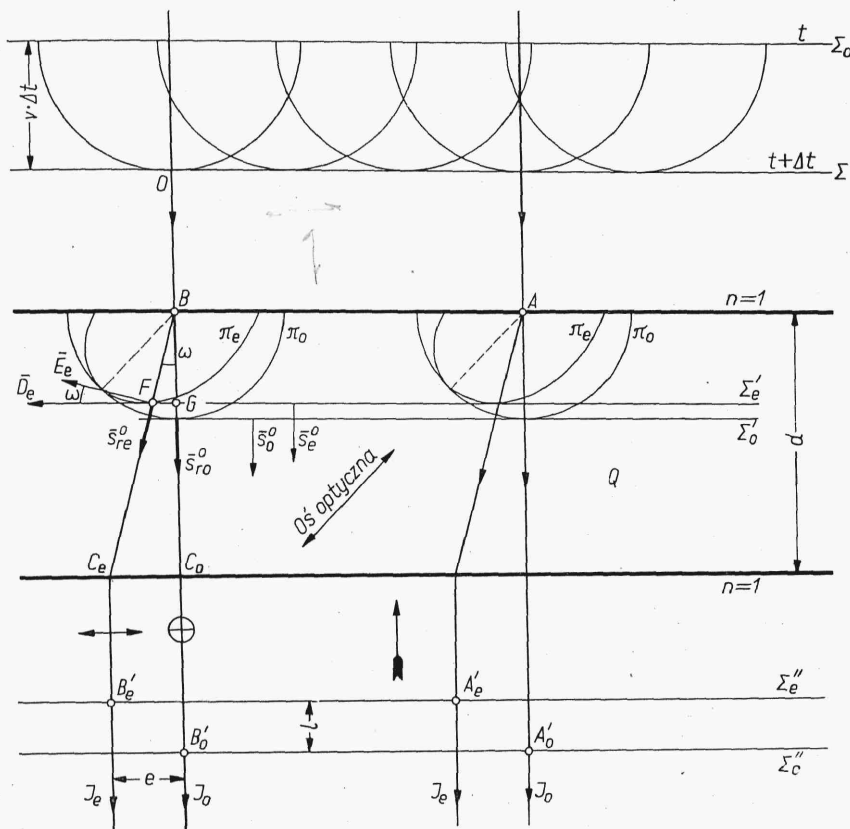


### 3.5.3. Przechodzenie fali przez płytkę płasko-równoległą

Niech będzie fala płaska  $\Sigma$  (rys. 3.95) padająca prostopadłe na płytkę kryształu (np. dodatniego) z osią optyczną leżącą w płaszczyźnie rysunku. Do wyznaczenia fali w ośrodku anizotropowym zostanie zastosowana konstrukcja *Huygensa*, uprzednio wykorzystana przy zjawiskach dyfrakcji. Każdą powierzchnię falową w pewnej chwili  $t$  można uważać za zbiór wtórnych źródeł wysyłających wtórne fale. Po dowolnym czasie  $\Delta t$  obwiednia wtórnych fal będzie nową powierzchnią falową daną w chwili  $t + \Delta t$ . Na rysunku 3.95 pokazano tworzenie się fali  $\Sigma'$  z  $\Sigma_0$  w ośrodku



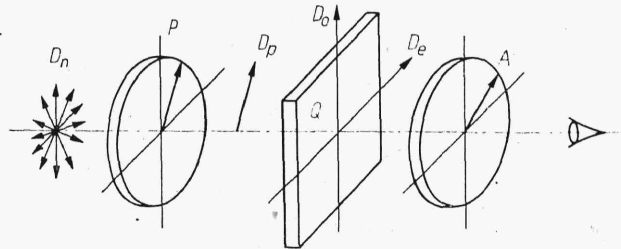
Rys. 3.95

izotropowym dla przypadku kiedy wtórne fale są sferyczne. Jeżeli fala dotrze do granicy ośrodka anizotropowego, wówczas z każdego punktu tej fali rozejdą się fale wtórne w postaci dwóch zaburzeń: zwyczajnego i nadzwyczajnego, tworzące po pewnym czasie  $\Delta t$  powierzchnie  $\pi_0$  i  $\pi_e$  zgodnie z kształtem powierzchni falowych charakterystycznych dla danego kryształu i kierunku osi optycznej. Obwiedniami tych fal są powierzchnie  $\Sigma'_e$  i  $\Sigma'_0$  będące powierzchniami falowymi w ośrodku anizotropowym. Promień  $OB$  w ośrodku izotropowym prostopadłym do czoła fali  $\Sigma$ , w ośrodku anizotropowym zostaje rozdzielony na dwa promienie  $BC_0$  i  $BC_e$ . Pierwszy promień jako zwyczajny, z uwagi na sferyczność jego powierzchni falowej

rozchodzi się zgodnie z prawami ośrodka izotropowego, drugi mimo, że pada na płytkę pod kątem prostym zostaje odchylony o kąt  $\omega$  zależny od położenia osi optycznej i różnicy współczynników załamania ( $n_0 - n_e$ ). Fakty te podane tu bez dowodu można wyprowadzić z równań *Maxwella*, z których ponadto wynika, że obydwa zaburzenia są spolaryzowane liniowo (zachodzi to również dla kryształów dwuosiowych) i wektory indukcji elektrycznej  $\vec{D}$  są prostopadłe do kierunku rozchodzenia się obydwu fal wyznaczonych przez wersory  $\vec{s}_e^0$  i  $\vec{s}_o^0$ . Dla fali nadzwyczajnej wektor  $\vec{D}_e$  leży w płaszczyźnie pokrywającej się z osią optyczną, zaś wektor  $\vec{D}_o$  w płaszczyźnie do niej prostopadłej. Wektor elektryczny  $\vec{E}_e$ , który zgodnie z zależnością (3.185) nie pokrywa się z  $\vec{D}_e$ , leży również w płaszczyźnie przechodzącej przez oś optyczną. A ponieważ kierunek rozchodzenia się energii, a więc i promienia  $\vec{s}_e^0$ , opisany przez wektor *Poyntinga* (p. 1.2.2) jest prostopadły do wektora elektrycznego, wówczas ogólnie nie może on się pokrywać z kierunkiem rozchodzenia się fali  $\vec{s}_e^0$ . Prędkość fali  $v$ , której miarą jest odcinek  $BG$ , nie jest równa prędkości promienia  $v_r$  (odcinek  $BF$ ). Prędkości tych nie rozróżniano dla ośrodków izotropowych, a więc i dla promienia zwyczajnego, ponieważ były one sobie równe. Dla uzupełnienia kierunek wektora indukcji magnetycznej pokrywający się z wektorem magnetycznym  $\vec{H}$  jest prostopadły w obu przypadkach do wektorów  $\vec{E}$  i  $\vec{D}$ .

Podsumowując dotychczasowe rozważania można powiedzieć, że fala płaska padająca na płytkę płasko-równoległą kryształu pod kątem prostym (rys. 3.95) tworzy dwie fale płaskie  $\Sigma_e''$  i  $\Sigma_o''$  spolaryzowane liniowo w kierunkach wzajemnie prostopadłych, które są przesunięte przestrzennie: 1) w kierunku rozchodzenia się fal o odległość  $l$ ; 2) w kierunku do niego prostopadłym w płaszczyźnie pokrywającej się z osią optyczną o odległość  $e$ . Obydwa przesunięcia zależą od położenia osi optycznej w płytce, od jej grubości  $d$  oraz od dwójłomności  $n_e - n_0$ . Płaszczyzna drgań wektora indukcji elektrycznej fali nadzwyczajnej przechodzi przez oś optyczną, natomiast fali zwyczajnej jest do niej prostopadła.

W ogólnym przypadku fala może padać pod dowolnym kątem do płaszczyzny płytki i wówczas  $l$  i  $e$  będzie dodatkowo funkcją kąta padania.



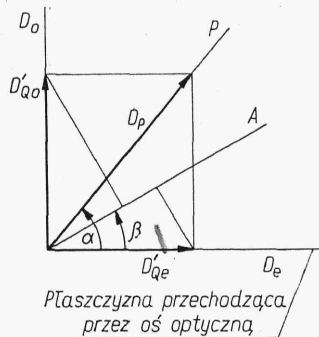
Rys. 3.96

Dla osi optycznej prostopadłej do kierunku rozchodzenia się fali  $e = 0$  i

$$l = (n_e - n_0) d \quad (3.191)$$

Obie fale  $\Sigma_e''$  i  $\Sigma_o''$  spolaryzowane liniowo pod kątem prostym, interferując ze sobą i dają (zgodnie z p. 3.5.1) zaburzenie spolaryzowane eliptyczne. Niech teraz przed płytką  $Q$  (rys. 3.96) i poza płytką będą wstawione

dwa elementy przepuszczające tylko wektor indukcji w określonej płaszczyźnie. Pierwszy nazywa się *polaryzatorem*  $P$  drugi *analizatorem*  $A$ . Zasada pracy takiego elementu będzie omówiona w następnym punkcie. W celu przeanalizowania intensywności światła wychodzącego z analizatora, na rys. 3.97 pokazano rozmieszczenie wektorów indukcji ( $D_0$  i  $D_e$ ) fali zwyczajnej i nadzwyczajnej w kryształ; kierunek obserwacji prostopadły do płaszczyzny płytki zaznaczony jest strzałką na rys. 3.95.



Rys. 3.97

Jeżeli płaszczyzna drgań wektora  $D_P$  polaryzatora pokrywa się z płaszczyzną drgań wektora  $D_0$  fali zwyczajnej kryształu, to znaczy fala  $\Sigma'$  jest spolaryzowana liniowo w płaszczyźnie prostopadłej do osi optycznej, ( $\alpha = \pi/2$ ), to w kryształcie będzie się rozchodziło zaburzenie jako fala zwyczajna a poza płytką niezależnie od jej grubości pozostanie tylko fala  $\Sigma_0''$ , której płaszczyzna drgań pokrywa się z płaszczyzną drgań fali  $\Sigma'$ . W tym przypadku płytka nie wpływa na zmianę stanu polaryzacji. To samo można powiedzieć, jeżeli płaszczyzna drgań wektora  $D_P$  pokrywa się z osią  $D_e$  ( $\alpha = 0$ ).

Założmy że płaszczyzna drgań polaryzatora tworzy kąt  $\alpha$  z osią  $D_e$ . Jeżeli przez  $D_P$  będzie oznaczona amplituda zaburzenia padającego na płytkę to składowe

$$D_{Qe} = D_P \cos \alpha \quad (3.192a)$$

$$D_{Q0} = D_P \sin \alpha \quad (3.192b)$$

będą amplitudami zaburzeń składowych rozchodzących jako fala nadzwyczajna i zwyczajna w płytce  $Q$ . Przez analizator przejdą z kolei tylko składowe amplitud

$$D_{Ae} = D_{Qe} \cos \beta \quad (3.193a)$$

$$D_{A0} = D_{Q0} \sin \beta \quad (3.193b)$$

Ostatecznie zaburzenie, które przechodzi przez płytkę jako fala nadzwyczajna, za analizatorem przyjmie postać

$$D'_{Ae} = D_{Ae} \exp(-i\omega t) \exp(i\delta) \quad (3.194a)$$

natomiast fala zwyczajna

$$D'_{A0} = D_{A0} \exp(-i\omega t) \quad (3.194b)$$

Czynnik  $\exp(i\delta)$  uwzględnia różnicę fazową obydwu zaburzeń, powstałą w wyniku różnych prędkości rozchodzenia się obydwu fal w kryształcie.

Zaburzenia te ze sobą interferują i ponieważ mają tę samą płaszczyznę drgań mogą być przedstawione w postaci zespolonej. Uwzględniając zależności (3.180), (3.179) i (3.178) można wtedy napisać

$$D'_A = D'_{Ae} + D'_{A0} = D_p [\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta \exp(i\delta)] \exp(-i\omega t)$$

Intensywność światła za analizatorem wyniesie

$$I_A = D'_A D'^*_A = I_p \left[ \cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \frac{\sin 2\alpha \sin 2\beta}{2} \cos \delta \right] \quad (3.195)$$

gdzie  $I_p$  jest intensywnością światła przechodzącego przez polaryzator.

Ponieważ  $I_A$  jest funkcją  $\delta$  oznacza to, że umieszczenie płytki kryształu między polaryzatorem i analizatorem uzależnia intensywność światła przechodzącego przez te trzy elementy od różnicy fazowej  $\delta = 2\pi l/\lambda$  (rys. 3.95) fali zwyczajnej i nadzwyczajnej, a więc również umożliwia ocenę wzajemnego położenia obydwu fal  $\Sigma''_e$  i  $\Sigma''_o$ . Zostanie to później wykorzystane np. do badania kształtu fali. W tym ostatnim przypadku  $\delta$  będzie przybierało różne wartości w różnych punktach płytki i w związku z tym powstanie pewien rozkład intensywności w polu widzenia. Zbiór punktów dla których  $I_A$  będzie przybierało wartości minimalne, przez analogię do zjawisk interferencji w świetle naturalnym, nazywać się będzie *prążkiem ciemnym*, natomiast zbiór punktów, dla których  $I_A = I_{A \max}$  — *prążkiem jasnym*.

Ponieważ intensywność zależy również od położenia płaszczyzny drgań wektora indukcji elektrycznej polaryzatora i analizatora, zostanie przeprowadzona analiza wpływu kątów  $\alpha$  i  $\beta$  na warunki obserwacji prążków. Celem analizy jest wyznaczenie warunków, dla których występuje maksymalny kontrast prążków oraz najwyższa intensywność światła przechodzącego. W tym celu odejmując i dodając do sumy w nawiasie wyrazu  $\frac{\sin 2\alpha \sin 2\beta}{2}$  można sprowadzić zależność (3.195) do postaci

$$I_A = I_p \left[ \cos^2(\alpha + \beta) + \sin 2\alpha \sin 2\beta \cos^2 \frac{\delta}{2} \right] \quad (3.196)$$

Rozpatrując najpierw przypadek, kiedy płaszczyzny drgań wektora  $D$  polaryzatora i analizatora leżą w tej samej ćwiartce podziału kąтового, to znaczy wtedy, gdy  $\sin 2\alpha \sin 2\beta > 0$ , to z uwagi na zmiany  $\delta$  otrzymuje się

$$I_{A \max} = I_p [\cos^2(\alpha + \beta) + \sin 2\alpha \sin 2\beta]$$

$$I_{A \min} = I_p \cos^2(\alpha + \beta)$$

Prążek jasny występuje wtedy, gdy

$$\delta = \frac{2\pi l}{\lambda} = 2m\pi \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

a więc dla

$$l_j = \lambda m \quad (3.197a)$$

natomiast ciemny, gdy

$$l_c = \frac{\lambda}{2} + m\lambda \quad (3.197b)$$

Maksymalny kontrast  $C = \frac{I_{Amax} - I_{Amin}}{I_{Amax} + I_{Amin}} = 1$ , występuje wtedy, gdy

$\cos(\alpha + \beta) = 0$ , skąd  $\alpha + \beta = \pi/2 + m\pi$ . Jeżeli warunek ten jest spełniony wówczas  $I_{Amin} = 0$ , natomiast  $I_{Amax} = \sin 2\alpha \sin 2\beta$ . Warunkami najwyższej intensywności jasnego prążka będzie  $|\sin 2\alpha| = 1$  i  $|\sin 2\beta| = 1$ , co w połączeniu z poprzednimi ustaleniami ostatecznie daje

$$\alpha = \beta = \frac{\pi}{4}, \quad \text{lub} \quad \alpha = \beta = \frac{3\pi}{4}$$

A więc płaszczyzny drgań polaryzatora i analizatora powinny być równoległe i tworzyć kąt  $\pi/4$  z płaszczyzną przechodzącą przez oś optyczną płytki Q.

Z podobnej analizy dla kątów  $\alpha$  i  $\beta$  leżących w różnych ćwiartkach ( $\sin 2\alpha \sin 2\beta < 0$ ), wynika, że najkorzystniejsze warunki występują wtedy, gdy płaszczyzny drgań wektora D polaryzatora i analizatora są skrzyżowane pod kątem prostym i tworzą również z płaszczyzną przechodzącą przez oś kryształu kąt  $\pi/4$ . Przykładowo jeżeli  $\alpha = \pi/4$ , to  $\beta = 3\pi/4$ . Wtedy prążek ciemny spełnia zależność

$$l_c = m\lambda \quad (3.198a)$$

i jasny

$$l_j = \frac{\lambda}{2} + m\lambda \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (3.198b)$$

A więc zgodnie z wyrażeniami (3.197) i (3.198) prążki ciemne i jasne dla położenia równoległego i skrzyżowanego polaryzatora i analizatora zamieniają się miejscami.

Z równania (3.195) wynika, że intensywność  $I_A$  jest funkcją kąta obrotu analizatora  $\beta$ . Ale jeżeli  $\cos \delta = 0$  ( $\delta = \pi/2 + m\pi$ ) oraz  $\cos \alpha = \sin \alpha$ , ( $\alpha = \pi/4$  lub  $\alpha = 3\pi/4$ ) wówczas  $I_A = 1/2 I_p$  niezależnie od wielkości kąta  $\beta$ . Zgodnie z p. 3.5.1 za płytką kryształu występuje wówczas polaryzacja kołowa i obrót analizatora nie może zmieniać intensywności światła przechodzącego. Dla innych wartości  $\delta$ , lub  $\alpha$  obrót analizatora daje zmiany intensywności  $I_A$ .

Płytką kryształu, dla której  $\cos \delta = 0$ , nazywana jest *ćwierćfalówką*. Jeżeli oś optyczna jest równoległa do jej płaszczyzn tworzących, wówczas zgodnie z wyrażeniem (3.191) jej grubość  $d$  musi spełniać zależność

$$l = (n_e - n_o)d = \frac{\lambda}{4} + \frac{m\lambda}{2} \dots m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (3.199)$$

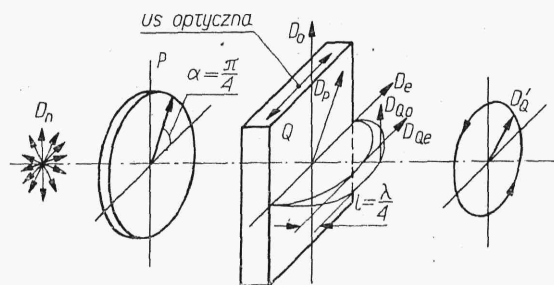
W przypadku, gdy płaszczyzna drgań  $D_p$  polaryzatora tworzy kąt  $\pi/4$  z osią takiej płytki, wówczas powstaje za nią polaryzacja kołowa. Na rys. 3.98 pokazano schematycznie rozmieszczenie wektorów indukcji D z zaznaczeniem przesunięcia fazowego i wektorów fali nadzwyczajnej  $D_{Qe}$  i zwyczajnej  $D_{Qo}$ .

Płytką o grubości dwa razy większej, to znaczy wtedy gdy

$$(n_e - n_o)d = \frac{\lambda}{2} + m\lambda \quad (3.200)$$

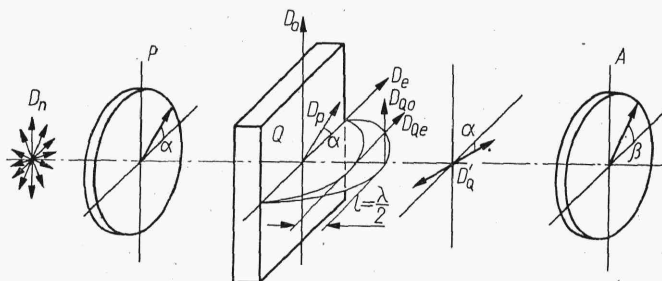
nazywana jest *półfalówką*. Wówczas  $\delta = \pi + 2\pi m$  i zgodnie z p. 3.5.1 powstaje polaryzacja liniowa. Z równania (3.196) pozostanie

$$I_A = I_p \cos^2(\alpha + \beta) \quad (3.201)$$



Rys. 3.98

Oznacza to, że zawsze będzie spełnione  $I_A = I_P$  jeżeli  $\alpha = -\beta$ . W przypadku, gdy płaszczyzna drgań polaryzatora położona jest pod kątem  $\alpha$  względem płaszczyzny przechodzącej przez oś optyczną kryształu, wówczas za płytką półfalową otrzymana jest również polaryzacja liniowa z płaszczyzną drgań symetrycznie położoną względem osi optycznej (rys. 3.99). Płytką półfalowa powoduje obrót płaszczyzny drgań wektora o kąt  $2\alpha$ . W szczególnym przypadku dla  $\alpha = \pi/4$  płaszczyzna drgań za półfalówką jest prostopadła do płaszczyzny drgań wektora przed nią.



Rys. 3.99

Z rys. 3.99 wynika, że na analizator pada światło spolaryzowane liniowo, przy czym płaszczyzny drgań wektora światła padającego i analizatora tworzą między sobą kąt  $\varphi = \alpha + \beta$  i wtedy zgodnie z równaniem (3.201)

$$I_A = I_P \cos^2 \varphi \quad (3.202)$$

Jest to prawo Malusa wiążące intensywność światła przechodzącego przez element polaryzujący z intensywnością padającego nań światła spolaryzowanego liniowo. Ponieważ często elementy takie są absorpcyjne wówczas przez  $I_P$  należy rozumieć intensywność światła przechodzącego dla  $\varphi = 0$ . Jeżeli  $\varphi = \pi/2$ , to znaczy jeżeli płaszczyzna drgań analizatora jest prostopadła do płaszczyzny drgań światła padającego, wówczas nie zostanie ono przepuszczone przez analizator.

### 3.5.4. Elementy polaryzujące

*Elementy polaryzujące*, zwane również *polaryzatorami*, można podzielić na trzy grupy. Pierwsza oparta jest na zjawisku odbicia światła od dielektryka, druga wykorzystuje dwójłomność kryształów, zaś ostatnia zjawiska w absorpcyjnych ośrodkach anizotropowych.