

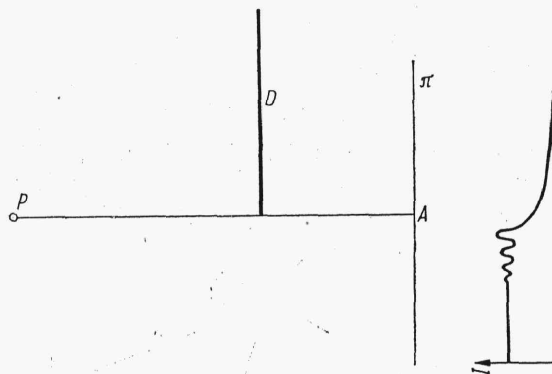
szczyzny elementu C, natomiast przez  $\Sigma_{1A}$  i  $\Sigma_{2B}$  od porównywanych przymiarów. Obraz prążków w polu widzenia przyrządu pokazano obok schematu przyrządu. Miarą różnicy długości obydwu przymiarów będzie przesunięcie układu prążków widocznych na powierzchni przymiarów względem prążków widocznych w pozostałej części pola. Ponieważ nominalnie przymiary są tej samej długości, to w białym świetle można wyznaczyć położenie zerowych rzędów w obydwu częściach pola, a tym samym całkowitą część różnicy rzędów interferencji. Część ułamkowa mierzona jest w świetle monochromatycznym o długości fali  $\lambda_0$  i różnica długości obydwu przymiarów spełniać będzie równanie

$$l_B - l_A = \frac{\lambda_0}{2} (\Delta m_c + \varepsilon)$$

### 3.3. Dyfrakcja światła

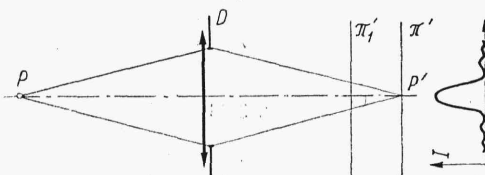
#### 3.3.1. Zasada Huygensa-Fresnela

Niech będzie punktowe źródło światła  $P$  (rys. 3.34) i przysłona  $D$  pochłaniająca falę elektromagnetyczną. Prosta  $PA$  przechodząca przez brzeg przysłony jest granicą, na której zachodzi skokowa zmiana wektora natężenia



Rys. 3.34

żenia pola elektrycznego i magnetycznego i zgodnie z rozważaniami p. 1.4.7 optyka geometryczna nie może dać poprawnego opisu rozkładu intensywności w pobliżu punktu  $A$  płaszczyzny  $\pi$ . Teoria dyfrakcji, uwzględniająca



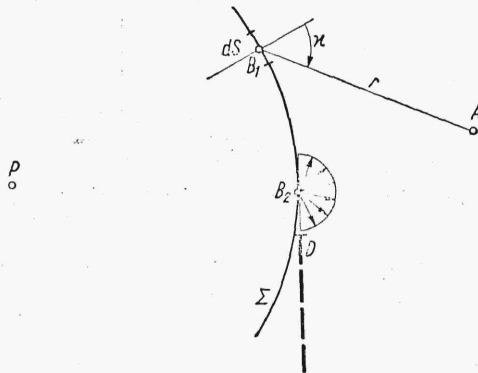
Rys. 3.35

periodyczność zjawisk świetlnych zajmuje się opisem rozchodzenia się fali w takich obszarach. Szczególne znaczenie ma przypadek, kiedy obraz źródła światła dany przez układ  $U$  (rys. 3.35) pokrywa się z płaszczyzną  $\pi'$ .

Wtedy zgodnie z optyką geometryczną dla doskonale skorygowanego układu  $U$  wartości niezerowe pola powinny występować tylko w  $P'$  płaszczyzny  $\pi'$ . Opis rozkładu intensywności w takiej płaszczyźnie w porównaniu z płaszczyzną  $\pi$  (rys. 3.34) wymaga mniej złożonych rachunków i dlatego wyodrębnia się te zagadnienia mówiąc w tym przypadku o *dyfrakcji Fraunhofera*. Przy wyznaczaniu rozkładu pola elektromagnetycznego w dowolnej płaszczyźnie ( $\pi$  na rys. 3.34 lub  $\pi'_1$ , rys. 3.35) mówi się o *dyfrakcji Fresnela*, będącej uogólnieniem dyfrakcji Fraunhofera. W niniejszej książce ograniczymy się głównie do omówienia zjawisk obejmujących pierwszą część zagadnień. Wpływ przeogniskowania i zniekształcenia fali przez aberracje układu, należące formalnie do obszaru *Fresnela*, rozpatrywane będą również z pozycji dyfrakcji *Fraunhofera*.

Scisły opis pola poza przysłoną  $D$  jest zagadnieniem bardzo złożonym i zawsze do rozważań wprowadzane są pewne założenia upraszczające. Na przykład zakłada się, że przysłona pochłania całkowicie energię elektromagnetyczną na nią padającą. W rzeczywistości fala elektromagnetyczna jest częściowo pochłaniana, częściowo odbijana lub nawet przepuszczana, co wpływa na istotny sposób na rozkład pola w bezpośredniej jej bliskości. Ponadto rzeczywista przysłona w skali długości fali światła nie jest nigdy dokładnie zdefiniowana. W związku z tym z konieczności badania rozkładów intensywności ograniczone są do płaszczyzn znajdujących się względem przysłony na odległościach nieporównywalnie większych od długości fali i ponadto do przysłony o wymiarach również znacznie przekraczających tę wielkość. Wtedy założenie, że fala padająca na przysłonę jest całkowicie przez nią pochłaniana może być usprawiedliwione, ponieważ zaburzenia wprowadzane przez przysłonę na pozostałe pole będzie pomijalnie małe.

Z uwagi na bardzo złożony aparat matematyczny, jaki musi być zastosowany przy ścisłym ujęciu zagadnień dyfrakcji, zwykle rozważania są prowadzone przy wykorzystaniu pomocniczych teorii będących szczegól-



Rys. 3.36

nymi przypadkami rozwiązań ogólnych. Pozwala to szybciej i w prostszy sposób uzyskać rezultaty praktyczne, co jest zwłaszcza istotne przy ograniczeniu się tylko do technicznego punktu widzenia. W niniejszej książce rozważania prowadzone są przy wykorzystaniu *zasady Huygensa-Fresnela*, będącej uproszczoną postacią całkowitej *teorii dyfrakcji Kirchoffa* [1].

Niech w danej chwili  $t$  będzie dane czoło fali  $\Sigma$  (rys. 3.36) o znanej

fazie i rozkładzie amplitud pochodzące od punkтового źródła  $P$  dla prostoty emitującego światło monochromatyczne. Czoło fali  $\Sigma$  zgodnie z zasadą *Huygensa* można uważać za zbiór wtórnych źródeł światła ( $B_1 B_2 \dots$ ) emitujących energię we wszystkich kierunkach półsfery zaznaczonej przykładowo na rysunku w punkcie  $B_2$ . Aby wyznaczyć amplitudę i fazę w dowolnym punkcie  $A$  przestrzeni wystarczy zsumować zaburzenia pochodzące od wszystkich punktów  $B$  czoła  $\Sigma$ . Jeżeli między punkt  $P$  i  $A$  zostanie wstawiona przysłona  $D$  zaznaczona na rysunku linią przerywaną, wówczas do punktu  $A$  dochodzą zaburzenia tylko z części nieprzysłoniętej czoła fali  $\Sigma$  i amplituda oraz faza w punkcie  $A$  będą w ogólnym przypadku inne niż przy braku przysłony. Powracając do rys. 3.34 można wykazać na podstawie powyższych rozważań, że zamiast skokowej zmiany intensywności wynikającej z geometrycznych rozważań otrzymuje się rozkład przedstawiony w prawej części rysunku. Światło dociera również do obszaru cienia za przysłoną  $D$ , natomiast w części oświetlonej występują pewne oscylacje intensywności, których amplituda zmniejsza się wraz ze wzrostem odległości od geometrycznej granicy światłocienia. Mówi się wtedy, że następuje *dyfrakcja (ugięcie) fali* na przysłonie  $D$ . W punkcie  $P'$  (rys. 3.35) zamiast rozkładu dyskretnego otrzymuje się pewną plamkę, której kształt zależy od aberracji układu i kształtów źrenicy.

Przechodząc do analitycznego ujęcia teorii *Huygensa-Fresnela*, w celu wyznaczenia zaburzenia w punkcie  $A$  (rys. 3.36) na czole fali  $\Sigma$  wokół punktu  $B_1$  zostanie wydzielona elementarna powierzchnia  $dS$ . Z elementu tego do punktu  $A$  dociera zaburzenie o postaci

$$V_{\Sigma} \frac{\exp(ikr)}{r} - K(\kappa) dS$$

gdzie:

$V_{\Sigma}$  — funkcja opisująca amplitudę i fazę czoła fali  $\Sigma$ ,  
 $K(\kappa)$  — współczynnik kierunkowy rozchodzenia się fali, który zgodnie z teorią *Kirchoffa* [1] wynosi

$$K(\kappa) = \frac{\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\right)}{2\lambda} (1 + \cos \kappa) \quad (3.77)$$

Współczynnik  $1/r$  uwzględnia zmianę amplitudy fali sferycznej wraz z odległością. Ponieważ rozważania dotyczą światła monochromatycznego opuszcza się czynnik  $\exp(-i\omega t)$ , który i tak byłby eliminowany przy wyznaczaniu intensywności.

W punkcie  $A$  w wyniku interferencji zaburzeń pochodzących od całego czoła fali powstanie amplituda i faza o postaci

$$T_A = \iint_{\Sigma} V_{\Sigma} \frac{\exp(ikr)}{r} K(\kappa) dS \quad (3.78)$$

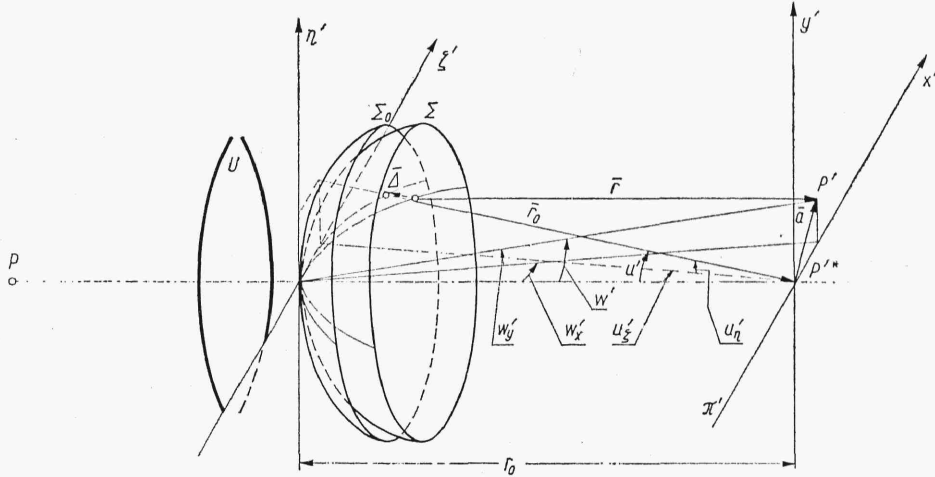
Jest to analityczna postać *zasady Huygensa-Fresnela*. Obecnie zostanie ona wykorzystana do wyznaczenia rozkładu amplitud i faz, a więc i intensywności w płaszczyźnie obrazu punktu danego przez układ.

Niech będzie aberracyjny układ  $U$  (rys. 3.37) i punktowe źródło światła  $P$ , dla którego np. drogą obliczeń w płaszczyźnie źrenicy wyjściowej  $\eta'$ ,  $\zeta'$  można znaleźć ograniczone przez przysłonę aperturową czoło fali  $\Sigma$ . Na tym czole znana jest wartość zaburzenia  $V_{\Sigma} = V_{0\Sigma} \exp(i\Phi)$  gdzie  $\Phi$  jest jego fazą stałą dla całej powierzchni falowej, a  $V_{0\Sigma}$  — amplitudą ogólnie zmienną w źrenicy. Jeżeli luminancja źródła światła i współczynnik

przepuszczania układu jest stały w żrenicy to  $V_{0\Sigma}$  jest również w niej stałe. Poza żrenicą  $V_{0\Sigma} = 0$ .

Przy wyznaczaniu rozkładu amplitud i faz w bieżącym punkcie  $P'(x', y')$  płaszczyzny  $\pi'$  leżącym w pobliżu obrazu *Gaussa*  $P'^*$  z uwagi na małe wartości aberracji w porównaniu z  $r$ , kąt  $\varkappa$  jest mały, a więc  $\cos \varkappa \approx 1$  i wtedy zgodnie z zależnościami (3.78) i (3.77) będzie

$$T_{P'} = \frac{\exp[i(\Phi - \pi/2)]}{\lambda} \iint_{\Sigma} V_{0\Sigma}(\eta', \zeta') \frac{\exp(ikr)}{r} dS \quad (3.79)$$



Rys. 3.37

Gdyby układ był stygmatyczny dla punktów  $P$  i  $P'^*$  wówczas powierzchnia falowa  $\Sigma_0$  byłaby sferyczna o promieniu  $r_0$  ze środkiem krzywizny w punkcie  $P'^*$ . Odległość  $\Delta$  między falami  $\Sigma$  i  $\Sigma_0$  mierzona po promieniu  $r_0$  jest aberracją falową układu. Z rysunku można napisać

$$\bar{r} = \bar{r}_0 + \bar{\Delta} + \bar{a}$$

Podnosząc do kwadratu obie strony równania, ponieważ  $a$  i  $\Delta$  są małe w porównaniu z  $r_0$ , można pominąć kwadraty i iloczyny tych wielkości w porównaniu z kwadratem  $r_0$  i napisać

$$r^2 = r_0^2 + 2(\bar{r}_0 \bar{a} + \bar{r}_0 \bar{\Delta})$$

Ale  $\bar{r}_0$  jest równoległe do  $\bar{\Delta}$ , skąd  $\bar{r}_0 \bar{\Delta} = r_0 \Delta$ . Poza tym z dokładnością przybliżenia można przyjąć, że  $r + r_0 \approx 2r_0$ , a więc  $r^2 - r_0^2 = 2(r - r_0)r_0$  i wtedy

$$r = r_0 + \frac{\bar{r}_0 \bar{a}}{r_0} + \Delta \quad (3.80)$$

Z rozłożenia iloczynu skalarnego na składowe  $\bar{r}_0 \bar{a} = -(\zeta' x' + \eta' y')$ . Dla małych wartości  $x'$  i  $y'$  oraz  $\zeta'$  i  $\eta'$  w porównaniu z  $r_0$  będzie spełnione

$$\frac{\zeta' x' + \eta' y'}{r_0} = w'_x \zeta' + w'_y \eta' = u'_x x' + u'_y y' \quad (3.81)$$

gdzie  $w'_x, w'_y, u'_z, u'_y$  odpowiednie kąty zaznaczone na rys. 3.37. Podstawiając zależności (3.80) i (3.81) do (3.79) otrzymuje się

$$T_{P'} = \frac{\exp\left[i\left(\Phi - \frac{\pi}{2} + kr_0\right)\right]}{\lambda} \int_{\Sigma'} \int \frac{V_{0\Sigma}(\eta', \zeta')}{r} \exp(ik\Delta) \exp[-ik(w'_x \zeta' + w'_y \eta')] d\Sigma \quad (3.82)$$

Wygodnie jest zmienić obszar całkowania na czoło fali odniesienia  $\Sigma_0$ . Pomijając zmianę amplitudy fali na odległości  $\Delta$ , to znaczy przyjmując  $V_{0\Sigma}/r = V_0/r_0$  gdzie  $V_0$  amplituda na powierzchni falowej odniesienia  $\Sigma_0$ , i wprowadzając oznaczenia

$$V_0(\zeta', \eta') \exp[ik\Delta(\zeta', \eta')] = V(\zeta', \eta') \quad (3.83a)$$

$$\frac{\exp\left[i\left(\Phi - \frac{\pi}{2} + kr_0\right)\right]}{\lambda r_0} = A \quad (3.83b)$$

gdzie  $A$  jest stałą niezależną od współrzędnych źrenicy i płaszczyzny obrazu ostatecznie pozostanie

$$T(w'_x, w'_y) = A \iint_{\Sigma_0} V(\zeta', \eta') \exp[-ik(w'_x \zeta' + w'_y \eta')] d\zeta' d\eta' \quad (3.84)$$

Z wyrażenia (3.84) dla przedmiotu w postaci punktu można znaleźć rozkład amplitud i faz  $T$  w płaszczyźnie obrazu, jeżeli znana jest funkcja  $V$  w źrenicy, nazywana dalej *funkcją amplitudowo-fazową źrenicy*. Funkcja  $V$  zgodnie z zależnością (3.83) tylko dla układu bezaberracyjnego ( $\Delta = 0$ ) jest funkcją rzeczywistą. Ponadto, jeżeli intensywność źródła światła nie zależy od kierunku promieniowania i współczynnik przepuszczania układu jest stały w źrenicy, to  $|V| = V_0$  jest w niej stałe.

Poza źrenicą  $V(\zeta', \eta') = 0$  i całkowanie formalnie można przeprowadzić po całej płaszczyźnie  $\zeta', \eta'$  i wtedy zgodnie z rozważaniami rozdz. 8 można powiedzieć, że rozkład amplitud i faz w obrazie punktu jest przekształceniem Fouriera funkcji źrenicy

$$\boxed{T(w'_x, w'_y) = AF[V(\zeta', \eta')]} \quad (3.85)$$

Stwierdzenie tego faktu upraszcza rozważania, ponieważ znając transformaty typowych funkcji, w tym przypadku funkcji  $V$ , opisujących rozkład amplitud i faz w źrenicy, można natychmiast znaleźć rozkład  $T$  amplitud i faz w płaszczyźnie obrazu i w konsekwencji również rozkład intensywności  $D$  zwany krótko *plamką dyfrakcyjną*

$$\boxed{D(w'_x, w'_y) = TT^*} \quad (3.86)$$

### 3.3.2. Obraz dyfrakcyjny punktu dla układu bezaberracyjnego

Niech najpierw źrenica będzie w kształcie prostokąta (rys. 3.38) ze stałą w niej amplitudą tzn.

$$\begin{aligned} V_0(\zeta', \eta') &= V(0, 0) & \text{dla } |\zeta'| < \zeta'_0 \text{ i } |\eta'| < \eta'_0 \\ V_0(\zeta', \eta') &= 0 & \text{poza tym obszarem} \end{aligned}$$