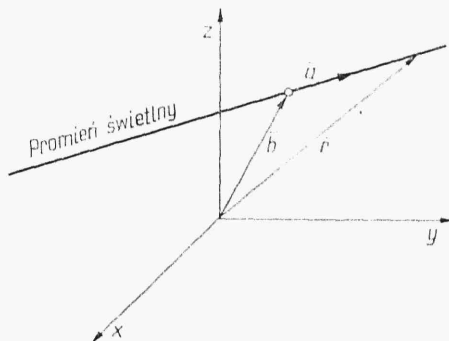


1.4.4. Własności promienia świetlnego

Jeżeli ośrodek jest jednorodny, to znaczy, jeżeli n jest niezależne od współrzędnych ($\text{grad } n = 0$), wtedy równanie promienia przybierze postać $d^2\vec{r}/ds^2 = 0$, skąd $\vec{r} = s\vec{a} + \vec{b}$, gdzie \vec{a} i \vec{b} są wektorami stałymi. Jest to



Rys. 1.8

równanie prostej w kierunku \vec{a} przechodzącej przez punkt $\vec{r} = \vec{b}$ (rys. 1.8). Promienie świetlne w ośrodku jednorodnym są liniami prostymi.

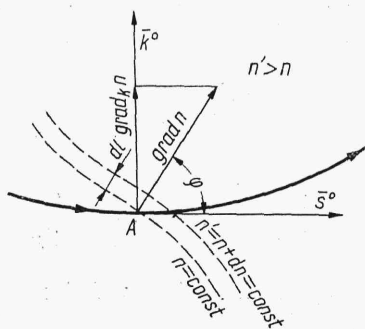
Dla ośrodka niejednorodnego, rozwijając w równaniu (1.35) operację różniczkowania, ponieważ $d^2\vec{r}/ds^2 = \vec{K}$, gdzie \vec{K} jest wektorem krzywizny skierowanym od krzywej do środka krzywizny ($|\vec{K}| = 1/\varrho$, gdzie ϱ — promień krzywizny) otrzymuje się

$$\frac{dn}{ds} \vec{s}^0 + n\vec{K} = \text{grad } n \quad (1.36)$$

Z wyrażenia (1.36) wynika, że kierunek promienia \vec{s}^0 , wektor krzywizny \vec{K} i $\text{grad } n$ leżą w jednej płaszczyźnie. Mnożąc obie strony równania skalarnie przez \vec{K} i uwzględniając $\vec{K}/K = \vec{K}^0$ oraz $\vec{K} \cdot \vec{s}^0 = 0$, wówczas

$$|\vec{K}| = \frac{1}{\varrho} = \frac{1}{n} \vec{K}^0 \cdot \text{grad } n \quad (1.37)$$

Ponieważ $1/\varrho \geq 0$, to kąt między \vec{K}^0 a $\text{grad } n$ jest mniejszy lub równy $\pi/2$. Oznacza to, że promień zakręca w stronę dodatniego zwrotu $\text{grad } n$, a więc większego współczynnika załamania (rys. 1.9).



Rys. 1.9

Równanie (1.37) może być również podstawą do numerycznych obliczeń promienia krzywizny ϱ . Niech w danym punkcie A (rys. 1.9) ustalony bę-

dzie kierunek promienia \vec{s}^0 . Grad n jest z definicji wektorem skierowanym w stronę największej zmiany współczynnika załamania, a więc jest prostopadły do powierzchni $n(x, y, z) = \text{const}$, natomiast jego moduł określa wielkość zmiany współczynnika załamania na jednostkę odległości w tym kierunku. Zgodnie z oznaczeniami na rysunku, otrzymuje się

$$|\text{grad } n| = \frac{dn}{dl}$$

Iloczyn skalarny w równaniu (1.37) wskazuje, że do obliczeń $1/\varrho$ należy brać pod uwagę tylko składową grad n w kierunku prostopadłym do promienia świetlnego; oznaczając ją przez $\text{grad}_k n$ otrzymuje się

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{n} |\text{grad}_k n| = \frac{\sin \varphi}{n} \frac{dn}{dl} = \frac{1}{n} \frac{dn}{dK} \quad (1.38)$$

gdzie:

φ — kąt zawarty między kierunkami \vec{s}^0 promienia i grad n ,
 d_n/dK — zmiana współczynnika załamania w kierunku prostopadłym do kierunku \vec{s}^0 promienia w płaszczyźnie zawierającej wektor grad n lub innymi słowy, największa zmiana współczynnika załamania na jednostkę długości w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku \vec{s}^0 promienia.

Jeżeli kierunek promienia pokrywa się z kierunkiem grad n , a więc jest prostopadły do powierzchni $n(x, y, z) = \text{const}$, wówczas $\varphi = 0$ i z wzoru (1.38) $\varrho = \infty$. Promień w tym przypadku nie ulega odchyleniu.

Badając zmianę kierunku promienia świetlnego pod wpływem zmiennego rozkładu temperatur w powietrzu zgodnie z równaniem (1.24) dla $p = 760$ mm Hg można napisać

$$\frac{dn}{dK} = \frac{dn}{dt} \cdot \frac{dt}{dK} = - \frac{a\alpha}{(1+\alpha t)^2} \frac{dt}{dK}$$

gdzie dt/dK — maksymalna zmiana temperatury na jednostkę odległości dK w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku \vec{s}^0 promienia.

Współczynnik załamania maleje wraz ze wzrostem temperatury i stąd we wzorze występuje znak minus.

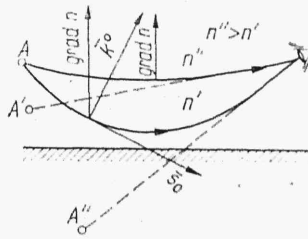
Podstawiając do równania (1.38) dla temperatur w pobliżu 0°C z pominięciem znaku będzie

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{a\alpha}{1+a} \frac{dt}{dK} \approx a\alpha \frac{dt}{dK} \quad (1.39)$$

Przykładowo niech $dt/dK = 1^\circ\text{C}/1$ m (na odcinku 1 m występuje zmiana temperatury 1°C), wówczas zgodnie z danymi w tabl. 1.3 ϱ jest rzędu 10^3 km.

Zjawisko zmiany kierunku promieni w ośrodkach niejednorodnych powoduje w dni słoneczne powstanie złudzeń optycznych lub miraży na pustyniach. Pod wpływem rozgrzanego terenu w bezpośredniej jego bliskości tworzy się warstwa powietrza o zmiennej temperaturze, malejącej wraz z odległością od ziemi, a więc rosnącym współczynnikiem załamania (rys. 1.10). Promienie wychodzące z punktu A i idące bezpośrednio do oka ulegną pewnemu odchyleniu zależnie od grad n (różnicy współczynników załamania n' i n'') na tej wysokości od ziemi. Promienie skierowane w stronę ziemi przy dostatecznie dużych zmianach temperatur w pobliżu niej,

a więc i dostatecznie dużych wartościach $\text{grad } n$, mogą trafić również do oka, dając drugi obraz A'' punktu A' . Powstaje wtedy wrażenie pozornego odbicia obrazu od ziemi.



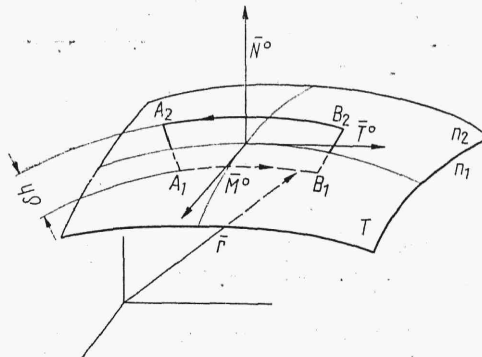
Rys. 1.10

Zjawisko miraży spowodowane jest odwrotnym rozkładem temperatur powietrza i polega na obserwowaniu przedmiotów znajdujących się poza horyzontem.

1.4.5. Prawo załamania i odbicia

Równanie (1.35) opisuje rozchodzenie się promieni w ośrodku niejednorodnym, przy założeniu ciągłej zmiany współczynnika załamania. W praktyce przy konstrukcji przyrządów optycznych wykorzystuje się przede wszystkim powierzchnie o skokowej zmianie współczynnika załamania, tworzące układy soczewek i pryzmatów znajdujących się w ośrodku o mniejszym współczynniku załamania (np. w powietrzu). W związku z tym wyprowadzone zostanie teraz prawo określające przejście promienia świetlnego z ośrodka jednorodnego o bezwzględnym współczynniku załamania n_1 do ośrodka również jednorodnego, ale o współczynniku załamania n_2 .

Niech będzie dowolna powierzchnia ciągła T (rys. 1.11) dzieląca obydwa ośrodki. Utwórzmy na tej powierzchni cienką warstwę o grubości



Rys. 1.11

δh , dla której w kierunku normalnym do powierzchni T występuje ciągła zmiana współczynnika załamania od n_1 do n_2 . Niech $A_1B_1B_2A_2$ będzie płaskim elementem powierzchni z bokami A_1B_1 i A_2B_2 równoodległymi od T oraz B_1B_2 i A_1A_2 normalnymi do T . Jeżeli przez \bar{M}^0 oznaczony będzie wektor jednostkowy normalny do elementu powierzchni $A_1B_1B_2A_2$ oraz