

W przypadku, gdy gęstość monochromatyczna reakcji odbiornika nie pokrywa się z krzywą spektralnej czułości oka, to zależność reakcji od wielkości fotometrycznych ma tylko wtedy sens, gdy zakłada się, że rozkład spektralny energii docierającej do odbiornika nigdy nie ulega zmianie. Np. komórki fotoelektryczne są wzorcowane przy użyciu promieniowania ciała czarnego w temperaturze 2854 K oznaczonym przez Międzynarodową Komisję Oświetleniową literą *A*. Przy obliczeniach układów, w których energia padająca na fotokatodę ma odmienny rozkład widmowy niż źródło *A*, posługiwanie się wartością czułości komórki fotoelektrycznej w jej cedulce prowadzi do błędów. Konieczne jest wtedy wzorcowanie odbiornika dla nowego źródła światła lub, jeżeli jest znana jego gęstość monochromatyczna reakcji, operowanie skomplikowanym rachunkiem obliczeń energetycznych (wzór 2.130).

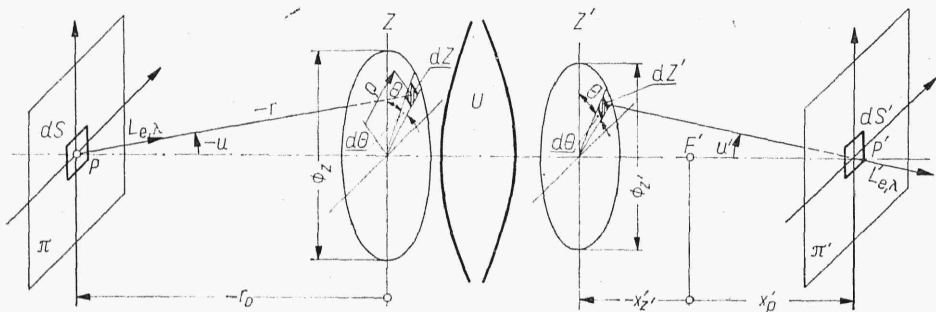
Z punktu widzenia zastosowań w pomiarach fotometrycznych korzystną charakterystykę widmową ma fotoelement selenowy, którego maksimum czułości prawie pokrywa się z maksimum czułości spektralnej oka. Przez nałożenie na powierzchnię fotoelementu odpowiednich filtrów o selektywnym pochłanianiu można dopasować względną gęstość monochromatyczną reakcji odbiornika do czułości spektralnej oka i w ten sposób otrzymać obiektywny miernik wielkości fotometrycznych.

Największą czułość ogólną zapewniają fotopowielacze ale mają one duży poziom szumów własnych, co ogranicza dokładność pomiaru. Przy uwzględnieniu wpływów szumów odbiornika na sygnał mierzony należy pamiętać również o fluktuacjach promieniowania źródła światła, wynikających z jednej strony ze spontanicznej emisji fotonów przez źródło (szumy własne źródła, szczególnie zauważalne przy małej intensywności promieniowania), z drugiej strony z fluktuacji parametrów zasilania (np. wahania napięcia zasilania, zasilanie prądem zmiennym). Poza tym każde ciało jest źródłem promieniowania termicznego fal elektromagnetycznych, którego intensywność zależy od temperatury i współczynnika emisyjności ciała. Energia promieniowania ciał w temperaturach w pobliżu 20°C, pomijalna w zakresie widzialnym, w istotny sposób powiększa poziom szumów w podczerwieni. Poza tym powierzchnia światłoczuła odbiornika nie jest jednorodna i przy zestawieniu układu pomiarowego należy dążyć do niezmienności położenia na niej strumienia, ponieważ w przeciwnym przypadku dojdą jeszcze fluktuacje mające swe źródło w powierzchniowych zmianach czułości odbiornika. Należy również unikać skupienia strumienia energetycznego na małym obszarze powierzchni światłoczułej, ponieważ może to spowodować, zwłaszcza przy dużych strumieniach, zjawisko zmęczenia odbiorników.

Bliższe szczegóły o odbiornikach fotoelektrycznych można znaleźć w [11].

#### 2.7.4. Wyznaczenie charakterystyki energetycznej obrazu danego przez układ optyczny

Niech będzie dany dostatecznie skorygowany układ *U* (rys. 2.101) ze źrenicą wejściową *Z* i wyjściową *Z'* i niech *dS* będzie elementem powierzchni przedmiotu (źródła) o znanej gęstości monochromatycznej luminancji energetycznej  $L_{e,\lambda}$  znajdujący się dla uproszczenia na osi i prostopadły do niej. Jeżeli przez *dZ* oznaczony będzie element powierzchniowy źrenicy, to zgodnie z wzorem (2.123) i oznaczeniami na rysunku gęstość monochroma-



Rys. 2.101

tyczna strumienia padającego na  $dZ$  i pochodzącego z powierzchni  $dS$  źródła wyniesie

$$d\Phi_{e,\lambda} = L_{e,\lambda} \cos^2 u \frac{dS dZ}{r^2}$$

Ale z rysunku  $dZ = \varrho d\varrho d\Theta$ ;  $r = \frac{r_0}{\cos u}$ ;  $\varrho = r_0 \tan u$ , a więc  $d\varrho = r_0 \frac{du}{\cos^2 u}$  i po podstawieniu

$$d\Phi_{e,\lambda} = L_{e,\lambda} \sin u \cos u du d\Theta dS \quad (2.144a)$$

Analogiczne wyrażenie można napisać dla strumienia wychodzącego z elementarnej powierzchni źrenicy  $dZ'$  i padającego na element  $dS'$  prostopadły do osi w przestrzeni obrazowej

$$d\Phi'_{e,\lambda} = L'_{e,\lambda} \sin u' \cos u' du' d\Theta dS' \quad (2.144b)$$

Jeżeli  $dZ$  i  $dZ'$  oraz  $dS$  i  $dS'$  będą elementami sprzężonymi, to elementarny strumień wychodzący z  $dS$  i padający na  $dZ$  wyjdzie z  $dZ'$  i padnie na  $dS'$ . Wtedy

$$d\Phi'_{e,\lambda} = \tau_\lambda d\Phi_{e,\lambda} \quad (2.145)$$

gdzie  $\tau_\lambda \leq 1$  jest współczynnikiem przepuszczania układu dla pęku promieni przechodzących przez element źrenicy  $dZ'$ . Straty energetyczne spowodowane są przez absorpcję ośrodków (np. szkła, powietrza) i odbicia na powierzchniach układu. Ogólnie współczynnik  $\tau_\lambda$  jest funkcją długości fali. Poza obszarem źrenicy  $\tau_\lambda = 0$ . Przyjmując założenie, że układ jest skorygowany dla całego elementu powierzchni  $dS$ , oznacza to, że powinien on spełniać warunek sinusów (2.115)

$$\frac{n' \sin u'}{n \sin u} = \frac{1}{\beta}$$

gdzie:

$n$  i  $n'$  — współczynniki załamania przestrzeni przedmiotowej i obrazowej;

$\beta$  — powiększenie poprzeczne układu dla sprzężonych elementów  $dS$  i  $dS'$ ,

a więc po zróżniczkowaniu

$$\frac{n' \cos u' du'}{n \cos u du} = \frac{1}{\beta}$$

Ostatecznie po podstawieniu łącznie z (2.144) do (2.145) ponieważ  $dS'/dS = \rho^2$  będzie

$$L'_{e,\lambda} = \tau_\lambda L_{e,\lambda} \left( \frac{n'}{n} \right)^2 \quad (2.146)$$

Pomijając rzadko występujące różnice współczynników załamania przestrzeni przedmiotowej i obrazowej układu, ze wzoru wynika, że gęstość monochromatyczna luminancji obrazu nie może być większa niż gęstość monochromatyczna luminancji przedmiotu. Równość zachodzi tylko dla  $\tau_\lambda = 1$ . W obszarze poza żrenicą wyjściową, ponieważ  $\tau_\lambda = 0$ , to i  $L'_{e,\lambda} = 0$ .

Jeżeli  $\tau_\lambda$  jest niezależne od długości fali, to można pominąć widmowy rozkład energii i równanie przybierze tę samą postać zarówno w dziedzinie obliczeń radiometrycznych, jak i fotometrycznych tzn.

$$L'_e = \tau L_e \left( \frac{n'}{n} \right)^2 \quad (2.147a)$$

$$L' = \tau L \left( \frac{n'}{n} \right)^2 \quad (2.147b)$$

Aby obliczyć reakcję odbiornika konieczne jest wyznaczenie natężenia napromienienia na jego powierzchni światłoczułej. Niech powierzchnia odbiornika pokrywa się z elementem powierzchni  $dS'$  wtedy gęstość monochromatyczna natężenia napromienienia na powierzchni  $dS'$  pochodząca od elementu powierzchni  $dZ'$  wyniesie zgodnie z (2.144b)

$$dE'_{e,\lambda} = \frac{d\Phi'_{e,\lambda}}{dS'} = L'_{e,\lambda} \sin u' \cos u' du' d\Theta$$

Gęstość monochromatyczna natężenia napromienienia na elemencie  $dS'$  od całej powierzchni żrenicy będzie całką po jej obszarze. Dla żrenicy o kształcie kołowym uwzględniając (2.146) będzie

$$E'_{e,\lambda} = \int_{Z'} dE'_{e,\lambda} = \left( \frac{n'}{n} \right)^2 \int_0^{u'_m} \int_0^{2\pi} L_{e,\lambda} \tau_\lambda \sin u' \cos u' du' d\Theta$$

gdzie  $u'_m$  — maksymalny kąt aperturowy przestrzeni obrazowej.

Jeżeli można przyjąć, że współczynnik przepuszczania układu jest stały dla całej żrenicy (nie zależy od  $\Theta$  i  $u'$ ) oraz źródło światła  $dS$  promieniuje zgodnie z prawem Lamberta ( $L_{e,\lambda} = \text{const}$ ) to

$$E'_{e,\lambda} = \left( \frac{n'}{n} \right)^2 \tau_\lambda L_{e,\lambda} \int_0^{2\pi} d\Theta \int_0^{u'_m} \sin u' \cos u' du'$$

i ostatecznie po wyznaczeniu całki

$$E'_{e,\lambda} = \pi \left( \frac{n'}{n} \right)^2 \tau_\lambda L_{e,\lambda} \sin^2 u'_m \quad (2.148a)$$

Dla współczynnika  $\tau_\lambda$  niezależnego od długości fali, podobnie jak dla luminancji, można wyznaczyć natężenie napromienienia ze wzoru

$$E'_e = \pi \left( \frac{n'}{n} \right)^2 \tau L_e \sin^2 u'_m \quad (2.148b)$$

i w dziedzinie fotometrii natężenie oświetlenia wyniesie

$$E' = \pi \left( \frac{n'}{n} \right)^2 \tau L \sin^2 u'_m \quad (2.148c)$$

Dla (2.148c) natężenie oświetlenia jest w lx, a luminancja w nt.

Zgodnie ze wzorami (2.148) w celu podwyższenia natężenia napromienienia lub oświetlenia w płaszczyźnie obrazu, należy dążyć do powiększenia kąta aperturowego układu w przestrzeni obrazowej, zmniejszenia strat w układzie (powiększenia współczynnika przepuszczania) oraz stosowania źródeł światła o jak największej luminancji.

Wychodząc z warunku sinusów wzory (2.148) można wyrazić za pomocą maksymalnego kąta aperturowego  $u_m$  przestrzeni przedmiotowej. Przykładowo dla zależności fotometrycznych

$$E' = \pi \tau L \frac{\sin^2 u_m}{\beta^2} \quad (2.149)$$

gdzie  $\beta$  — powiększenie poprzeczne układu.

Dla przedmiotów leżących dostatecznie daleko, wygodnie jest uzależnić wzory (2.148) od otworu względnego układu. Jeżeli  $F'$  będzie ogniskiem (rys. 2.101) obrazowym układu, a  $\pi$  i  $\pi'$  sprzężonymi płaszczyznami przedmiotu i obrazu, to zgodnie z rysunkiem

$$\operatorname{ctg} u' = \frac{2(x'_p - x'_z)}{\Phi'_z} = \frac{2f' \left( \frac{x'_p}{f'} - \frac{x'_z}{f'} \right)}{\Phi_z \beta_z} = \frac{2N(\beta_z - \beta_p)}{\beta_z}$$

gdzie

$$\beta_z = - \frac{x'_z}{f'} \quad \text{--- powiększenie poprzeczne w źrenicach,}$$

$$\beta_p = - \frac{x'_p}{f'} \quad \text{--- powiększenie poprzeczne dla punktów } P \text{ i } P'$$

$$N = \frac{f'}{\Phi_z} \quad \text{--- liczba otworu.}$$

Ponieważ  $\sin^2 u' = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 u'}$ , to po wstawieniu do wzoru (2.148c) (dla uniknięcia powtarzania tych zależności z różnymi indeksami, zagadnienia rozpatruje się tylko w dziedzinie fotometrii) będzie

$$E' = \pi \left( \frac{n'}{n} \right)^2 \tau L \frac{1}{1 + 4N^2 \left( 1 - \frac{\beta_p}{\beta_z} \right)^2} \quad (2.150)$$

Dla przedmiotów znajdujących się dostatecznie daleko od układu w porównaniu z ogniskową można przyjąć  $\beta_p \approx 0$ , a więc

$$E' = \pi \left( \frac{n'}{n} \right)^2 \tau L \frac{1}{1 + 4N^2} \quad (2.151)$$

i dla  $N$  dostatecznie dużego

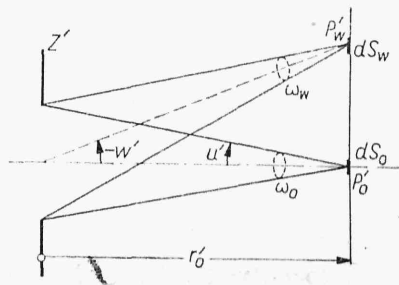
$$E' = \frac{\pi}{4} \left( \frac{n'}{n} \right)^2 \tau \frac{1}{N^2} L \quad (2.152)$$

Dla przykładu niech będzie obiektyw fotograficzny o ogniskowej  $f' = 50$  mm, za pomocą którego wykonano zdjęcie przedmiotu znajdującego się w odległości 2 m od jego ogniska przedmiotowego, to znaczy  $\beta_p = -50/2000 = -1/40$ . Powiększenie w żrenicach  $\beta_z$  jest zwykle bliskie 1 i wtedy wpływ wartości  $\beta_p$  na natężenie oświetlenia w płaszczyźnie błony jest pomijalnie mały. Jeżeli natomiast wykonano zdjęcie o powiększeniu  $\beta_p = -1$  (przedmiot w odległości 50 mm od ogniska przedmiotowego), wtedy rzeczywiste natężenie oświetlenia przy pominięciu 1 w mianowniku jest 4 razy mniejsze niż obliczone ze wzoru (2.152).

A więc dla przedmiotów dostatecznie odległych natężenie oświetlenia w płaszczyźnie obrazu praktycznie nie zależy od ich położenia. Dla danego układu (znane  $n'$ ,  $n$ ,  $\tau$ ) zależy tylko od jego otworu względnego i luminancji przedmiotu.

Układ optyczny oka ma ogniskową obrazową rzędu 20 mm, a obserwowane przedmioty znajdują się zwykle na odległości większej niż 200 mm od oka, co oznacza, że subiektywne wrażenie o intensywności promieniowania przez dany przedmiot praktycznie nie zależy od odległości tego przedmiotu od oka, a jedynie od jego luminancji. Jeżeli źródło powierzchniowe promieniuje zgodnie z prawem Lamberta ( $L = \text{const}$ ), to dla oka wydaje się ono jednakowo intensywne, niezależnie od kierunku patrzenia na niego.

Dotychczas omawiane były przedmioty znajdujące się na osi układu. Powstaje pytanie, jak zmieni się natężenie oświetlenia obrazu przedmiotu o danej luminancji  $L$  przesuniętego poza oś układu, przy czym dla



Rys. 2.102

uproszczenia zakłada się, że kąt aperturowy przestrzeni obrazowej  $u'_m$  jest mały (rys. 2.102) i nie zachodzi winietowanie geometryczne. Wtedy kąt bryłowy  $\omega_0$  dla punktu  $P'_0$  obejmujący żrenicę wyjściową wyniesie  $\omega_0 \approx \pi \sin^2 u'$  i zgodnie z zależnością (2.148c) można napisać

$$E'_0 = \left( \frac{n'}{n} \right)^2 \tau_0 L \omega_0$$

Przez analogię natężenie oświetlenia punktu  $P'_w$  leżącego poza osią wyniesie

$$E'_w = \left( \frac{n'}{n} \right)^2 \tau_w L \omega_w \cos w'$$

$\cos w'$  pochodzi z odniesienia zawartego w kącie bryłowym  $\omega_w$  do więk-

szej powierzchni  $dS_w = \frac{dS_0}{\cos w}$ . Jeżeli  $\tau_w$  nie zależy od kąta pola, to z podzielenia

$$\frac{E'_w}{E'_0} = \frac{\omega_w}{\omega_0} \cos w'$$

Oznaczając przez  $\Delta Z'$  powierzchnię źrenicy wyjściowej otrzymuje się

$$\omega_0 = \frac{\Delta Z'}{r_0'^2}; \quad \omega_w = \frac{\Delta Z' \cos w'}{\left(\frac{r_0'}{\cos w'}\right)^2} = \frac{\Delta Z'}{r_0'^2} \cos^3 w'$$

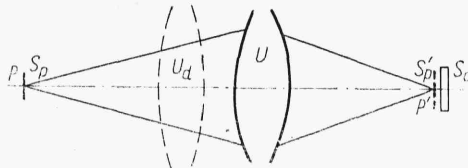
Po podstawieniu ostatecznie będzie

$$E'_w = E'_0 \cos^4 w' \quad (2.153)$$

Jest to prawo winietowania naturalnego. Natężenie oświetlenia obrazu spada wraz z czwartą potęgą kosinusa kąta pola widzenia. Dla  $w' = \pi/4$   $E'_w = 0,25 E'_0$ .

### 2.7.5. Szczególne właściwości reakcji odbiornika przy współpracy z układem optycznym

Różnica między odbiornikami analizującymi i całkującymi powierzchnię światłoczułą polega na wielkości rozpatrywanego obszaru. W pierwszym przypadku można odbiornik uważać za zbiór elementarnych odbiorników dających niezależne od siebie reakcje, a w drugim ustalana jest reakcja sumaryczna dla całego odbiornika. Dla każdego z tych odbiorników można wyodrębnić element powierzchni dający niezależną reakcję; dla odbiornika analizującego będzie to część powierzchni odbiornika, natomiast dla całkującego — jego cała powierzchnia.



Rys. 2.103

Niech  $S_0$  (rys. 2.103) będzie powierzchnią odbiornika o niezależnym sygnale i niech  $P$  będzie źródłem światła o powierzchni  $S_p$ , którego obraz  $P'$  o powierzchni  $S'_p$  dany przez układ  $U$  powstaje w płaszczyźnie odbiornika. Dla uproszczenia przyjmuje się, że natężenie oświetlenia  $E'$  jest stałe na całej powierzchni  $S'_p$ . Reakcja odbiornika zależy od strumienia jaki na nią pada, a więc dla  $S'_p \leq S_0$  będzie proporcjonalna do  $\Phi = E'S'_p$ . Jeżeli zostanie dostawiony dodatkowy układ optyczny  $U_d$  o współczynniku przepuszczania równym 1, który nie zmieniając kąta aperturowego przestrzeni obrazowej powiększy obraz źródła światła, to zgodnie z (2.148c) natężenie oświetlenia w płaszczyźnie obrazu nie ulegnie zmianie, ale strumień wywołujący reakcję, a więc i reakcja wzrośnie z uwagi na powiększenie powierzchni  $S'_p$ . Dla dostatecznie dużego powiększenia może zachodzić warunek  $S'_p > S_0$  i wtedy strumień wywołujący reakcję w granicy wyniesie  $\Phi_g = E'S_0$ . Dalszy wzrost powiększenia nie spowoduje wzrostu reakcji.

Podobna sytuacja będzie, gdy przedmiot  $P$  znajduje się odpowiednio daleko od układu i jego położenia nie będzie miało wpływu na natężenie oświetlenia w płaszczyźnie obrazu (p. 2.7.4). Jeżeli obraz źródła światła będzie mniejszy niż powierzchnia niezależnego sygnału, to zbliżenie przedmiotu do układu spowoduje wzrost powierzchni obrazu źródła, a tym samym wzrost reakcji, ale tylko do momentu, gdy osiągnięte zostanie  $S_p' = S_0$ . Dalsze przysuwanie przedmiotu nie tylko nie zwiększy reakcji, a nawet dla małych odległości przy przekroczeniu warunku stosowności wzoru (2.151), czy (2.152) zgodnie z (2.150) może ją zmniejszyć z uwagi na spadek wartości natężenia oświetlenia  $E'$ .

Siatkówka oka jest odbiornikiem analizującym powierzchnię obrazu. Elementami dającymi niezależne informacje są czopki i pręciki. Wymiarowi czopka w obszarze dołka środkowego odpowiada kąt bliski  $1'$  i oznacza to, że źródła światła, których wymiar katowy jest mniejszy od tej wartości są uważane za punktowe. W miarę zbliżania się do takiego źródła, powstanie wrażenie wzrostu intensywności świecenia, ale tylko do chwili, gdy jego wymiar katowy osiągnie wartość  $1'$ . Przy dalszym zbliżaniu światło ze źródła padnie również na sąsiednie elementy światłoczułe, wywołując wrażenie źródła o skończonych wymiarach, ale o stałej luminancji. Pomija się tu wpływ absorpcji i rozproszenia przez atmosferę, które w niektórych warunkach mogą być decydujące. Ponieważ wymiary katowe gwiazd nie przekraczają  $0,05''$ , to obserwując je przez lunetę wydają się one dla nas dalej źródłami punktowymi, ale o większej światłości w porównaniu z wrażeniem odbieranym przez obserwatora okiem nieuzbrojonym. Natomiast przedmioty, których wymiar katowy dla oka jest większy niż  $1'$ , wyglądają przez lunetę ciemniejsze, gdyż część promieniowania zostaje pochłonięta i odbita przez elementy układu optycznego. Poza tym źrenica wyjściowa lunety jest najczęściej mniejsza niż średnica źrenicy wejściowej oka, co powoduje jeszcze zmniejszenie kąta aperturowego przesłreni obrazowej układu luneta—oko.

## 2.7.6. Pomiary energetyczne i fotometryczne

Celem pomiarów jest wzorcowanie przyrządów pomiarowych, odbiorników i źródeł światła oraz wyznaczenie rozkładów energetycznych lub fotometrycznych promieniowania na pewnych powierzchniach. Umożliwia to doświadczalne wyznaczenie ich charakterystyk świetlnych oraz sprawdzenie przeprowadzonych obliczeń. Z uwagi na przeznaczenie książki omówiono tu tylko drugą grupę zagadnień. Informacje o wzorcowaniu można znaleźć w [8] i [12].

Pomiary radiometryczne i fotometryczne różnią się tylko czułością spektralną odbiorników. W pierwszym przypadku odbiornik musi mieć gęstość monochromatyczną reakcji niezależną od długości fali, natomiast w drugim musi się ona pokrywać z czułością spektralną oka. I dlatego pomiary energetyczne przeważnie prowadzone są przy wykorzystaniu własności ciała czarnego i zamiany pochłanianej energii promieniowania na ciepło, natomiast pomiary fotometryczne — przy użyciu odbiorników fotoelektrycznych z absorpcyjnymi filtrami selektywnymi korygującymi ich czułość spektralną do czułości spektralnej oka.

Omówione zostaną tu tylko przyrządy fotometryczne z uwagi na ich powszechne zastosowanie. Wstawiając w miejsce odbiornika fotoelektrycznego bolometr lub termoelement o neutralnej charakterystyce spektralnej otrzymane byłyby w ten sposób przyrządy do pomiarów wielkości ener-