

3.2.2. Wpływ chromatyzmu źródła światła

Zgodnie z rozważaniami p. 3.1.2 emisję atomu dla dwóch ustalonych poziomów energetycznych można przedstawić jako promieniowanie w pewnym przedziale $\Delta\lambda$ widma. A więc źródło światła nawet dla tak elementarnego promieniowania jest źródłem chromatycznym i jego wpływ na zjawisko interferencji został omówiony w poprzednim punkcie. Ale ponadto dla każdego atomu emisja zachodzi między różnymi poziomami i w związku z tym istnieje szereg przedziałów $\Delta\lambda$ widma, w których emitowana jest energia. Interferencję dla takiego źródła można przedstawić jako superpozycję różnych ciągów fal elementarnych, przy czym każdy z ciągów ma inne częstotliwości średnie i ogólnie inny czas trwania emisji fal. Ponieważ poszczególne ciągi z uwagi na spontaniczność ich emisji, są między sobą niekoherentne, to można pominąć interferencję między nimi i wyznaczyć sukcesywnie w p. A pola dla każdego ciągu intensywność zgodnie z równaniem interferencji (3.38b). Intensywność łączna w p. A jest sumą intensywności dla poszczególnych ciągów. Wykonując ten zabieg dla różnych punktów pola można w ten sposób wyznaczyć rozkład intensywności w całym polu. Metoda ta uogólniająca dotychczasowe rozważania, szczególnie przy większej liczbie ciągów fal jest jednak bardzo żmudna.

Można wykazać, że metodą równoważną, ale znacznie wygodniejszą w zastosowaniach jest rozpatrywanie interferencji jako superpozycji promieniowań monochromatycznych względem siebie niekoherentnych. Dotyczy to całego przedziału widma, w którym emitowana jest energia, zarówno dla dwóch jak i większej liczby poziomów energetycznych. I wtedy niech promieniowanie źródła światła będzie dyskretnym rozkładem N promieniowań monochromatycznych. Jeżeli intensywności obydwu interferencyjnych wiązek są jednakowe, to ich wektory optyczne można zapisać w postaci

$$V_1 = V_2 = \sum_{\nu=\nu_1}^{\nu_N} V_{0\nu} \exp(-i\omega t)$$

niezależnie od chwili t .

Sumowanie jest przeprowadzone po wszystkich częstotliwościach ν_i ($i = 1, 2, \dots, N$) reprezentowanych w widmie źródła.

Intensywność w dowolnym punkcie pola interferencji będzie określona równaniem (3.36a), gdzie $I_0 = \langle V_1 V_1^* \rangle = \langle V_2 V_2^* \rangle$ — intensywność obydwu wiązek interferujących. Zgodnie z zależnością (3.36c)

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}(\tau) &= \left\langle \sum_{\nu=\nu_1}^{\nu_N} V_{0\nu} \exp[-i\omega(t+\tau)] \sum_{\nu=\nu_1}^{\nu_N} V_{0\nu}^* \exp(i\omega t) \right\rangle = \\ &= \sum_{\nu=\nu_1}^{\nu_N} V_{0\nu} V_{0\nu}^* \exp(-i\omega\tau) + \left\langle \sum_{\substack{\alpha=\nu_1 \\ \alpha \neq \beta}}^{\nu_N} \sum_{\substack{\beta=\nu_1 \\ \beta \neq \alpha}}^{\nu_N} V_{0\nu_\alpha} V_{0\nu_\beta}^* \exp(-i\omega\tau) \right\rangle \end{aligned}$$

Pierwsza suma zawiera iloczyny wyrazów dla tych samych częstotliwości, natomiast druga, iloczyny wyrazów mieszanych. Z uwagi na brak korelacji między różnymi promieniami monochromatycznymi można na-

pisać $\langle \Sigma \Sigma \rangle = 0$ i oznaczając przez $I_{0\nu} = V_{0\nu} V_{0\nu}^*$ intensywność promieniowania monochromatycznego o częstotliwości ν pozostanie

$$\Gamma_{11}(\tau) = \sum_{\nu=\nu_1}^{\nu_N} I_{0\nu} \exp(-i\omega\tau)$$

Przechodząc od rozkładu dyskretnego do ciągłego, kiedy $N \rightarrow \infty$ ponieważ $\omega = 2\pi\nu$, wtedy będzie

$$\Gamma_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{0\nu} \exp(-2\pi i \nu \tau) d\nu$$

i z wyrażenia (3.36b)

$$\boxed{\gamma_{11}(\tau) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} I_{0\nu} \exp(-2\pi i \nu \tau) d\nu}{\int_{-\infty}^{\infty} I_{0\nu} d\nu}} \quad (3.42)$$

Tu przez $I_{0\nu}$ rozumie się gęstość monochromatyczną intensywności źródła w przedziale $d\nu$ częstotliwości (lub $d\lambda$ długości fali). Przykładowo $I_{0\nu}$ dla emisji fal harmoniczych o skończonej długości pokazane jest na rys. 3.3. Ogólnie gęstość monochromatyczna intensywności źródła chociażby z uwagi na emisję zachodzącą między różnymi poziomami jest bardziej złożona. Mianownik wyrażenia (3.42) przedstawia intensywność promieniowania jednego ze źródeł. Jeżeli współczynnik podziału energii $\psi \neq 1$ pozostaje niezależny od częstotliwości, to wyrażenie (3.42) nie ulega zmianie, z tym że przez $I_{0\nu}$ należy rozumieć gęstość monochromatyczną jednego lub drugiego źródła. Dla $\psi = 1$ zgodnie z zależnością (3.39) kontrast prążków

$$C(\tau) = \left| \frac{\int_{-\infty}^{\infty} I_{0\nu} \exp(-2\pi i \nu \tau) d\nu}{\int_{-\infty}^{\infty} I_{0\nu} d\nu} \right| \quad (3.43)$$

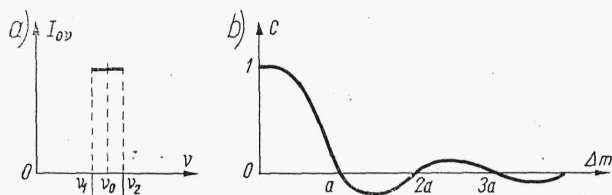
Zależność (3.42) w połączeniu z (3.36a) daje rozwiązanie zagadnienia wpływu chromatyzmu źródła na rozkład intensywności w polu interferencyjnym przy jednakowej intensywności emitowanej przez obydwa wtórne źródła ($\psi = I_1/I_2 = 1$). Celem wyznaczenia kontrastu prążków wystarczy korzystać tylko ze wzoru (3.43).

Jeżeli $\psi \neq 1$ wówczas zamiast wzoru (3.36a) należy brać pod uwagę wzór (3.28), natomiast dla wyznaczenia kontrastu wartość otrzymaną z zależności (3.43) pomnożyć przez $2\sqrt{\psi/(1+\psi)}$.

Szczególnie użyteczne są zależności (3.42) lub (3.43), jeżeli można pominąć w przedziale emitowanej energii zmianę $\tau = \frac{n(r_2 - r_1)}{c}$ z częstotliwością (lub długością fali). Zachodzi to wtedy, gdy przedział widma, w którym emitowana jest energia, jest odpowiednio wąski lub kiedy ośrodek jest dostatecznie mało dyspersyjny. Wtedy zespolony stopień koherencji $\gamma_{11}(\tau)$ równy jest znormowanemu przekształceniu *Fouriera* rozkładu widmowego energii źródła światła.

Kiedy źródło światła emituje promieniowanie quasimonochromatyczne wygodnie jest szacować kontrast prążków przez aproksymację monochromatycznej gęstości intensywności za pomocą rozkładu prostokątnego (rys. 3.10a). Wtedy zgodnie z wyrażeniami (8.14) i (8.22)

$$\gamma_{12} = \exp(-2\pi i \nu_0 \tau) \operatorname{sinc} \pi \Delta \nu \tau$$



Rys. 3.10

Ale ponieważ zgodnie z (3.31) $m_0 = |\nu_0 \tau|$, a więc równanie interferencji (3.36a) przyjmie wtedy postać

$$I_A = 2I_0 [1 + \cos(2\pi m_0) \operatorname{sinc} \pi \Delta m] \quad (3.44)$$

i kontrast prążków

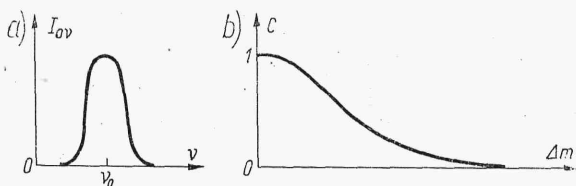
$$C(\Delta m) = \operatorname{sinc} \pi \Delta m \quad (3.45)$$

gdzie $m_0 = \left| \frac{n(r_2 - r_1)}{\lambda_0} \right|$ jest rzędem interferencji dla średniej długości fali λ_0 promieniowania

$$\Delta m = \Delta \nu \tau = m_0 \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} \quad (3.46)$$

jest zmianą rzędu wraz ze zmianą częstotliwości lub długości fali.

Funkcję $C(\Delta m)$ przedstawiono na rys. 3.10b. Dla danego źródła (ustalone $\Delta \lambda / \lambda_0$) wraz ze wzrostem rzędu m_0 zgodnie ze wzorem (3.46) rośnie Δm i tym samym maleje kontrast prążków. Im promieniowanie źródła zbliża się bardziej do monochromatycznego, to znaczy im przedział $\Delta \lambda$ staje się bardziej wąski, tym dla danego rzędu m_0 wyższy jest kontrast prążków. Jest to wyjaśnienie tego samego zjawiska opisanego w p. 3.2.1 za pomocą mechanizmu emisji fal elementarnych o skończonych długościach. Pewna periodyczność funkcji C i odwrócenie kontrastu ($C < 0$), kiedy prążki



Rys. 3.11

ciemne i jasne zmieniają się miejscami, wynika z dokładności przyjętej aproksymacji. Dla gęstości monochromatycznej intensywności opisaną funkcją *Gaussa*, kontrast prążków również zmienia się według funkcji *Gaussa* (rys. 3.11).

Zmniejszenie kontrastu prążków od 1 do 0,9 jest dla oka prawie niedostrzegalne i dla optymalnych warunków obserwacji przyjmuje się zwykle

$C \geq 0,9$, co pociąga za sobą zgodnie ze wzorem (3.45) dopuszczalny warunek na chromatyzm źródła

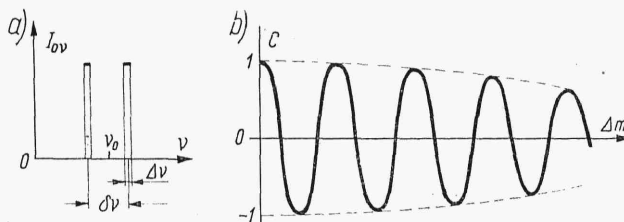
$$\Delta m = m_0 \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} \leq \frac{1}{4} \quad (3.47)$$

W tym przypadku różnica rzędów interferencji dla różnych długości fali źródła nie może przekroczyć $1/4$.

Przez analogię do wzoru (3.41) powinno być wtedy spełnione

$$\Delta l = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda} \geq 4 |n(r_2 - r_1)| = 4 \Delta L \quad (3.48)$$

a więc długość koherencji powinna być czterokrotnie większa niż różnica dróg optycznych.



Rys. 3.12

Można wykazać, że dla źródła światła o rozkładzie intensywności podanym na rys. 3.12a kontrast zmienia się zgodnie z zależnością

$$C = \cos \pi \delta m \operatorname{sinc} \pi \Delta m$$

zilustrowaną wykresem 3.12b gdzie

$$\Delta m = \tau \Delta \nu = m \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} < \delta m = \tau \delta \nu = m \frac{\delta \lambda}{\lambda}$$

Wraz ze zmianą rzędu interferencji obserwuje się dudnienie kontrastu i pierwsze zero występuje dla $\delta m = 1/2$, a więc dla $m = \lambda/2\delta\lambda$. Następne powtarzają się co $\delta m = 1$. Jest to przykład promieniowania lampy sodowej szeroko stosowanej do różnych celów w optyce, gdyż można ją uważać w wielu przypadkach za źródło światła bliskie monochromatycznemu o dość znacznej luminancji. W technice interferometrycznej jest ono jednak mało przydatne z uwagi na dwa przedziały widma, w których emitowana jest energia o średnich długościach fal $\lambda_1 = 589,0$ nm i $\lambda_2 = 589,6$ nm. Wtedy $\delta\lambda = 0,6$ nm i $\lambda/\delta\lambda = 10^3$. Pierwsze zero kontrastu prążków występuje już dla różnicy dróg optycznych $\Delta L = n(r_2 - r_1) = m\lambda = 0,296$ mm, następne powtarzają się co $0,589$ mm.

3.2.3. Wpływ wymiarów źródła światła

Dotychczasowe rozważania zjawiska interferencji prowadzone były dla punktowego źródła światła. Z uwagi na zbyt małą energię wysyłaną przez taki element istnieje konieczność stosowania źródła rozciągniętego, które można uważać za zbiór elementów punktowych. Każdy z tych elementów niezależnie, z uwagi na brak koherencji między ich promieniowaniem, utworzy w przestrzeni pewien rozkład intensywności. Z sumy intensywności