

Zmiana kąta odchylenia pryzmatu $\Delta\delta$ w zależności od zmiany długości fali wyrażona jest przez zależność (2.106) i ponieważ kątowni $\Delta\delta$ odpowiada w przestrzeni obrazowej obiektywu kąt Δq , to ostatecznie

$$R = t \frac{\Delta n}{\Delta \lambda} \quad (3.119)$$

Zdolność rozdzielcza spektroskopu pryzmatycznego proporcjonalna jest do dyspersji materiału i długości podstawy pryzmatu, a nie zależy od jego kąta łamiącegogo.

Niech przykładowo skonstruowany będzie spektroskop o zdolności rozdzielczej $R = 5.500$ dla długości fali $\lambda = 550$ nm (rozdzielany przedział widma $\Delta\lambda = 0,1$ nm). W przypadku spektroskopu pryzmatycznego z pryzmatem wykonanym ze szkła o największej dyspersji materiału (szkło flintowe), dla którego $\Delta n / \Delta \lambda = 10^{-4} \text{ nm}^{-1} = 100 \text{ nm}^{-1}$ musi być spełnione $t_{\min} = 55$ mm. Dla spektroskopu z siatką dyfrakcyjną, zakładając że obserwowany będzie rząd $m = 2$, liczba linii zgodnie z zależnością (3.116a) $N_{\min} = 2750$. Jeżeli siatka dyfrakcyjna ma 500 linii/mm, wówczas jej długość wyniesie $L = 5,5$ mm. Teoretycznie dla takiej siatki przez obserwację wyższych rzędów zgodnie ze wzorem (3.117) zdolność rozdzielczą można podwyższyć przeszło trzykrotnie. Należy tylko pamiętać wraz ze wzrostem m spada intensywność obserwowanego widma.

Z porównania wynika, że dla uzyskania wysokiej zdolności rozdzielczej wygodniej jest stosować spektroskop z siatką dyfrakcyjną. Spektroskopy pryzmatyczne z uwagi na ich wyższą jasność, są stosowane do badania źródeł o niskiej intensywności.

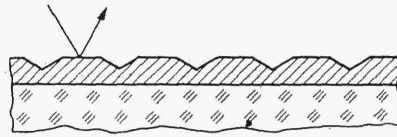
Najczęściej stosowane są *siatki typu odbiciowego* (rys. 3.58) wykonane na podłożu szklanym przez naparowanie odpowiedniej grubości aluminium i wycięcie w nim rowków za pomocą noża diamentowego na maszynie podziałowej. Unika się w ten sposób błędów wprowadzonych przez niejednorodność materiału, z którego zbudowana jest siatka. Zasada pracy takiej siatki, poza zmianą kierunku biegu światła, w niczym nie różni się od siatek przepuszczających światło. Schemat optyczny spektroskopu z siatką odbiciową pokazany jest na rys. 3.59. Przez wykonanie rowków na powierzchni wklęsłej (rys. 3.60) można uniknąć stosowania układów kolimatora K i obiektywu O , co jest szczególnie ważne dla obszarów widma, które są pochłaniane przez szkło. Wtedy szczelina, siatka dyfrakcyjna i obraz widma znajdują się na kole o średnicy równej promieniowi krzywizny R_s siatki dyfrakcyjnej.

W siatkach pokazanych na rys. 3.54 i 3.58 największa intensywność zachodzi dla rzędu $m = 0$, a następnie spada wraz z jego wzrostem. Z punktu widzenia pomiarów spektralnych energia zawarta w rzędzie $m = 0$ jest energią straconą. Przez odpowiednie ukształtowanie noża diamentowego można otrzymać siatkę ze skośnie ustawionymi powierzchniami odbijającymi (rys. 3.61), przez co maksimum energii można skoncentrować dobierając odpowiednio kąt α w badanym rzędzie m .

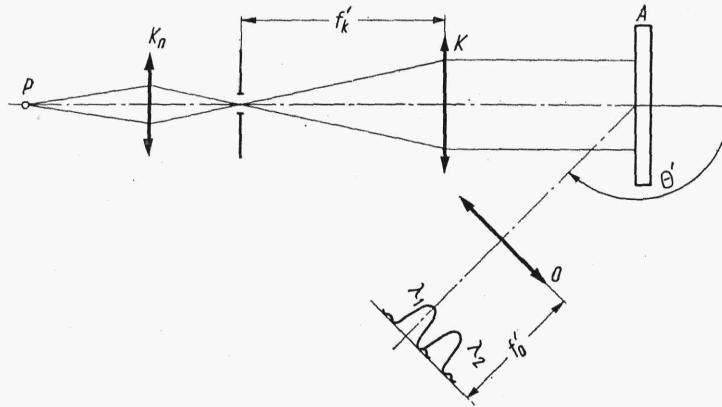
3.3.5. Obraz dwóch punktów. Zdolność rozdzielcza układów

Każde punktowe źródło światła płaszczyzny przedmiotu, zgodnie z p. 3.3.2 i 3.3.3, tworzy w płaszczyźnie obrazu plamki dyfrakcyjne, które będą się nawzajem nakładały.

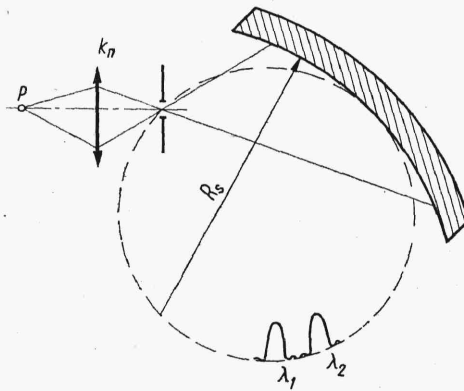
W wyniku interferencji ustali się pewien rozkład intensywności zależny od kształtu plamek, ich rozmieszczenia w polu widzenia oraz stopnia ko-



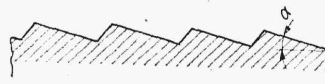
Rys. 3.58



Rys. 3.59



Rys. 3.60



Rys. 3.61

herencji obydwu zaburzeń. Jeżeli przez $D_1(x', y')$ i $D_2(x', y')$ będzie oznaczony rozkład intensywności w pierwszej i drugiej plamce, to rozkład intensywności dla obydwu punktów wyznaczony będzie zgodnie z p. 3.2.2 z zależności

$$P'(x', y') = D_1(x', y') + D_2(x', y') + 2\sqrt{D_1 D_2} R\{\gamma_{12}\} \quad (3.120)$$

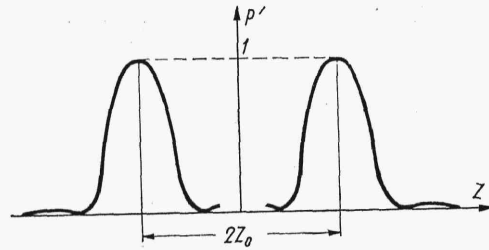
Ogólnie kształty obydwu plamek mogą być różne z uwagi na zmianę aberracji układu i kształtu źrenicy spowodowanej zmianą winietowania wraz z kątem pola widzenia, lecz jeżeli zmiany te zachodzą dostatecznie wolno, to lokalnie można przyjąć, że kształt plamek pozostaje niezmienny. Mówi się wtedy, że w tym obszarze układ spełnia *warunek izoplanizmu*.

Ograniczając się do badań tylko takich obszarów obie plamki można opisać za pomocą tej samej funkcji, biorąc tylko pod uwagę ich względne przesunięcie oraz ogólnie różną intensywność. Niech $D_0(x', y')$ będzie rozkładem intensywności w plamce dyfrakcyjnej punktowego przedmiotu leżącego w początku układu płaszczyzny przedmiotu ($x = 0, y = 0$) o jednostkowej intensywności promieniowania, wówczas

$$\begin{aligned} D_1(x', y') &= P_1 D_0(x' - x_1 \beta, y' - y_1 \beta) \\ D_2(x', y') &= P_2 D_0(x' - x_2 \beta, y' - y_2 \beta) \end{aligned} \quad (3.121)$$

gdzie przez P_i ($i = 1, 2$) oznaczono intensywność promieniowania punktu i o współrzędnych x_i, y_i w płaszczyźnie przedmiotu, a przez β — powiększenie poprzeczne układu.

Jeżeli dalej rozważany będzie tylko układ bezaberracyjny ze źrenicą kołową, wówczas obrazem punktu jest plamka *Airy* i zgodnie z zależnością (3.88) $D_0(x', y') = [2J_1(Z)/Z]^2$ gdzie Z spełnia zależność (3.89). Badając rozkład intensywności wzdłuż linii łączącej środki obrazów *Gausa* tych punktów (rys. 3.62) rozmieszczonych symetrycznie względem osi układu



Rys. 3.62

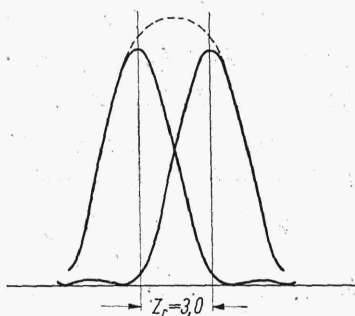
na odległości $2Z_0$ i dla prostoty o tych samych intensywnościach ($P_1 = P_2 = 1$) wówczas zgodnie z wyrażeniami (3.120) i (3.121)

$$\begin{aligned} P'(Z) &= \left[\frac{2J_1(Z+Z_0)}{Z+Z_0} \right]^2 + \left[\frac{2J_1(Z-Z_0)}{Z-Z_0} \right]^2 + \\ &+ 2 \frac{2J_1(Z+Z_0)}{Z+Z_0} \cdot \frac{2J_1(Z-Z_0)}{Z-Z_0} R\{\gamma_{12}\} \end{aligned} \quad (3.122)$$

Dla źródeł samoświejących, kiedy nie ma stałych zależności fazowych między interferującymi zaburzeniami, promieniowania są niekoherentne ($\gamma_{12} = 0$) i rozkład intensywności w płaszczyźnie obrazu dla obydwu punk-

tów jest sumą intensywności obydwu plamek. Przypadek ten był rozpatrywany wcześniej przy okazji omawiania kształtu obrazu punktu (p. 3.3.2). Granicą rozróżniania dwóch punktów dla oświetlenia niekoherentnego było pokrycie się maksimum głównego jednej z plamek z pierwszym minimum drugiej (rys. 3.44). Wtedy odległość między obrazami punktów $Z_r = 2 Z_0 = 3,83$ i minimalna intensywność między plamkami $P'_{min} (Z = 0) = 0,735 P'_{max}$ gdzie $P'_{max} = P' (Z = \pm Z_0) = 1$.

Należy podkreślić, że podany tu warunek na graniczną odległość obrazu dwóch punktów zaproponowany na drodze rozważań teoretycznych przez *Rayleigha*, dlatego znany pod nazwą *kryterium Rayleigha*, jest warunkiem umownym. Stwierdzono eksperymentalnie w czasie obserwacji astronomicznych, że oko jest w stanie rozróżnić obrazy dwóch punktów, które leżą na bliższej odległości ($Z_r = 3,3$) i wtedy minimalna intensywność między plamkami wynosi 0,95 wartości maksymalnej. Stosując obiektywny odbiornik wykrywający mniejsze różnice intensywności odległość tę można jeszcze zmniejszyć. W granicy (rys. 3.63), kiedy nie występuje



Rys. 3.63

zmiana intensywności jest $Z_r = 3,0$, co może być przyjęte za absolutną granicę nierozróżnialności obrazu dwóch punktów. W przypadkach kiedy nie zależy nam na stwierdzeniu faktycznej granicy rozróżniania obrazu dwóch punktów, a jedynie oszacowania możliwości przyrządu, których miarą jest jego zdolność rozdzielcza, wygodnie jest opierać się na kryterium *Rayleigha*.

Niech teraz będzie spełnione $\gamma_{12} = 1$, a więc zaburzenia wychodzące z obydwu punktów są wzajemnie koherentne, przy czym pomija się chwilowo realizację takiego warunku. Wtedy zgodnie z zależnością (3.122)

$$P'(Z) = \left[\frac{2 J_1(Z+Z_0)}{Z+Z_0} + \frac{2 J_1(Z-Z_0)}{Z-Z_0} \right]^2 \quad (3.123)$$

Przyjmując tu również za graniczny przypadek rozróżniania dwóch punktów warunek minimalnej intensywności między plamkami równej 0,735 wartości maksymalnej, ponieważ minimum intensywności zachodzi dla $Z = 0$ oraz z pomijalnym błędem $P'_{max} = P' (Z = \pm Z_0)$, uwzględniając ponadto, że $J_1(-Z) = -J_1(Z)$ i $\lim_{Z \rightarrow 0} J_1(Z)/Z = 1/2$, z wyrażenia (3.123) otrzymuje się

$$\left[\frac{4 J_1(Z_0)}{Z_0} \right]^2 = 0,735 \left[\frac{2 J_1(2 Z_0)}{2 Z_0} + 1 \right]^2$$

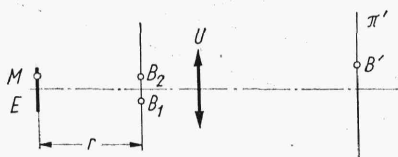
Zależność ta jest spełniona dla $2Z_0 = 5,14$ i zgodnie z zależnością (3.89), ponieważ odległość między obrazami dwóch punktów wynosi $Z_r = 2Z_0$, to graniczny kąt przestrzeni obrazowej pod jakim je widać ze środka źrenicy wyjściowej wyniesie

$$w'_r = \frac{1,64}{\Phi_{z'}} \quad (3.124)$$

gdzie $\Phi_{z'}$ — jest średnicą źrenicy wyjściowej.

Podobnie jak dla oświetlenia niekoherentnego ze wzoru (3.90), tak i dla oświetlenia koherentnego ze wzoru (3.124), można wyznaczyć graniczny kąt, pod którym widać obrazy dwóch punktów rozróżniane jako oddzielne. Z porównania wynika, że wyższą zdolność rozdzielczą, której miarą jest odwrotność granicznego kąta, można osiągnąć przy oświetleniu niekoherentnym.

Jak już wspomniano, jeżeli punkty przedmiotu są samoświejące, wówczas promieniowanie ich między sobą jest niekoherentne. W przypadku, gdy dwa punkty są oświetlane przez pierwotne źródło, wówczas można otrzymać stałe zależności fazowe między zaburzeniami wychodzącymi z tych punktów i pozostaje obecnie rozstrzygnąć w jaki sposób zespolony stopień koherencji γ_{12} zależy od parametrów układu oświetlającego.



Rys. 3.64

Niech będą dwa punkty B_1 i B_2 (rys. 3.64) oświetlane przez rozciągle źródło E . Zaburzenia wychodzące z tych punktów po przejściu przez układ U docierają do płaszczyzny obrazu π' , gdzie w wyniku ich nałożenia ustalony zostaje pewien rozkład intensywności zależny od parametrów układu, odległości punktów i stopnia koherencji interferujących zaburzeń.

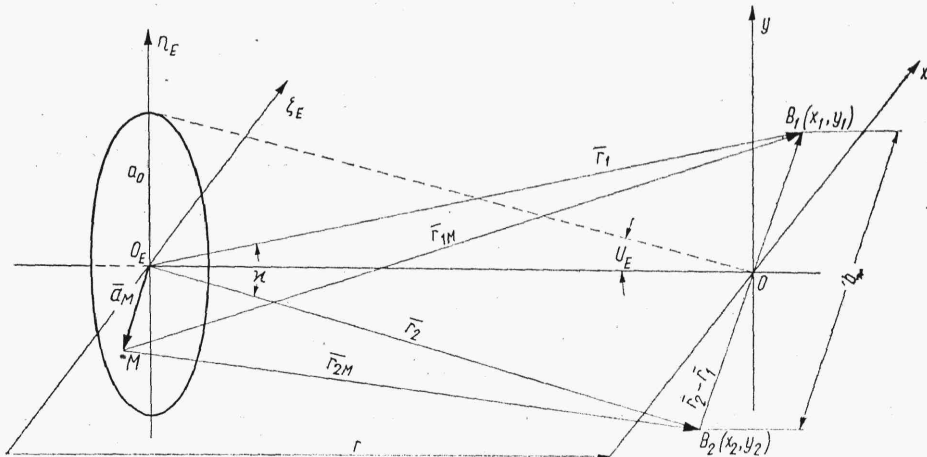
Na zespolony stopień koherencji zaburzeń spotykających się w dowolnym punkcie B' płaszczyzny π' będzie wpływał zarówno chromatyzm źródła E , jak i jego wymiary. Ale zgodnie z rozważaniami p. 3.2.2 dotyczącymi wpływu chromatyzmu źródła na zjawiska interferencji można najpierw wyznaczyć rozkład intensywności w płaszczyźnie π' dla światła monochromatycznego, a następnie zsumować wyznaczone intensywności w przedziale widma emitowanym przez źródło E . Sumowanie takie jest możliwe, ponieważ promieniowania o różnych długościach fal są wzajemnie niekoherentne. Stąd dalej ograniczono się tylko do rozważań nad wpływem wymiarów źródła E na zespolony stopień koherencji γ_{12} zaburzeń spotykających się w punkcie B' lub prościej zaburzeń wychodzących z punktów B_1 i B_2 .

Problem ten został rozwiązany wcześniej w p. 3.2.3. Różnica polega tylko na tym, że zjawiska są rozważane w różnych przestrzeniach. W układach interferencyjnych źródło światła przez układ dzielący zostało przeniesione do przestrzeni, w której następuje nałożenie się zaburzeń, a więc były tam dwa źródła wtórne i jeden punkt nałożenia (rys. 3.13). Tu natomiast rozpatrywany jest stopień koherencji zaburzeń docierających do dwóch różnych punktów znajdujących się w przestrzeni źródła.

Zgodnie ze wzorem (3.50) zespolony stopień koherencji opisujący korelację między zaburzeniami w punktach B_1 i B_2 (rys. 3.65) od źródła E można wyrazić przez

$$\gamma_{12} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_M \exp(-2\pi i \nu \tau_M) d\eta_E d\zeta_E}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_M d\eta_E d\zeta_E} \quad (3.125)$$

Całkowanie może być formalnie rozciągnięte na całą płaszczyznę ζ_E, η_E źródła, ponieważ poza jego obszarem intensywność źródła $I_M = 0$. τ_M spełnia zależność (3.51), przy czym dla ułatwienia na rys. 3.65 i 3.13 odpowiadające sobie elementy oznaczono tymi samymi symbolami.



Rys. 3.65

Ponieważ r_1 jest bliskie r_2 i znacznie większe niż a_M oraz ponadto $\bar{a}_{1M}^0 = \bar{a}_{2M}^0 = \bar{a}_M^0$, to wtedy zgodnie z zależnością (3.51) pozostanie

$$\nu \tau_M = \frac{\nu}{v} [(r_2 - r_1) - \bar{a}_M (\bar{r}_2^0 - \bar{r}_1^0)] \quad (3.126)$$

Rozkładając iloczyn skalarny na składowe

$$\bar{a}_M (\bar{r}_2^0 - \bar{r}_1^0) \approx \bar{a}_M \frac{\bar{r}_2 - \bar{r}_1}{r} = \zeta_E e + \eta_E f \quad (3.127)$$

gdzie $e = \frac{x_1 - x_2}{r}$; zaś $f = \frac{y_1 - y_2}{r}$.

Ponadto oznaczając $\psi = k(r_2 - r_1)$ i podstawiając zależność (3.127) do (3.126) i otrzymaną zależność do wzoru (3.125) ostatecznie pozostanie

$$\gamma_{12} = \frac{\exp(i\psi) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_M \exp[-ik(\zeta_E e + \eta_E f)] d\zeta_E d\eta_E}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_M d\zeta_E d\eta_E} \quad (3.128)$$

Pomijając współczynnik $\exp(i\psi)$, który uwzględnia różnicę faz powstającą z różnicy odległości r_2 i r_1 , można powiedzieć, że zespolony stopień koherencji opisujący korelację fazową między promieniami docierającymi do punktów $B_1(x_1, y_1)$ i $B_2(x_2, y_2)$ od źródła światła E równy jest znormowanemu przekształceniu Fouriera rozkładu intensywności w źródle. Zależność (3.128) znana jest pod nazwą *twierdzenia van Citterta-Zernike*.

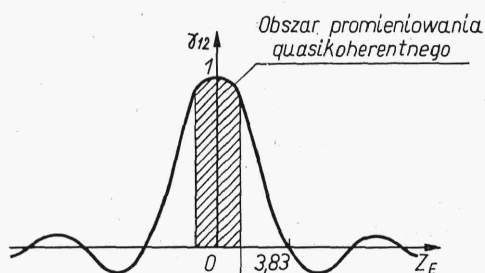
Dla źródła o kształcie kołowym i stałej w nim intensywności zgodnie z zależnością (8.20)

$$\gamma_{12} = \exp(i\psi) \frac{2J_1(Z_E)}{Z_E} \quad (3.129)$$

gdzie po uwzględnieniu oznaczeń podanych na rys. 3.65

$$Z_E = ka_0 \kappa = ku_E b \quad (3.130)$$

Przez b oznaczona jest odległość punktów B_1 i B_2 . Zależność (3.129) zilustrowana jest graficznie na rys. 3.66 przy założeniu $\psi = 0$. Jeżeli źródło światła E jest punktowe, wówczas $a_0 = 0$, $u_E = 0$, $\gamma_{12} = 1$, niezależnie od



Rys. 3.66

odległości b obydwu punktów i wtedy zaburzenia w punktach B_1 i B_2 są względem siebie koherentne. Dla źródła niepunktowego wzrost wymiarów źródła i odległości punktów B_1 i B_2 powoduje zmniejszenie γ_{12} , który dla $Z_E = 3,83$ osiąga pierwsze zero, potem oscylacyjnie zbliża się do asymptoty $\gamma_{12} = 0$.

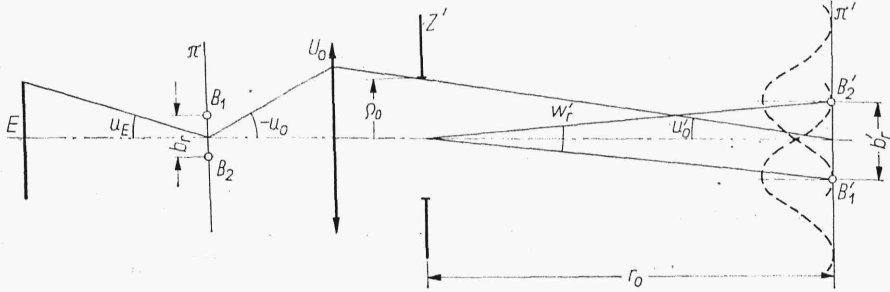
A więc oświetlenie koherentne wymaga stosowania punktowego źródła światła, co wiąże się z małą energią, jaką to źródło może przekazać do punktów B_1 i B_2 . Z tego powodu przyjmuje się, że wystarczającym warunkiem koherentnego oświetlenia jest $|\gamma_{12}| \geq 0,9$, co pociąga za sobą dla kołowego źródła o stałej intensywności $Z_E \leq 0,9$. Z zależności (3.130) otrzymuje się więc

$$u_E \leq \frac{0,14 \lambda}{b} \quad (3.131)$$

Źródło o większych wymiarach daje tylko w punktach B_1 i B_2 oświetlenie częściowe koherentne lub niekoherentne.

Teraz po podstawieniu wzoru (3.129) do (3.122) otrzymana byłaby zależność, która pozwoliłaby wyznaczyć rozkład intensywności w płaszczyźnie obrazu układu bezaberracyjnego dla dwóch punktowych źródeł światła świecących światłem o różnym stopniu wzajemnej koherencji przy pierwotnym źródle E w kształcie koła. Można byłoby również znaleźć graniczny kąt zdolności rozdzielczej, który uprzednio został wyznaczony dla skraj-

ných przypadków oświetlenia koherentnego i niekoherentnego. Jest to szczególnie ważne w układach mikroskopowych, gdzie przez zmianę średnicy przysłony aperturowej kondensatora można regulować wymiary źródła światła (p. 5.3.4). Z uwagi na sposób pracy mikroskopu zamiast granicznego kąta w'_r podawana jest graniczna odległość b_r dwóch punktów w płaszczyźnie przedmiotu, którą można uzależnić od w'_r . Niech U_0 (rys. 3.67) będzie obiektywem mikroskopu a Z' jego żrenicą wyjściową, płaszczy-



Rys. 3.67

zny π i π' są sprzężonymi płaszczyznami przedmiotu i obrazu. Pomija się tu wpływ okularu ponieważ przysłona aperturowa mikroskopu zwykle znajduje się w obiektywie. Zgodnie z równaniem (3.89) $Z_r = k\varrho'_0 w'_r$, gdzie Z_r wartość zależna od stopnia wzajemnej koherencji promieniowań wychodzących z punktów B_1 i B_2 . Przykładowo dla światła niekoherentnego $Z_r = 3,83$, natomiast dla światła koherentnego 5,14. Z rysunku $w'_r = b'_r/r_0$ i $\varrho'_0 = r_0 u'_0$ skąd

$$Z_r = kb'_r u'_0 = kb_r u'_0 \beta \quad (3.132)$$

gdzie:

b'_r — graniczna odległość między obrazami dwóch punktów,
 β — powiększenie poprzeczne obiektywu.

Korekcja obiektywów mikroskopowych zapewnia spełnienie warunku sinusów i wówczas

$$\beta = \frac{n \sin u_0}{n' \sin u'_0} = \frac{A_0}{u'_0} \quad (3.133)$$

ponieważ zwykle $n' = 1$ a kąt u'_0 jest mały.

$A_0 = n \sin u_0$ jest aperturą obiektywu, gdzie n — współczynnik załamania przestrzeni przedmiotowej obiektywu.

Podstawiając zależność (3.133) do wyrażenia (3.132) otrzymuje się ostatecznie

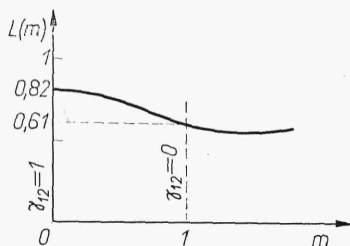
$$b_r = L(m) \frac{\lambda}{A_0} \quad (3.134)$$

gdzie $L(m) = Z_r/2\pi$.

Ze wzoru wynika, że im mniejsza jest długość fali światła danego źródła i im wyższa jest apertura obiektywu, tym na mniejszej odległości leżące punkty można widzieć jako oddzielne. $L(m)$ jest funkcją stopnia wzajemnej koherencji promieniowań obydwu źródeł. Jeżeli przez m będzie oznaczony stosunek $m = A_k/A_0$, gdzie $A_k = n \sin u_E$ jest aperturą kondensatora to dla $m = 0$ oświetlenie jest koherentne i $L(m = 0) =$

$= 5,14/2\pi = 0,82$. Dla $m = 1$ gdy apertura kondensora jest równa aperturze obiektywu moduł γ_{12} dla punktów leżących na odległości granicznej b_r osiąga pierwsze zero i oświetlenie jest niekoherentne, tzn. $L(m = 1) = 3,83/2\pi = 0,61$.

Na rys. 3.68 przedstawiona jest graficznie zależność L od m wyznaczona na drodze numerycznej zgodnie z zależnościami (3.112) i (3.129). Teoretycznie najwyższa zdolność rozdzielcza układu występuje wtedy, gdy



Rys. 3.68

apertura kondensora jest około 1,5 razy większa od apertury obiektywu. Praktycznie z uwagi na odbłaski powstające na oprawach soczewek obiektywu, które obniżają kontrast obrazu a tym samym jego zdolność rozdzielczą, nie przekracza się zwykle $m = 0,7$. Tym samym zgodnie z zależnością (3.134)

$$b_{r \min} = \frac{0,65 \lambda}{A_0} \quad (3.135)$$

3.3.6. Obraz przedmiotów złożonych

Każdy przedmiot można uważać za skończony lub nieskończony zbiór punktów emitujących światło o różnym stopniu wzajemnej koherencji. Uogólniając rozważania p. 3.3.5 można więc otrzymać zależności opisujące rozkład intensywności w płaszczyźnie obrazu uwzględniające wpływ parametrów układu oświetlającego. Z uwagi na złożoność problemu ograniczono się tu tylko do skrajnych przypadków: oświetlenia niekoherentnego i koherentnego. Bardziej szczegółowe omówienie tych zagadnień można znaleźć w [1].

Oświetlenie niekoherentne

Zgodnie z zależnością (3.120), ponieważ $\gamma_{12} = 0$, w płaszczyźnie obrazu wystarczy zsumować w przypadku oświetlenia niekoherentnego intensywności plamek dyfrakcyjnych poszczególnych punktów przedmiotu. Ograniczając się do badania układów, w których zmiany kształtów plamek dyfrakcyjnych ze zmianą położenia punktu w płaszczyźnie przedmiotu zachodzą dostatecznie wolno (to znaczy kiedy obszar płaszczyzny obrazu, w którym spełniony jest warunek izoplanatyzmu jest znacznie większy od powierzchni znaczących wartości intensywności plamki dyfrakcyjnej) wówczas wpływ plamek leżących poza tym obszarem na rozkład intensywności w rozpatrywanym obszarze jest pomijalnie mały. Wyznaczając wtedy lokalny rozkład intensywności formalnie sumowanie można rozciągnąć i na obszary nie spełniające tego warunku. Dla każdego punktu przed-