

Wektory natężenia pola magnetycznego i elektrycznego leżą w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku \vec{k} rozchodzenia się fal, to znaczy $E_z = H_z = 0$. Fale elektromagnetyczne są falami poprzecznymi.

W celu wyznaczenia wzajemnego położenia wektorów \vec{E} i \vec{H} trzeba pomnożyć wektorowo równanie (1.11a) przez $\vec{E} = iE_x + jE_y$.

Dla iloczynu wektorowego $\vec{A} \times \vec{A} = 0$; $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$, stąd po przekształceniach

$$(\vec{i} \times \vec{j})(H_x E_x + H_y E_y) = 0$$

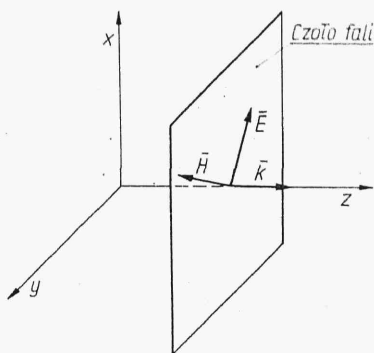
a więc

$$H_x E_x + H_y E_y = 0$$

Z własności iloczynu skalarnego wynika $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$. Ponieważ składowe $E_z = H_z = 0$, stąd

$$\vec{E} \cdot \vec{H} = 0$$

Wektory \vec{H} i \vec{E} są prostopadłe względem siebie.



Rys. 1.2

Można jeszcze udowodnić, że \vec{E} , \vec{H} , \vec{k} tworzą prawoskrętny układ wektorów (rys. 1.2) i spełniona jest dla nich zależność

$$\sqrt{\mu} |\vec{H}| = \sqrt{\epsilon} |\vec{E}| \quad (1.12)$$

gdzie przez $|\vec{A}|$ oznaczono moduł \vec{A} .

1.2.2. Energia fali elektromagnetycznej. Wektor Poyntinga.

Gęstość energii fali elektromagnetycznej wyrażona jest wzorem

$$w = \frac{dW}{dV} = \frac{\epsilon \vec{E}^2 + \mu \vec{H}^2}{8\pi} = \frac{\epsilon \vec{E}^2}{4\pi} = \frac{\mu \vec{H}^2}{4\pi} \quad (1.13)$$

gdzie dW energia zawarta w objętości dV .

Wtedy strumień energii wychodzący ze stałej objętości V w jednostce czasu można przedstawić przez

$$-\frac{dW}{dt} = -\frac{1}{8\pi} \frac{d}{dt} \int_V \int \int (\epsilon \vec{E}^2 + \mu \vec{H}^2) dV = -\frac{1}{4\pi} \int_V \int \int \left(\epsilon \vec{E} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \vec{H} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) dV$$

Dla (1.3a, b) oraz tożsamości $\text{div}(\bar{A} \times \bar{B}) = \bar{B} \cdot \text{rot} \bar{A} - \bar{A} \cdot \text{rot} \bar{B}$

$$-\frac{dW}{dt} = \frac{c}{4\pi} \int \int \int_V (\bar{H} \text{rot} \bar{E} - \bar{E} \cdot \text{rot} \bar{H}) dV = \frac{c}{4\pi} \int \int \int_V \text{div}(\bar{E} \times \bar{H}) dV$$

Wprowadzając oznaczenie

$$\bar{\Pi} = \frac{c}{4\pi} \bar{E} \times \bar{H} \quad (1.14)$$

noszące nazwę *wektora Poyntinga*, ostatecznie z twierdzenia Ostrogradskiego będzie

$$-\frac{dW}{dt} = \oint_S \bar{\Pi} \cdot \bar{N}^\circ dS \quad (1.15)$$

gdzie:

\bar{N}° — normalna do elementu powierzchni dS (zewnętrznie skierowana).

S — powierzchnia zamknięta obejmująca objętość V .

Ubytek energii w jednostce czasu z objętości V jest równy strumieniowi wektora $\bar{\Pi}$ przez powierzchnię S . Oznacza to, że wektor *Poyntinga* wyznacza kierunki przemieszczania się energii i jej wielkość.

Ponieważ \bar{E} , \bar{H} , \bar{k} tworzą prawoskrętny układ wektorów zgodnie z wzorami (1.12), (1.13), (1.14) i (1.6) można napisać

$$\bar{\Pi} = \frac{c}{4\pi} |\bar{E}| |\bar{H}| \cdot \bar{k} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} \frac{\epsilon \bar{E}^2}{4\pi} \bar{k} = v w \bar{k} \quad (1.16)$$

A więc prędkość i kierunek przemieszczania się energii pokrywa się z prędkością i kierunkiem przesuwania się fali elektromagnetycznej.

1.2.3. Współczynnik załamania i dyspersja ośrodka

Zgodnie ze wzorem (1.6) dla próżni ($\epsilon = 1$, $\mu = 1$) powstaje zależność tożsamościowa $v_p = c$. Wartość prędkości rozchodzenia się światła w próżni była wyznaczana wielokrotnie różnymi metodami i w różnych zakresach widma. Pomiaru w ostatnim ćwierćwieczu wykazywały całkowitą zgodność [5] i obecnie przyjmuje się

$$c = 299\,793,0 \pm 0,3 \text{ km/s}$$

Dla ciał przezroczystych zwykle stała magnetyczna $\mu \approx 1$, natomiast stała dielektryczna $\epsilon > 1$, stąd prędkość rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w ośrodkach materialnych jest mniejsza niż c . Prędkości tej nigdy nie wyznacza się bezpośrednio i najczęściej korzysta się z prawa załamania, opierając się na pojęciu współczynnika załamania.

Bezwzględny współczynnik załamania n danego ośrodka równy jest stosunkowi prędkości światła w próżni do prędkości światła w tym ośrodku

$$n = \frac{c}{v} \quad (1.17)$$

Z porównania wzorów (1.17) i (1.6) wynika

$$n = \sqrt{\epsilon\mu} \quad (1.18)$$