

Po uwzględnieniu (3.2) i (3.1)

$$\langle V^2 \rangle = V_0^2 \langle \exp(-2i\omega t) \rangle = \frac{V_0^2}{t_0} \int_{-\frac{t_0}{2}}^{\frac{t_0}{2}} \exp(-2i\omega t) dt = \frac{V_0^2}{t_0 \omega} \sin \omega t_0 \approx 0$$

ponieważ  $\omega = 2\pi/T$  i  $t_0$  jest nieporównywalnie większe niż  $T$ . Podobnie można udowodnić, że  $\langle V^{*2} \rangle = 0$  i ostatecznie pozostanie

$$w_{sr} = \frac{\varepsilon}{8\pi} \langle VV^* \rangle = \frac{\varepsilon}{8\pi} V_0 V_0^* \quad (3.3)$$

Średnia gęstość energii fali w przedziale czasu nieporównywalnie większym od okresu drgań jest proporcjonalna do iloczynu amplitudy zespolonej przez jej wartość sprzężoną.

Dla pozbycia się niewygodnego współczynnika, wielkość

$$I = \langle VV^* \rangle = V_0 V_0^* \quad (3.4)$$

nazywać się dalej będzie *intensywnością fali*, która jest miarą energii fali w jednym ośrodku. Nie można porównywać energii za pomocą intensywności w dwóch różnych ośrodkach, gdyż mogą się one różnić stałą dielektryczną.

Powracając do rys. 3.1 reakcja odbiornika umieszczonego w punkcie B byłaby proporcjonalna do średnich gęstości energii dla pewnego przedziału czasu. Przy źródle zasilanym dostatecznie małą energią akty emisji będą zachodziły rzadko i odbiornik wykaże pewne fluktuacje reakcji. Poza tym źródło światła zawsze jest zbiorem promieniujących atomów i emitowane fale elementarne z każdego atomu nakładają się (interferują) w przestrzeni tworząc chwilowe rozkłady gęstości energii zależne od przypadkowych aktów emisji poszczególnych atomów. Wraz ze wzrostem ich liczby i energii zasilania, rośnie liczba interferujących fal elementarnych i z uwagi na ich przypadkową emisję zgodnie z teorią prawdopodobieństwa w przestrzeni będzie się ustalał pewien stan średni energii i wielkość fluktuacji reakcji odbiornika umieszczonego w dowolnym punkcie przestrzeni będzie malała w porównaniu z samą wartością reakcji.

### 3.1.2. Monochromatyczność promieniowania

Przez *falę monochromatyczną płaską* zgodnie z (1.30) rozumieć się będzie falę harmoniczną o postaci

$$V = V_0 \exp[-i(\omega t - k_0 n z)]$$

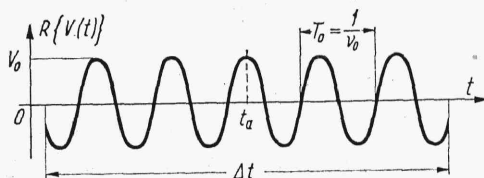
określoną dla każdego  $t$  i  $z$ , gdzie amplituda zespolona  $V_0 = \text{const.}$  A więc fala monochromatyczna jest falą harmoniczną nieograniczoną w czasie i w przestrzeni. Częstotliwość takiej fali zgodnie z (1.26)  $\nu = \omega/2\pi$ , natomiast długość fali  $\lambda_0 = 2\pi/k_0$ . Jeżeli rozważane jest przejście fali przez ustalony punkt przestrzeni  $z = z_0$ , wówczas można odnieść fazę początkową do tego punktu i napisać  $V = V_0 \exp(-i\omega t)$  dla każdego  $t$  w przedziale  $(-\infty, +\infty)$ .

Wiadomo z p. 3.1.1, że atom promieniuje ciąg fal elementarnych o skończonym czasie emisji i powstaje wtedy pytanie, jaką częstotliwość można przyporządkować jednej fali? Niech dla prostoty falą elementarną będzie

fala harmoniczna mająca wartości niezerowe tylko w przedziale  $\Delta t$  (rys. 3.2) tzn.

$$V(t) = V_0 \exp(-i\omega_0 t) = V_0 \exp(-2\pi i \nu_0 t) \quad \text{dla } |t - t_a| < \frac{\Delta t}{2}$$

$$V(t) = 0 \quad \text{dla } |t - t_a| > \frac{\Delta t}{2} \quad (3.5)$$



Rys. 3.2

Zgodnie z przekształceniem *Fouriera* (zob. Uzupełnienie, rozdz. 8) funkcję aperiodyczną można przedstawić jako nieskończoną sumę funkcji harmonicznych (monochromatycznych) o postaci  $v(\nu) \exp(-2\pi i \nu t) d\nu$ , to znaczy

$$V(t) = \int_{-\infty}^{\infty} v(\nu) \exp(-2\pi i \nu t) d\nu$$

gdzie  $v(\nu) d\nu$  jest amplitudą funkcji harmonicznej o częstotliwości  $\nu$ .

Z twierdzenia odwrotności przekształcenia mamy

$$v(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} V(t) \exp(2\pi i \nu t) dt$$

Po podstawieniu (3.5) będzie

$$v(\nu) = V_0 \int_{t_a - \frac{\Delta t}{2}}^{t_a + \frac{\Delta t}{2}} \exp[2\pi i (\nu - \nu_0) t] dt =$$

$$= v(\nu_0) \text{sinc}[\pi(\nu - \nu_0) \Delta t] \exp[2\pi i (\nu - \nu_0) t_a]$$

gdzie  $\text{sinc } x = \frac{\sin x}{x}$ ;  $v(\nu_0) = V_0 \Delta t$ .

A gęstość intensywności promieniowania o częstotliwości  $\nu$  w przedziale  $d\nu$  z uwagi na (3.3)

$$I(\nu) = v(\nu) v^*(\nu) = I(\nu_0) \text{sinc}^2[\pi(\nu - \nu_0) \Delta t] \quad (3.6)$$

Rozkład gęstości intensywności dla różnych częstotliwości zgodnie z (3.6) pokazano na rys. 3.3.

A więc fala elementarna (3.5) jest równoważna pewnemu przedziałowi widma promieniowań monochromatycznych, któremu odpowiada przedział długości fali  $\Delta \lambda = \lambda_0^2 \Delta \nu / c$ , ponieważ  $\lambda_0 = c/\nu$ . Funkcja  $I(\nu)$  przyjmuje pierwsze wartości zerowe dla  $\pi(\nu - \nu_0) \Delta t = \pm \pi$  i przedział  $\nu_1 - \nu_2 = \Delta \nu$

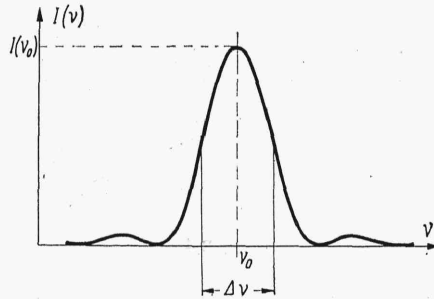
dla którego intensywność przyjmuje wartości znaczące spełnia zależność

$$\Delta\nu \approx \frac{1}{\Delta t} \quad (3.7a)$$

lub

$$\Delta\lambda \approx \frac{\lambda_0^2}{c\Delta t} \quad (3.7b)$$

gdzie  $\Delta t$  jest czasem trwania fali elementarnej.



Rys. 3.3

Tę samą zależność można wyprowadzić i dla fali tłumionej w czasie emisji. Odmienne byłoby równanie opisujące rozkład intensywności składowych promieniowań monochromatycznych, ale o tym samym charakterze zmian. Intensywność promieniowania przyjmująca maksymalną wartość dla  $\nu = \nu_0$  malałaby wraz ze wzrostem  $|\nu - \nu_0|$ .

Wniosek stąd, że promieniowanie atomu z uwagi na skończone długości fali elementarnej nie jest nigdy promieniowaniem monochromatycznym. Tym szerszy jest przedział widma emitowanego promieniowania, im krótszy jest przedział czasu  $\Delta t$ , w którym następuje emisja fali elementarnej. Natomiast im czas ten jest dłuższy, tym fala elementarna zbliża się bardziej swoimi własnościami do promieniowania monochromatycznego.

Poza skończonym czasem trwania poszczególnych aktów emisji w istotny sposób na rozszerzenie się przedziału widma  $\Delta\nu$  (lub  $\Delta\lambda$ ) promieniowania wpływa z jednej strony zjawisko *Dopplera*, ponieważ atomy w czasie emisji przemieszczają się w różnych kierunkach dając dla stałego punktu obserwacji pozorną zmianę częstotliwości emitowanej fali a z drugiej strony oddziaływanie międzyatomowe (międzycząsteczkowe) powodujące nieregularne zmiany poszczególnych fal. Maleją one wraz z obniżeniem temperatury i ciśnienia i dlatego źródła światła o wysokiej monochromatyczności są niskociśnieniowe i pracują w sztucznie oziębianej atmosferze.

### 3.1.3. Odbicie i załamanie fali płaskiej monochromatycznej na płaszczyźnie

Niech  $M$  będzie płaszczyzną dzielącą dwa ośrodki o współczynnikach załamania  $n_0$  i  $n_t$  (rys. 3.4) i niech w pierwszym ośrodku rozchodzi się fala płaska w kierunku wyznaczonym przez wektor  $\vec{s}_0$ . Biorąc punkt 0 leżący