

Przemieszczenie promienia w kierunku prostopadłym do płytki

$$L = \frac{e}{\sin i_2'} = \frac{e}{\sin i_1}$$

Po przekształceniach z uwzględnieniem zależności (2.55) i prawa załamania będzie ostatecznie

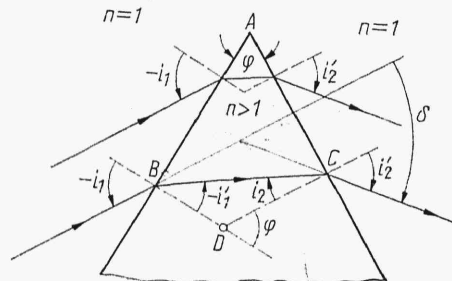
$$L = d \left(1 - \frac{\cos i_1}{n \cos i_1'} \right) \quad (2.56)$$

A więc przesunięcie $L = P_1P_2'$ dowolnego promienia jest funkcją kąta padania $u_1 = i_1$. Oznacza to, że jeżeli z punktowego przedmiotu P_1 wychodzi pęk promieni (rys. 2.34), to w przestrzeni obrazowej nie przetnie się on w jednym punkcie. Płytko płasko-równoległa, podobnie jak i płaszczyzna, nie jest układem stygmatycznym dla dowolnych kątów padania u_1 .

2.4.4. Pryzmat załamujący. Klin

Pryzmatem załamującym nazywany jest ośrodek ograniczony dwiema nierównoległymi płaszczyznami. Prosta powstała z przecięcia się obu płaszczyzn nazywana jest *krawędzią łamiącą*, a kąt φ między tymi płaszczyznami — *kątem łamiącym pryzmatu*.

Ponieważ płaszczyzna jest układem doskonałym tylko dla promieni padających na nią pod małym kątem, to przy dużym kącie łamiącym φ , pęk promieni o małym kącie rozwarcia stygmatycznie przekształcony przez jedną powierzchnię, będzie padał pod kątem bliskim φ na drugą. Oznacza to, że dla pryzmatu załamującego, w odróżnieniu od soczewki czy płytki, nie można wydzielić przestrzeni, dla której byłby on układem doskonałym. Jeżeli natomiast rozważy się źródło światła leżące nieskończenie daleko, to promienie docierające do pryzmatu będą tworzyły pęk promieni rów-



Rys. 2.35

noległych padających na pierwszą płaszczyznę pod pewnym kątem, jednakowym dla wszystkich promieni. Dla promieniowania o danej długości fali, to znaczy dla ustalonego współczynnika załamania trzech ośrodków, po załamaniu przez pierwszą i drugą powierzchnię pęk promieni znów będzie równoległy w przestrzeni obrazowej. Wniosek stąd, że pryzmat jest układem stygmatycznym tylko dla punktów nieskończenie odległych. W związku z tym dla opisu własności pryzmatu jako układu doskonałego, wystarczą rozważania nad przekształceniami kątowymi.

Najpierw zostaną wyprowadzone zależności dla promienia znajdującego się w przekroju głównym, to jest w płaszczyźnie prostopadłej do krawędzi łamiącej (rys. 2.35). Podobnie jak dla soczewki rozważania zostaną

ograniczone do pryzmatu o współczynniku załamania n znajdującego się w ośrodku $n = 1$.

Przyjmując za dodatnie:

a) kąt łamiący φ takiego pryzmatu, w którym krawędź łamiąca znajduje się ponad pryzmatem oraz

b) kąt δ dla promienia odchylanego ku dołowi wówczas, jeżeli DB i DC są prostopadłymi do płaszczyzn łamiących pryzmatu, z prawa załamania

$$\sin i_1 = n \sin i'_1 \quad n \sin i_2 = \sin i'_2 \quad (2.57a, b)$$

z trójkąta BCD

$$\varphi = i_2 - i'_1 \quad (2.57c)$$

i kąt odchylenia promienia

$$\delta = -i_1 + i'_1 + i'_2 - i_2 = i'_2 - i_1 - \varphi \quad (2.57d)$$

Znaki kąta padania i załamania są zgodne z poprzednio przyjętą regułą znaków.

Z zależności (2.57) dla danego pryzmatu (znane φ i n) oraz zadanego kąta padania i_1 można wyznaczyć kąt załamania i'_2 dla drugiej płaszczyzny i kąt odchylenia δ .

Z rysunku wynika, że bezwzględna wartość kąta odchylenia $|\delta|$ rośnie wraz z powiększeniem się kąta łamiącego (wzrost $|\varphi|$) oraz różnicy $n-1$ (wzrost $|n-1|$, gdyż oprócz $n > 1$, może być $n < 1$, np. pryzmat powietrzny znajdujący się w szkłe). Natomiast można wykazać, że przy zmianach kąta padania i_1 , $|\delta|$ przyjmuje wartość minimalną dla symetrycznego przebiegu promienia przez pryzmat, to znaczy dla $i_1 = -i'_2$ i $i'_1 = -i_2$. Oznaczając ekstremalny kąt odchylenia pryzmatu przez δ_m , wtedy według (2.57c, d) $\delta_m = -(2i_1 + \varphi)$ oraz $\varphi = -2i'_1$, a więc zgodnie z (2.57a)

$$n = \frac{\sin \frac{\delta_m + \varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \quad (2.58)$$

Dla pryzmatu z rys. 2.35 przy wzroście kąta i_1 (maleniu kąta $-i_1$) będzie rósł kąt i'_1 oraz kąt i_2 . Jeżeli $n > 1$, to dla $i_2 > i_{2g} = \arcsin 1/n$ wystąpi zjawisko całkowitego odbicia na drugiej płaszczyźnie pryzmatu. Warunkiem wyjścia promienia z pryzmatu jest $\sin i_2 \leq 1/n$.

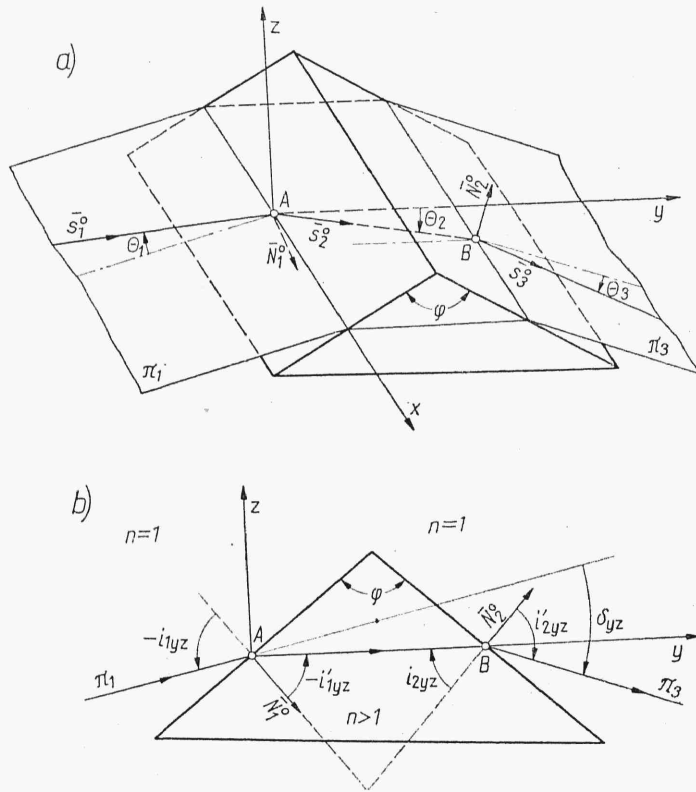
Dla promieni przechodzących poza przekrojem głównym najwygodniej jest operować rachunkiem wektorowym. Niech promień padający wyznaczony przez s_1^0 (rys. 2.36a) daje na pierwszej płaszczyźnie pryzmatu punkt przebiecia A i tworzy z przekrojem głównym kąt Θ_1 . Oznacza to, że kąt Θ_1 mierzony jest w płaszczyźnie π_1 prostopadłej do przekroju głównego zawierającej wektor s_1^0 . Podobnie przez s_2^0 i s_3^0 oraz Θ_2 i Θ_3 oznaczone są kierunki promieni i kąty, jakie tworzą one z przekrojem głównym w pryzmacie i poza nim.

Prawo załamania w punkcie A zgodnie z wyrażeniem (1.41) można przedstawić przez

$$\bar{s}_1^0 \times \bar{N}_1^0 = n \bar{s}_2^0 \times \bar{N}_1^0$$

gdzie \bar{N}_1^0 wektor prostopadły do pierwszej płaszczyzny.

Zakładając, że prostokątny układ współrzędnych xyz jest tak usytuowany, że oś x jest skierowana prostopadłe do przekroju głównego, a oś y



Rys. 2.36

pokrywa się z rzutem promienia \bar{s}_2^0 na przekrój główny, wówczas z prawa załamania po rozbiściu na składowe otrzymuje się

$$\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ s_{1x} & s_{1y} & s_{1z} \\ 0 & N_{1y} & N_{1z} \end{vmatrix} = n \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ s_{2x} & s_{2y} & 0 \\ 0 & N_{1y} & N_{1z} \end{vmatrix}$$

gdzie $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ — wersory osi współrzędnych.

Z przyrównania wyrażenia przy wersorze \bar{i} będzie

$$s_{1y}N_{1z} - s_{1z}N_{1y} = ns_{2y}N_{1z} \quad (2.59)$$

Dla pozostałych wersorów będzie tylko

$$s_{1x} = ns_{2x} \quad (2.60)$$

Oznaczając przez i_{yz} i i'_{yz} rzuty kątów padania i załamania na przekrój główny (rys. 2.36b), otrzymuje się

$$s_{1y} = \cos \Theta_1 \cos (i'_{yz} - i_{yz}); \quad s_{1z} = \cos \Theta_1 \sin (i'_{yz} - i_{yz})$$

$$s_{2y} = \cos \Theta_2; \quad s_{1x} = \sin \Theta_1; \quad s_{2x} = \sin \Theta_2$$

$$N_{1z} = -\sin (-i'_{yz}) = \sin i'_{yz}; \quad N_{1y} = \cos i'_{yz}$$

Po podstawieniu do równań (2.59) i (2.60) i przekształceniu ostatecznie pozostanie

$$\sin i_{1yz} = \frac{n \cos \Theta_2}{\cos \Theta_1} \sin i'_{1yz} \quad (2.61a)$$

$$\sin \Theta_1 = n \sin \Theta_2 \quad (2.62a)$$

Dla załamania w punkcie B w ten sam sposób można udowodnić

$$\frac{n \cos \Theta_2}{\cos \Theta_3} \sin i_{2yz} = \sin i'_{2yz} \quad (2.61b)$$

$$n \sin \Theta_2 = \sin \Theta_3 \quad (2.62b)$$

Z zależności (2.62a, b) natychmiast wynika, że $\Theta_1 = \Theta_3$, co oznacza, że promień padający i wychodzący z pryzmatu tworzą ten sam kąt z przekrojem głównym.

Pozostałe zależności (oprócz 2.61a, b) dla rzutu promienia na przekrój główny będą analogiczne do (2.57c, d)

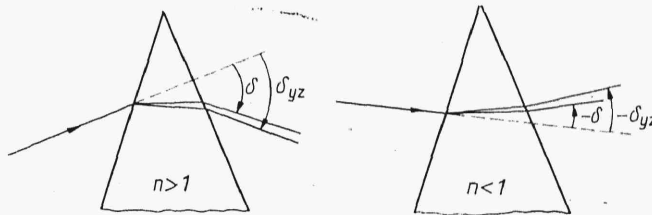
$$\varphi = i_{2yz} - i'_{1yz} \quad (2.61c)$$

$$\delta_{yz} = i'_{2yz} - i_{1yz} - \varphi \quad (2.61d)$$

W porównaniu wzorów (2.57a-d) i (2.61a-d) wynika, że rzut promienia skośnego na przekrój główny da się opisać zależnościami wyprowadzonymi dla promienia leżącego w przekroju głównym, przy czym jako współczynnik załamania dla promienia skośnego należy przyjąć

$$n_{yz} = n \frac{\cos \Theta_2}{\cos \Theta_1} \quad (2.63)$$

Ponieważ bezwzględna wartość kąta odchylenia rośnie wraz z powiększaniem się różnicy $n_{yz} - 1$ i ponieważ z (2.62a) i (2.63) jest spełnione $|n_{yz} - 1| > |n - 1|$ dla dowolnego $n \neq 1$ i $\Theta_1 \neq 0$, to rzut promienia skośnego jest bardziej odchylany, niż promień leżący w przekroju głównym (rys. 2.37).



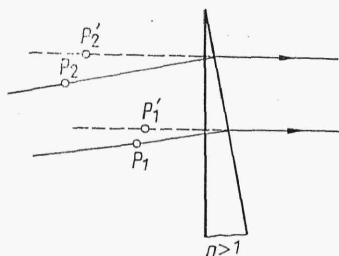
Rys. 2.37

Jeżeli kąt łamiący pryzmatu jest mały, to taki pryzmat nazywa się *klinem*. Kąt odchylenia promienia w przekroju głównym klina dla dostatecznie małych kątów padania (ponieważ z (2.57a, b) $i_1 = n i'_1$ oraz $n i_2 = i'_2$) zgodnie z wyrażeniami (2.57c, d) można obliczyć z zależności

$$\delta = (n - 1) \varphi \quad (2.64)$$

Przykładowo dla $n = 1,5$ kąt odchylenia jest połową kąta łamiącego.

Ponieważ płaszczyzna jest układem doskonałym dla pęku promieni padających na nią pod dostatecznie małym kątem, stąd klin z uwagi na mały kąt łamiący, będzie również dla tego pęku układem doskonałym.



Rys. 2.38

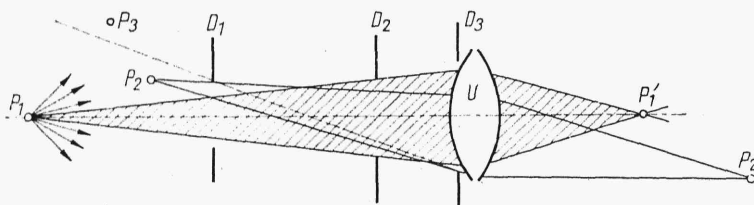
Poza tym z wyrażenia (2.64) wynika, że wszystkie promienie (w tym i skośne, padające pod małym kątem θ_1) zostaną odchylone o stały kąt δ . Oznacza to, że klin jako układ doskonały, pomijając wpływ jego grubości, powoduje obrót przestrzeni (rys. 2.38).

2.5. Ograniczenie pęków promieni w układach optycznych

Elementy optyczne takie jak soczewki czy pryzmaty mają skończone wymiary, w rezultacie czego ze źródła światła do przestrzeni obrazowej może przeniesiona być tylko część emitowanej energii przechodząca przez obszary czynne tych elementów. Pozostała część zostaje pochłonięta lub odbita na oprawach nazywanych przysłonami lub nie trafia w ogóle do przyrządu.

Względne położenie przysłon i źródła ustala zarówno w przestrzeni przedmiotowej, jak i obrazowej kształt pęku przechodzącego przez układ, a więc ogólnie rodzaj odwzorowania w różnych płaszczyznach przestrzeni obrazowej. Na kształt ten można wpływać w sposób zamierzony dobierając wymiary opraw oraz wstawiając w układ dodatkowe przysłony, dzięki czemu mogą być na przykład eliminowane strefy układu, które wnoszą zbyt duże aberracje.

W niniejszym punkcie ograniczono się tylko do omówienia wpływu przysłon na geometryczny kształt pęków promieni. Pozostałe ich właści-



Rys. 2.39

wości, a dotyczące wpływu na korekcję układu i ilość przenoszanej energii, zostaną omówione w dalszej części książki.

Łatwo jest wyznaczyć pęk promieni przenoszony przez układ kiedy przysłony znajdują się przed układem (rys. 2.39). Jeżeli średnica układu optycznego jest dostatecznie duża, to pęk promieni wychodzący z punktu P_1 zostanie ograniczony przez przysłonę D_2 , gdyż widać ją pod naj-