

Niech teraz $\tau \neq 0$. Ponieważ φ jest małe, to zwykle $B^2 \ll \tau$ i wtedy z wyrażenia (3.159)

$$P'(x') = \tau + 2\sqrt{\tau}\varphi(x')\sin\delta \quad (3.160)$$

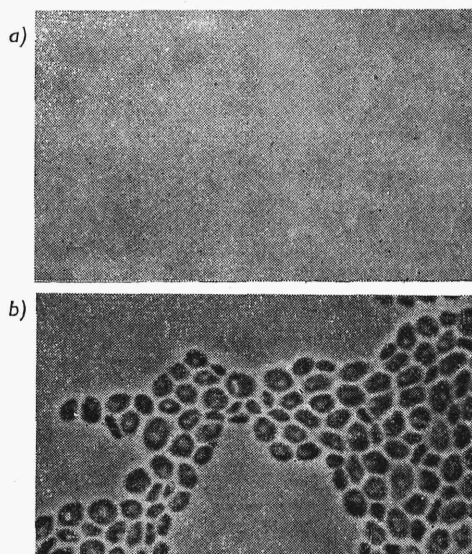
Zgodnie z równaniem (3.158) ekstremalne wartości intensywności w płaszczyźnie obrazowej

$$P'(x')_{\max} = \tau + 2\sqrt{\tau}B\sin\delta$$

$$P'(x')_{\min} = \tau - 2\sqrt{\tau}B\sin\delta$$

skąd kontrast obrazu

$$C = \frac{P'_{\max} - P'_{\min}}{P'_{\max} + P'_{\min}} = \frac{2|B\sin\delta|}{\sqrt{\tau}} \quad (3.161)$$



Rys. 3.86

Dla małych wartości zmian fazy w przedmiocie kontrast obrazu jest największy wtedy, gdy $\sin\delta = \pm 1$, a więc kiedy element absorbujący nazywany *plytką fazową* ma przesunięcie fazowe $\delta = \pi/2 + m\pi$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Realizacja praktyczna badań metodą kontrastu fazowego w mikroskopii omówiona została w p. 5.3.4. Na rys. 3.86 dla ilustracji przedstawiony jest obraz preparatu biologicznego obserwowany w jasnym polu (rys. 3.86a) i metodą kontrastu fazowego (rys. 3.86b).

3.4. Zjawisko absorpcji i odbicia w metalach

W poprzednich punktach opisano zjawiska występujące przy rozchodzeniu się fal elektromagnetycznych w ośrodkach nieprzewodzących (dielektrykach), dla których współczynnik przewodnictwa elektrycznego $\sigma = 0$. Przechodząc do ośrodków metalowych ($\sigma \neq 0$), podobnie zresztą jak i anizotropowych (p. 3.5), rozwiązanie problemu poszukiwane będzie w sposób formalny, przez założenie, że równanie opisujące rozchodzenie

się zaburzeń, a więc będące rozwiązaniem równań *Maxwella* (1.1), ma tę samą postać co dla dielektryków. Konsekwencją tego założenia będzie wyznaczenie dodatkowych warunków, jakie muszą spełniać parametry równania falowego w porównaniu z dielektrykami, jeżeli mają one opisywać w sposób adekwatny również zachowanie się fali w ośrodku przewodzącym.

W tym celu podobnie jak dla dielektryków (p. 1.2) biorąc operator rotacji równania (1.1b) oraz pochodnej względem czasu (1.1a) po eliminacji zmiennych z uwzględnieniem (1.2) otrzymuje się

$$\nabla^2 \bar{E} - \frac{\mu}{c^2} \left(\varepsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} + 4\pi\sigma \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \right) = 0 \quad (3.162)$$

Jeżeli w ośrodku rozchodzi się fala monochromatyczna o postaci $\bar{E} = \bar{E}(z) \exp(-i\omega t)$, gdzie $\bar{E}(z)$ jest czynnikiem uwzględniającym zmianę fali w przestrzeni, to ponieważ $\partial \bar{E} / \partial t = -i\omega \bar{E}$ i $\partial^2 \bar{E} / \partial t^2 = -\omega^2 \bar{E}$ po podstawieniu do wzoru (3.162) pozostanie

$$\nabla^2 \bar{E} - \frac{\mu\omega^2}{c^2} \left(\varepsilon + i \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right) \bar{E} = 0 \quad (3.163a)$$

W celu porównania dla dielektryka ($\sigma = 0$) będzie

$$\nabla^2 \bar{E} - \frac{\mu\omega^2}{c^2} \varepsilon \bar{E} = 0 \quad (3.163b)$$

Oznaczając

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon + i2 \frac{\sigma\lambda_0}{c} \quad (3.164)$$

ponieważ $\omega = 2\pi c/\lambda_0$, obydwa równania (3.163) formalnie sprowadzone są do jednej postaci. Można więc przyjąć, że zależności wyprowadzone dla ośrodka dielektrycznego, będą również słuszne w ośrodku przewodzącym, jeżeli w miejsce ε zostanie wstawiona $\hat{\varepsilon}$. W szczególnym przypadku zgodnie z równaniem (1.18) współczynnik załamania będzie miał postać zespoloną \hat{n} dla której

$$\hat{n}^2 = \hat{\varepsilon}\mu = \mu \left(\varepsilon + i \frac{2\sigma\lambda_0}{c} \right) \quad (3.165)$$

Oznaczając

$$\hat{n} = n(1 + i\kappa) \quad (3.166)$$

gdzie n i κ są liczbami rzeczywistymi można znaleźć zależności między n i κ z jednej strony i μ , ε oraz σ z drugiej. Podnosząc do kwadratu obie strony równania (3.166) z porównania części rzeczywistej i urojonej z odpowiednimi częściami równania (3.165) pozostanie

$$n^2(1 - \kappa^2) = \mu\varepsilon$$

$$n^2\kappa = \frac{\mu\sigma\lambda_0}{c}$$

skąd po rozwiązaniu

$$n^2 = \frac{1}{2} \sqrt{(\mu\varepsilon)^2 + 4 \left(\mu \frac{\sigma\lambda_0}{c} \right)^2} + \mu\varepsilon \quad (3.167a)$$

$$(n\kappa)^2 = \frac{1}{2} \sqrt{(\mu\varepsilon)^2 + 4 \left(\frac{\mu\sigma\lambda_0}{c} \right)^2} - \mu\varepsilon \quad (3.167b)$$

Równanie fali płaskiej rozchodzącej się w ośrodku metalowym, zgodnie ze wzorem (1.30) i po uwzględnieniu równania (3.166) będzie miało postać

$$\bar{E} = \bar{E}_0 \exp[-i(\omega t - k_0 \hat{n} z)] = \bar{E}_0 \exp(-k_0 \kappa n z) \exp[-i(\omega t - k_0 n z)] \quad (3.168)$$

Oznacza to, że amplituda fali $\bar{E}_0 \exp(-k_0 \kappa n z)$ maleje wykładniczo wraz z odległością z przesuwania się fali.

Intensywność fali

$$I = E E^* = I_0 \exp(-a z) \quad (3.169)$$

gdzie $I_0 = E_0 E_0^*$ i

$$a = \frac{4\pi n \kappa}{\lambda_0} \quad (3.170)$$

a — nazywa się *liniowym współczynnikiem pochłaniania metalu*. Fala elektromagnetyczna w metalu jest pochłaniana. Wniosek taki postawiony wcześniej (p. 1.1) wywodzący się ze zjawisk cieplnych prądu może być obecnie poparty wartościami liczbowymi. Niech przez z_p oznaczona będzie grubość ośrodka, po przejściu której intensywność zaburzenia ulegnie zmniejszeniu do wartości $1/e$ intensywności początkowej, to znaczy $I = I_0 e^{-1}$. Wtedy zgodnie z równaniem (3.169) i (3.170)

$$z_p = \frac{1}{a} = \frac{\lambda_0}{4\pi n \kappa} \quad (3.171)$$

Ponieważ w metalach σ jest rzędu 10^{17} s^{-1} , to o ile długość fali nie jest zbyt krótka, wówczas $\lambda_0 \sigma / c \gg \varepsilon$ i z równania (3.167) pozostanie

$$n \approx \kappa \approx \sqrt{\frac{\mu \sigma \lambda_0}{c}} \quad (3.172)$$

Po podstawieniu do wzoru (3.171) ostatecznie

$$z_p = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{\lambda_0 c}{\mu \sigma}} \quad (3.173)$$

Ale $c = 3 \cdot 10^{14} \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ i dla długości fali rzędu $1 \mu\text{m}$, z wyrażenia (3.173) wynika, że z_p jest rzędu kilkudziesięciu Å. Praktycznie więc można mówić o przechodzeniu fali przez bardzo cienkie warstwy metalu.

Zagadnienie odbicia fali elektromagnetycznej od płaszczyzny metalu graniczącego z dielektrykiem rozwiązują zgodnie z (3.10c i d) równanie *Fresnela*

$$E_{r||} = \frac{\text{tg}(i_0 - i_t)}{\text{tg}(i_0 + i_t)} E_{0||}$$

$$E_{0\perp} = - \frac{\sin(i_0 - i_t)}{\sin(i_0 + i_t)} E_{0\perp}$$

gdzie $E_{r||}$ i $E_{r\perp}$ — składowe amplitudy fali odbitej odpowiednio w płaszczyźnie padania i prostopadłej do niej (rys. 3.5), $E_{0||}$ i $E_{0\perp}$ — składowe amplitudy fali padającej. Ponieważ kąt padania i_0 i kąt załamania i_t związane są zależnościami $\sin i_t = \sin i_0 / \hat{n}$ oznacza to, że i_t ma wartości zespolone i stąd można napisać

$$E_{r||} = r_{||} \exp(i\delta) E_{0||}$$

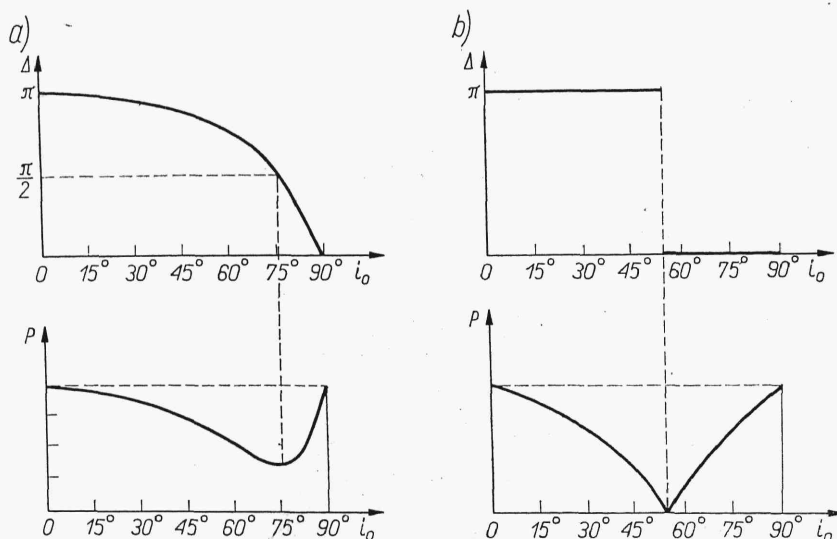
$$E_{r\perp} = r_{\perp} \exp(i\delta_{\perp}) E_{0\perp}$$

gdzie δ opisuje zmianę fazy, a r zmianę amplitudy obydwu składowych. Pomijając szczegóły, które można znaleźć w [1], jeżeli oznaczamy przez

$$\delta_{\perp} - \delta_{\parallel} = \Delta \quad (3.174a)$$

$$\frac{r_{\parallel}}{r_{\perp}} = P \quad (3.174b)$$

gdzie Δ i P wskazują na różnice zmian dotyczące fazy i amplitudy obydwu składowych, wówczas dla typowego przypadku zmiana tych wartości wraz z kątem padania i_0 pokazana jest na rys. 3.87a. Dla porównania na rys.



Rys. 3.87

3.87b podano te same zależności dla dielektryków. Jak wynika z rysunków dla metali, w przeciwieństwie do dielektryków, różnice między amplitudami składowych fal odbitych, a więc i ich intensywnościami mogą nie być duże. Światło naturalne odbite skośnie od powierzchni metalowych będzie spolaryzowane tylko w niewielkim stopniu, podczas gdy dla dielektryka istnieje taki kąt padania i_{0B} , dla którego światło jest spolaryzowane całkowicie.

Różnica zmian fazy obydwu składowych zachodząca skokowo dla dielektryków, zmienia się w sposób ciągły od π do 0 wraz ze wzrostem kąta padania od $i_0 = 0$ do $i_0 = \pi/2$.

A więc światło spolaryzowane liniowo w płaszczyźnie nie pokrywającej się z płaszczyzną padania, lub prostopadłą do niej, odbite skośnie od powierzchni metalu, z uwagi na różnice faz obydwu składowych, będzie spolaryzowane eliptycznie. Przy padaniu pod kątem i_{0g} , dla którego $\Delta = \pi/2$ jedna z osi głównych elipsy polaryzacji będzie pokrywała się z płaszczyzną padania. Fakt ten jest wykorzystany do pomiaru współczynnika załamania metali. Kąt i_{0g} , nazywany *kątem głównym padania*, zwykle pokrywa się z kątem, dla którego P ma wartości minimalne. Zależnie od metalu i_{0g} zmienia się w granicach 70° – 80° .

Przy odbiciu normalnym ($i_0 = 0$) od płaszczyzny metalu zależności między amplitudami fali padającej i odbitej zgodnie z równaniem (3.11) przyjmują postać

$$E_{r||\perp} = \pm \frac{\hat{n}-1}{\hat{n}+1} E_0 = \pm \frac{n-1+i\kappa n}{n+1+i\kappa n} E_{0||\perp} \quad (3.175)$$

Zgodnie z uwagami p. 3.1.3 znak plus odnosi się do składowej leżącej w umownej płaszczyźnie padania (składowa $E_{r||}$) zaś minus — dla składowej prostopadłej do płaszczyzny padania ($E_{r\perp}$).

Obie składowe, podobnie jak dla dielektryków różnią się znakiem, a więc mają te same moduły i znajdują się w przeciwnych fazach. Oznacza to, że różnica skoków fazy obydwu składowych, podobnie jak dla dielektryków wynosi

$$\Delta = \delta_{\perp} - \delta_{||} = \pi \quad (3.176)$$

Wystarczy więc dalej rozważyć tylko jedną ze składowych. Niech zgodnie z wyrażeniem (3.175)

$$E_{r||} = \frac{n-1+i\kappa n}{n+1+i\kappa n} = \frac{n^2+(\kappa n)^2-1+2i\kappa n}{(n+1)^2+(\kappa n)^2} E_{0||} \quad (3.177)$$

Współczynnik przy $E_{0||}$ jest liczbą zespoloną o postaci $r_{||} \exp(i\delta_{||})$, gdzie $\delta_{||}$ jest skokiem fazy składowej równoległej przy odbiciu, przy czym

$$\operatorname{tg} \delta_{||} = \frac{2\kappa n}{(\kappa n)^2 + n^2 - 1} \quad (3.178)$$

Ponieważ $\exp(i\delta_{||}) = \cos \delta_{||} + i \sin \delta_{||}$ i dla metali $n^2 + (\kappa n)^2 > 1$, to z zależności (3.177) $\cos \delta_{||} > 0$ i $\sin \delta_{||} > 0$, a więc

$$0 < \delta_{||} < \frac{\pi}{2} \quad \text{i z (3.176)} \quad \pi < \delta_{\perp} < \frac{3\pi}{2}$$

Przykładowo dla srebra (tabl. 3.5) i $\lambda = 589 \text{ nm}$ $n = 0,20$ oraz $n\kappa = 3,44$ i z wyrażenia (3.178) $\operatorname{tg} \delta_{||} = 0,638$, a więc $\delta_{||} \approx \pi/5$. Odpowiada to różnicy dróg optycznych $0,1 \lambda$.

Jeżeli $\kappa \rightarrow 0$, to znaczy jeżeli ośrodek metalowy zbliża się swoimi właściwościami do dielektryka, wówczas dla $n > 1$ $\delta_{||} \rightarrow 0$ i $\delta_{\perp} \rightarrow \pi$, co jest zgodne z wynikami przytoczonymi w tabl. 3.1.

Wyznaczona tu przykładowo wartość skoku fazy dla srebra, może mieć istotne znaczenie przy bezwzględnych pomiarach interferencyjnych o wyższej dokładności, kiedy płaszczyzna odniesienia jest powierzchnią metalową, np. przy pomiarze długości metalowych przymiarów końcowych za pomocą interferometru (rys. 3.32). Jeżeli przymiar A i płytka C nie są wykonane z tego samego metalu wówczas $\delta_{13} \neq \delta_{12}$ i we wzorze na długość przymiaru l będzie występował dodatkowo człon $\Delta\delta = \delta_{12} - \delta_{13}$ zależny od zastosowanych materiałów i zmieniający się ogólnie z długością fali.

Intensywność fali odbitej pod kątem prostym dla dowolnej składowej i dla światła naturalnego ponieważ wtedy $I_n = 1/2 (I_{\perp} + I_{||})$ zgodnie z równaniem (3.175) wyniesie

$$I_r = E_r E_r^* = \frac{(n-1)^2 + (\kappa n)^2}{(n+1)^2 + (\kappa n)^2} I_0$$

Po rozwinięciu nawiasów współczynnik odbicia

$$\varrho = \frac{I_r}{I_0} = 1 - \frac{4n}{n^2 + (\kappa n)^2 + 2n + 1} \quad (3.179)$$

Z wyrażenia (3.172) dla metali $n \approx n\kappa \gg 1$, wówczas również $2n$ będzie pomijalnie małe wobec n^2 i dla mianownika pozostanie $n^2 + (n\kappa)^2 + 2n + 1 \approx 2n^2$. Uwzględniając zależność (3.172) równanie (3.179) można wtedy przepisać w postaci

$$\varrho = 1 - 2 \sqrt{\frac{c}{\mu\sigma\lambda_0}} \quad (3.180)$$

Jest to *równanie Hageny-Rubensa*.

Wynika z niego, że współczynnik odbicia metali ϱ rośnie wraz ze wzrostem długości fali i współczynnika przewodnictwa ośrodka; jest on poza tym z uwagi na dużą wartość σ niewiele mniejszy niż 1. Oznacza to, że metal jest ośrodkiem silnie odbijającym falę elektromagnetyczną.

Dotychczasowe ogólne rozważania, znalazły swe potwierdzenie doświadczalne, lecz numeryczne wartości wynikające choćby z równania (3.172) odbiegają znacznie od wartości pomierzonych zwłaszcza w krótkofalowej części widma. Przykładowo równanie *Hageny i Rubensa* (3.180) daje dobre przybliżenie dla fal elektromagnetycznych o długości fali większej od $4 \mu\text{m}$.

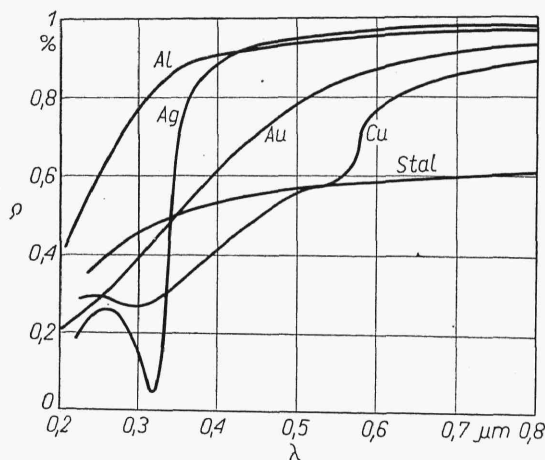
Przyczyna rozbieżności danych eksperymentalnych z teoretycznymi ma to samo podłoże, co odstępstwo pomierzonych współczynników załamania od wartości wyznaczonych z równania $n = \sqrt{\varepsilon}$ dla dielektryków. Stałe materiałowe ośrodka są funkcją częstotliwości pola działającego. Ścisłe zależności można wyprowadzić na podstawie praw mechaniki kwantowej uwzględniających wzajemne oddziaływanie pola zewnętrznego i pól ładunków wolnych i związanych w danym ośrodku. Podobnie jak to było dla dielektryków, kiedy możliwy był jednoznaczny opis zaburzenia, jeżeli znana była krzywa dyspersji ośrodka $n = n(\lambda)$, tak i w metalach, aby można było korzystać z praw wynikających z równań *Maxwella* należy znać krzywe dyspersji ośrodka przewodzącego $n = n(\lambda)$ i $n\kappa = n\kappa(\lambda)$. Dla przykładu w tabl. 3.5 przytoczone są wartości n i $n\kappa$ dla kilku najczęściej sto-

Tablica 3.5. Wartości n , $n\kappa$ i ϱ dla niektórych metali
($\lambda = 589,3 \text{ nm}$)

Metal	n	$n\kappa$	ϱ
Srebro	0,20	3,44	0,94
Aluminium	1,44	5,23	0,83
Złoto	0,47	2,83	0,82
Miedź	0,62	2,57	0,73
Żelazo	1,51	1,63	0,33

sowanych w praktyce metali. Na rys. 3.88 zamieszczone są krzywe współczynnika odbicia w funkcji długości fali dla materiałów naparowanych na stałe podłoże. Wartości podane w tablicy i naniesione na wykresie są przykładowe z uwagi na to, że zależą one od parametrów procesu technologicznego, grubości warstwy, a ponadto ulegają zmianie w czasie.

Z przytoczonych przykładów wynika, że współczynnik odbicia i wartości $n\kappa$ przy przechodzeniu od podczerwieni w stronę krótkofalowej części widma mają tendencję malejącą i np. srebro w pobliżu długości fali $0,32 \mu\text{m}$ zbliża się swoimi własnościami do dielektryka. Z równań mechaniki kwantowej wynika, że jest to dla metali ogólna prawidłowość.



Rys. 3.88

Z uwagi na wysoki współczynnik odbicia w szerokim zakresie widma pokrycia metaliczne znalazły zastosowanie przy wykonywaniu zwierciadeł i płytek światłodziących przez naparowanie ich w aparaturze próżniowej na powierzchnię wypolerowanego szkła. Powszechnie stosowanymi materiałami są srebro i aluminium. Pierwszy, o najwyższym współczynniku odbicia poza nadfioletem, wymaga dodatkowego zabezpieczenia przed utlenieniem warstwą dielektryczną i dlatego w układach, w których strata energii rzędu 15% na elemencie nie ma decydującego znaczenia na pracę przyrządu, stosowane są zwierciadła aluminizowane. Chrom, mimo względnie niskiego współczynnika odbicia, używany jest na powierzchnie narażone na uszkodzenia mechaniczne. W przypadkach koniecznych można zwiększyć współczynnik odbicia metali przez dodatkowe naparowanie cienkich warstw dielektrycznych (p. 3.2.7).

3.5. Zjawiska polaryzacji i optyka ciał anizotropowych

3.5.1. Uogólnienie pojęcia polaryzacji

Wiadomo z rozważań p. 3.1, że światło naturalne, dla którego każde położenie wektora optycznego w płaszczyźnie prostopadłej do jego kierunku rozchodzenia się jest jednakowo prawdopodobne, można spolaryzować liniowo przez odbicie pod kątem *Brewstera* od płaszczyzny dielektryka. Oznacza to, że wektor optyczny (elektryczny) fali odbitej zmienia się wtedy tylko w jednej płaszczyźnie zwanej dalej *płaszczyzną drgań wektora*.

Rozpatrzona zostanie teraz interferencja dwóch zaburzeń monochromatycznych spolaryzowanych liniowo, których płaszczyzny drgań są względem siebie prostopadłe. Niech zgodnie z równaniem (1.25) będą one przedstawione w postaci

$$V_x = V_{0x} \cos(\omega t - kz + \delta_x) = V_{0x} \cos(\tau + \delta_x) \quad (3.181a)$$

$$V_y = V_{0y} \cos(\omega t - kz + \delta_y) = V_{0y} \cos(\tau + \delta_y) \quad (3.181b)$$