{2}$$

gdzie I_{00} jest intensywnością dla $p = 0$. Na rys. 3.55 naniesiony jest rozkład intensywności dla takiej siatki zgodnie z równaniem (3.114). Linia cienką zaznaczona jest funkcja $I_0(p)$.

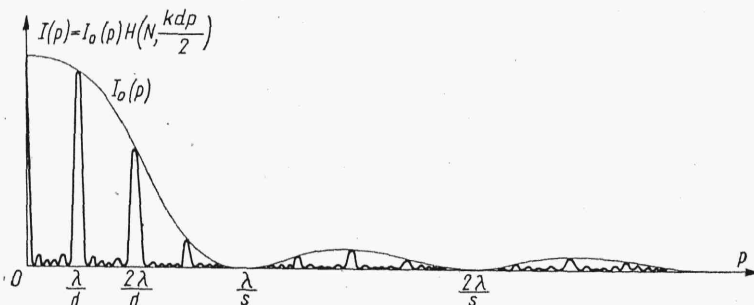


Rys. 3.54

Za pomocą siatek dyfrakcyjnych, podobnie jak pryzmatów, można budować przyrządy spektralne pozwalające na badanie charakterystyki widmowej dowolnego źródła światła. Niech będzie punktowe źródło światła P (rys. 3.56) znajdujące się w ognisku przedmiotowym obiektywu K i niech ponadto płaszczyzna siatki dyfrakcyjnej A będzie prostopadła do osi kolimatora, wówczas kąt $\Theta = 0$ i w płaszczyźnie ogniskowej obrazowej obiek-

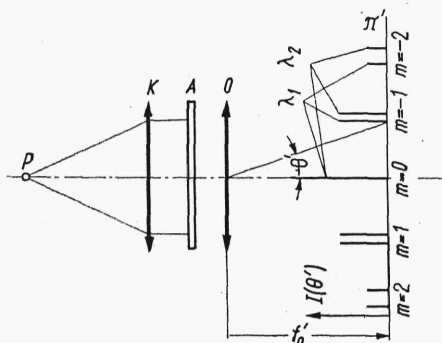
tywu 0 powstanie rozkład intensywności, którego maksima zgodnie z wyrażeniem (3.115) będą spełniały zależność

$$\sin \Theta' = \frac{\lambda}{d} m \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$



Rys. 3.55

Niezależnie od długości fali światła dla rzędu zerowego ($m = 0$) będzie zawsze $\Theta' = 0$. Oznacza to, że maksimum zerowe zawiera promieniowanie całego widma źródła. Natomiast dla pozostałych rzędów kąt Θ' jest funkcją długości fali, a więc promieniowanie o różnych długościach fal będzie miało swe maksima w różnych miejscach płaszczyzny ogniskowej



Rys. 3.56

obiektywu. Na rysunku naniesiono rozkład maksimów dla dwóch długości fali λ_1 i λ_2 , przy czym $\lambda_1 < \lambda_2$. Wartości intensywności $I(\Theta')$ symbolicznie zaznaczono w kładzie. Wraz ze wzrostem rzędu rośnie odległość między maksimami tego samego rzędu i równocześnie maleje ich intensywność.

Zgodnie z rys. 3.53 maksimum główne ma pewną szerokość, która zależy od liczby elementów N . Należy stąd wnioskować, że dla danego N nie każde dwa promieniowania o różnych długościach fal będą w płaszczyźnie π' rozróżniane jako oddzielne. Przyjmując przez analogię do zdolności rozdzielczej układów, że promieniowanie dwóch długości fal (λ_1 i λ_2) są wtedy rozróżniane, jeżeli maksimum głównego jednego z nich przypada na pierwsze minimum drugiego, to z rys. 3.53 odległość między głównymi maksimami odpowiadająca różnicy długości fal $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ musi co najmniej wynosić $\Delta x = \pi/N$. Oznacza to, ponieważ $x = kdp/2$, że $kd\Delta p/2 =$

$= \pi/N$ i stąd $\Delta p = \lambda/Nd$. Z wyrażenia (3.115) $\Delta p = m\Delta\lambda/d$ i po przyrównaniu zdolność rozdzielcza siatki dyfrakcyjnej umownie oznaczona przez $R = \lambda/\Delta\lambda$ wyniesie

$$R = |m|N \quad (3.116a)$$

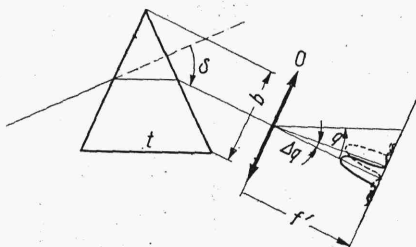
Zdolność rozdzielcza siatki dyfrakcyjnej równa jest iloczynowi liczby elementów w siatce przez numer rzędu rozpatrywanego maksimum. Wykorzystując jeszcze raz (3.115) wtedy (3.116a) można przepisać w postaci

$$R = \frac{|\sin\Theta' - \sin\Theta|L}{\lambda} \quad (3.116b)$$

gdzie $Nd=L$ jest długością siatki dyfrakcyjnej. Ponieważ $|\sin\Theta' - \sin\Theta|$ nie może przekroczyć 2, stąd maksymalna zdolność rozdzielcza

$$R_{max} < \frac{2L}{\lambda} \quad (3.117)$$

Dla porównania wyznaczona zostanie zdolność rozdzielcza spektroskopu przyrównanego (rys. 2.83), dla którego przysłonę aperturową wyznaczają gabaryty pryzmatu. Oznacza to, że kształt przysłony jest prostokątny i jej wymiar w przekroju głównym pryzmatu wynosi b (rys. 3.57). Zgod-



Rys. 3.57

nie z p. 3.3.2 rozkład intensywności w tej płaszczyźnie dla ustalonej długości fali ma postać

$$I = I_0 \text{sinc}^2 \frac{kqb}{2} \quad (3.118)$$

Graniczny przypadek rozróżniania dwóch plamek dyfrakcyjnych występuje przy pokrywaniu się pierwszego minimum plamki dla promieniowania o długości fali λ_1 z maksimum głównym plamki promieniowania o długości fali λ_2 ¹⁾ i wtedy odległość katowa Δq tych plamek zgodnie z równaniem (3.118) wyniesie

$$\frac{k\Delta qb}{2} = \pi \quad \text{skąd} \quad \Delta q = \frac{\lambda}{b}$$

¹⁾ Ściśle biorąc warunek ten, podobnie jak i przy siatce dyfrakcyjnej, nie pokrywa się z warunkiem dla układu o źrenicy kołowej, kiedy minimalna intensywność między obrazami dwóch punktów wynosi 0,735. Dla źrenicy w kształcie prostokąta w przekrojach głównych wartość ta osiąga wtedy 0,81 i zdolność rozdzielcza jest nieco niższa, niż by to wynikało z położenia maksimum głównego jednego punktu w pierwszym minimum drugiego. Warunek zdolności rozdzielczej (p. 3.3.5) jest jednak przybliżony i w pewnym sensie umowny. Biorąc pod uwagę więc prostotę rozważań i niewielki błąd stąd wynikający, zachowano wyżej wymienioną regułę.

Zmiana kąta odchylenia pryzmatu $\Delta\delta$ w zależności od zmiany długości fali wyrażona jest przez zależność (2.106) i ponieważ kątowi $\Delta\delta$ odpowiada w przestrzeni obrazowej obiektywu kąt Δq , to ostatecznie

$$R = t \frac{\Delta n}{\Delta \lambda} \quad (3.119)$$

Zdolność rozdzielcza spektroskopu pryzmatycznego proporcjonalna jest do dyspersji materiału i długości podstawy pryzmatu, a nie zależy od jego kąta łamiącego.

Niech przykładowo skonstruowany będzie spektroskop o zdolności rozdzielczej $R = 5.500$ dla długości fali $\lambda = 550$ nm (rozdzielany przedział widma $\Delta\lambda = 0,1$ nm). W przypadku spektroskopu pryzmatycznego z pryzmatem wykonanym ze szkła o największej dyspersji materiału (szkło flintowe), dla którego $\Delta n / \Delta \lambda = 10^{-4} \text{ nm}^{-1} = 100 \text{ nm}^{-1}$ musi być spełnione $t_{\min} = 55$ mm. Dla spektroskopu z siatką dyfrakcyjną, zakładając że obserwowany będzie rząd $m = 2$, liczba linii zgodnie z zależnością (3.116a) $N_{\min} = 2750$. Jeżeli siatka dyfrakcyjna ma 500 linii/mm, wówczas jej długość wyniesie $L = 5,5$ mm. Teoretycznie dla takiej siatki przez obserwację wyższych rzędów zgodnie ze wzorem (3.117) zdolność rozdzielczą można podwyższyć przeszło trzykrotnie. Należy tylko pamiętać wraz ze wzrostem m spada intensywność obserwowanego widma.

Z porównania wynika, że dla uzyskania wysokiej zdolności rozdzielczej wygodniej jest stosować spektroskop z siatką dyfrakcyjną. Spektroskopy pryzmatyczne z uwagi na ich wyższą jasność, są stosowane do badania źródeł o niskiej intensywności.

Najczęściej stosowane są *siatki typu odbiciowego* (rys. 3.58) wykonane na podłożu szklanym przez naparowanie odpowiedniej grubości aluminium i wycięcie w nim rowków za pomocą noża diamentowego na maszynie podziałowej. Unika się w ten sposób błędów wprowadzonych przez niejednorodność materiału, z którego zbudowana jest siatka. Zasada pracy takiej siatki, poza zmianą kierunku biegu światła, w niczym nie różni się od siatek przepuszczających światło. Schemat optyczny spektroskopu z siatką odbiciową pokazany jest na rys. 3.59. Przez wykonanie rowków na powierzchni wklęsłej (rys. 3.60) można uniknąć stosowania układów kolimatora K i obiektywu O , co jest szczególnie ważne dla obszarów widma, które są pochłaniane przez szkło. Wtedy szczelina, siatka dyfrakcyjna i obraz widma znajdują się na kole o średnicy równej promieniowi krzywizny R_s siatki dyfrakcyjnej.

W siatkach pokazanych na rys. 3.54 i 3.58 największa intensywność zachodzi dla rzędu $m = 0$, a następnie spada wraz z jego wzrostem. Z punktu widzenia pomiarów spektralnych energia zawarta w rzędzie $m = 0$ jest energią straconą. Przez odpowiednie ukształtowanie noża diamentowego można otrzymać siatkę ze skośnie ustawionymi powierzchniami odbijającymi (rys. 3.61), przez co maksimum energii można skoncentrować dobierając odpowiednio kąt α w badanym rzędzie m .

3.3.5. Obraz dwóch punktów. Zdolność rozdzielcza układów

Każde punktowe źródło światła płaszczyzny przedmiotu, zgodnie z p. 3.3.2 i 3.3.3, tworzy w płaszczyźnie obrazu plamki dyfrakcyjne, które będą się nawzajem nakładały.

W wyniku interferencji ustali się pewien rozkład intensywności zależny od kształtu plamek, ich rozmieszczenia w polu widzenia oraz stopnia ko-