

Współczynniki proporcjonalności między składowymi wektora są liczbami zespolonymi i wtedy można napisać $V_{r||} = r_{||} \exp(i\delta_{||}) V_{0||}$, $V_{r\perp} = r_{\perp} \exp(i\delta_{\perp}) V_{0\perp}$, gdzie r moduł, a δ — argument liczby zespolonej. Ten ostatni opisuje zmianę fazy zaburzenia. Z zależności (3.22) wynika $V_{r||} V_{r||}^* = V_{0||} V_{0||}^*$ i $V_{r\perp} V_{r\perp}^* = V_{0\perp} V_{0\perp}^*$ i ponieważ fala padająca i odbita znajdują się w tym samym ośrodku, to zgodnie z wyrażeniem (3.3) $w_{r||} = w_{0||}$ i $w_{r\perp} = w_{0\perp}$. Oznacza to, że energia fali odbitej równa jest energii fali padającej i fala pozostaje w pierwszym ośrodku.

Obydwie składowe fali odbitej natomiast doznają różnych skoków fazy, które można wyznaczyć z zależności (3.22) otrzymując

$$\operatorname{tg} \frac{\delta_{||}}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 i_0 - n^2}}{n^2 \cos i_0} \quad (3.23a)$$

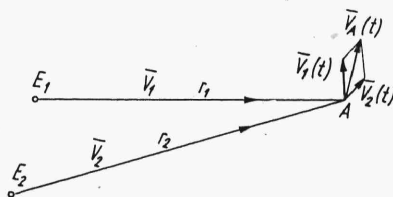
$$\operatorname{tg} \frac{\delta_{\perp}}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2 i_0 - n^2}}{\cos i_0} \quad (3.23b)$$

Światło spolaryzowane liniowo przy całkowitym odbiciu, jeżeli α_0 jest różne od 0 i $\pi/2$ staje się spolaryzowane eliptycznie (p. 3.5).

3.2. Interferencja światła

3.2.1. Ogólne równanie interferencji

Niech będą dwa punktowe źródła światła E_1 i E_2 (rys. 3.7) leżące w pewnej odległości od siebie. Obydwa źródła emitując falę elektromagnetyczną w każdej chwili t niezależnie tworzą w przestrzeni pewien rozkład wekto-



Rys. 3.7

rów optycznych, który zmienia się w czasie zgodnie z równaniem falowym. Niech $\vec{V}_{1A}(t)$ i $\vec{V}_{2A}(t)$ będą wektorami optycznymi w danej chwili t i w punkcie A pochodzącymi od pierwszego i drugiego źródła. Wektor optyczny \vec{V}_A sumarycznego pola wynikający z superpozycji obydwu promieniowań będzie sumą geometryczną wektorów składowych. Wektory \vec{V}_{1A} i \vec{V}_{2A} są zmienne w czasie, zmienia się ich moduł i zorientowanie w przestrzeni, a więc i wektor \vec{V}_A również przyjmuje różne wielkości i położenia. Intensywność rejestrowania przez odbiornik w p. A zgodnie z rozważaniami p. 3.1.1 byłaby średnią chwilowych intensywności w pewnym przedziale czasu, to znaczy $I_A = \langle \vec{V}_A \vec{V}_A^* \rangle$. Okaze się, że w pewnych warunkach intensywność w p. A nie będzie prostą sumą intensywności pochodzących od źródeł E_1 i E_2 , a będzie zależała od ich położenia względem punktu obserwacji. Mówi się wtedy o zjawisku *interferencji*.

Ograniczymy się tu do rozważania przypadków, kiedy kąt między wektorami \vec{V}_{1A} i \vec{V}_{2A} jest dostatecznie mały i wpływ jego na rozkład inten-

sywności w polu interferencyjnym będzie pomijalnie mały. Wtedy sumowanie wektorów sprowadza się do sumowania algebraicznego ich modułów. Problem interferencji w świetle spolaryzowanym poruszony będzie w p. 3.5.

Niech przez $V_1(t_0 - r_1/v)$ i $V_2(t_0 - r_2/v)$ oznaczone będą zaburzenia pochodzące odpowiednio od pierwszego i drugiego źródła, to sumaryczne zaburzenie w punkcie A będzie miało postać

$$V_A = V_1\left(t_0 - \frac{r_1}{v}\right) + V_2\left(t_0 - \frac{r_2}{v}\right)$$

A intensywność

$$I_A = \langle V_A V_A^* \rangle = \langle V_1 V_1^* \rangle + \langle V_2 V_2^* \rangle + \langle V_1 V_2^* + V_1^* V_2 \rangle$$

Ale $\langle V_1 V_1^* \rangle = I_1$, $\langle V_2 V_2^* \rangle = I_2$ gdzie I_1 i I_2 intensywność pierwszego i drugiego źródła. Z własności liczb zespolonych wynika $\langle V_1 V_2^* + V_1^* V_2 \rangle = 2R \langle V_1 V_2^* \rangle$, ponadto zmieniając współrzędne czasu przez

$$t_0 - \frac{r_2}{v} = t_0 - t_2 = t$$

$$t_0 - \frac{r_1}{v} = t_0 - t_1 = t + \tau$$

gdzie

$$\tau = \frac{r_2 - r_1}{v} \quad (3.24)$$

można napisać

$$I_A = I_1 + I_2 + 2R \langle V_1(t + \tau) V_2^*(t) \rangle \quad (3.25)$$

Intensywność w punkcie A przestrzeni, wynikająca z nałożenia się promieniowania dwóch źródeł, równa jest sumie intensywności dawanych niezależnie przez te źródła plus dodatkowy człon uwzględniający korelację między tymi promienowaniami.

Niech będą wprowadzone oznaczenia

$$\langle V_1(t + \tau) V_2^*(t) \rangle = \Gamma_{12}(\tau) \quad (3.26)$$

i

$$\frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}^{(0)} \Gamma_{22}^{(0)}}} = \gamma_{12}(\tau) \quad (3.27)$$

gdzie $\Gamma_{12}(\tau)$ nazywać się będzie *funkcją wzajemnej koherencji*, a $\gamma_{12}(\tau)$ — *zespoleonym stopniem koherencji*.

Ponieważ $\Gamma_{11}(0) = I_1$, $\Gamma_{22}(0) = I_2$ to zależności (3.25) można przepisać ostatecznie w postaci

$$\boxed{I_A = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} R\{\gamma_{12}(\tau)\}} \quad (3.28)$$

Jest to najbardziej ogólne równanie interferencji dla dwóch punktowych źródeł światła.

Założmy chwilowo, że źródła emitują fale monochromatyczne o tej samej częstotliwości, to znaczy, że $V_1 = V_{01} \exp(-i\omega t)$, $V_2 = V_{02} \exp(-i\omega t)$ dla dowolnej chwili t . V_{01} i V_{02} — amplitudy stałe w czasie. Wtedy z wyrażenia (3.26)

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle V_{01} \exp[-i\omega(t + \tau)] V_{02}^* \exp(i\omega t) \rangle = V_{01} V_{02}^* \exp(-i\omega\tau)$$

Zgodnie z równaniem z (1.30) amplituda zespolona $V_0 = V'_0 \exp(-i\delta)$, gdzie δ — faza początkowa, V'_0 — amplituda fali harmoniczej (wartość rzeczywista), wtedy z wyrażenia (3.27)

$$\gamma_{12}(\tau) = \exp[-i(\Delta\delta + \omega\tau)] \quad (3.29)$$

gdzie $\Delta\delta = \delta_1 - \delta_2$ różnica faz początkowych dla fal emitowanych przez pierwsze i drugie źródło.

Moduł zespolonego stopnia koherencji światła monochromatycznego $|\gamma_{12}(\tau)| = 1$ i mówi się wtedy, że emitowane promieniowanie z obu źródeł jest *wzajemnie koherentne*.

Podstawiając wzór (3.29) do (3.28), ponieważ $\omega/v = k_0 n = 2\pi n/\lambda_0$, gdzie n — współczynnik załamania ośrodka, i zakładając, że fazy początkowe obydwu źródeł są jednakowe ($\Delta\delta = 0$), co się później okaże uzasadnione otrzymuje się

$$I_A = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \frac{2\pi n(r_2 - r_1)}{\lambda_0} \quad (3.30)$$

Jest to ogólne równanie interferencji dla dwóch źródeł światła monochromatycznego o tych samych fazach początkowych.

Wielkość

$$m = \left| \frac{n(r_2 - r_1)}{\lambda_0} \right| = \left| \frac{\tau}{T} \right| \quad (3.31)$$

nazywana jest *rzędem interferencji* i równa jest ilorazowi różnicy dróg optycznych między dwoma źródłami i punktem obserwacji przez długość fali.

Różnica dróg $n(r_2 - r_1)$, a więc i rząd interferencji będą zależały od położenia punktu A (rys. 3.7) i zgodnie z zależnością (3.30) w polu interferencji powstanie pewien rozkład intensywności mający ekstremalne wartości

$$\begin{aligned} I_{A \max} &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} & \text{dla } m = 0, 1, 2, \dots \\ I_{A \min} &= I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} & \text{dla } m = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots \end{aligned}$$

Zbiór punktów o maksymalnej intensywności dla danego rzędu interferencji jest nazywany *prążkiem jasnym*, natomiast o minimalnej intensywności — *prążkiem ciemnym*.

Kontrast pola interferencyjnego nazywa się krótko *kontrastem prążków*. Jest on definiowany przez

$$C = \frac{I_{A \max} - I_{A \min}}{I_{A \max} + I_{A \min}} \quad (3.32)$$

Kontrast charakteryzuje maksymalną różnicę intensywności prążków względem intensywności średniej. Po podstawieniu wyniesie on

$$C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \quad (3.33)$$

lub wprowadzając współczynnik podziału energii między źródłami $\psi = I_1/I_2$ otrzymuje się

$$C = \frac{2\sqrt{\psi}}{1 + \psi}$$

Największy kontrast $C = 1$ występuje dla równych intensywności interferujących fal ($\psi = 1$) i wtedy z wyrażeń (3.30) i (3.31), oznaczając $I_1 = I_2 = I_0$, pozostanie

$$I_A = 4I_0 \cos^2 \pi m \quad (3.34)$$

W tym przypadku prążki ciemne mają intensywność zerową, natomiast jasne — czterokrotnie większą od intensywności pojedynczego źródła.

Niech teraz źródła światła będą dwoma niezależnymi atomami tego samego pierwiastka emitującymi spontanicznie ciągi fal elementarnych o tej samej częstotliwości średniej. Załóżmy dalej dla uproszczenia, że fale elementarne są falami harmonicznymi o skończonej długości (rys. 3.2). Niech w przedziale czasu niezbędnym do zarejestrowania zjawiska na odbiornik padnie U fal z pierwszego źródła i W z drugiego. Wtedy w tym przedziale

$$V_1 = \sum_{u=1}^U V_{0u} \exp(-i\omega t_u) \quad V_2 = \sum_{w=1}^W V_{0w} \exp(-i\omega t_w)$$

gdzie:

- t_s — czas emisji początku fali elementarnej ($s = u, w$),
- $V_{0s} = V_0$ w przedziale czasu $(t_s, t_s + \Delta t)$,
- $V_{0s} = 0$ poza tym przedziałem,
- Δt — czas trwania emisji fali elementarnej,

Funkcja wzajemnej koherencji zgodnie z wyrażeniem (3.26) wyniesie

$$\begin{aligned} \Gamma_{12}(\tau) &= \left\langle \sum_{u=1}^U V_{0u} \exp[-i\omega(t_u + \tau)] \sum_{w=1}^W V_{0w}^* \exp(i\omega t_w) \right\rangle = \\ &= \exp(-i\omega\tau) \left\langle \sum_{u=1}^U \sum_{w=1}^W V_{0u} V_{0w}^* \exp[-i\omega(t_u - t_w)] \right\rangle \end{aligned}$$

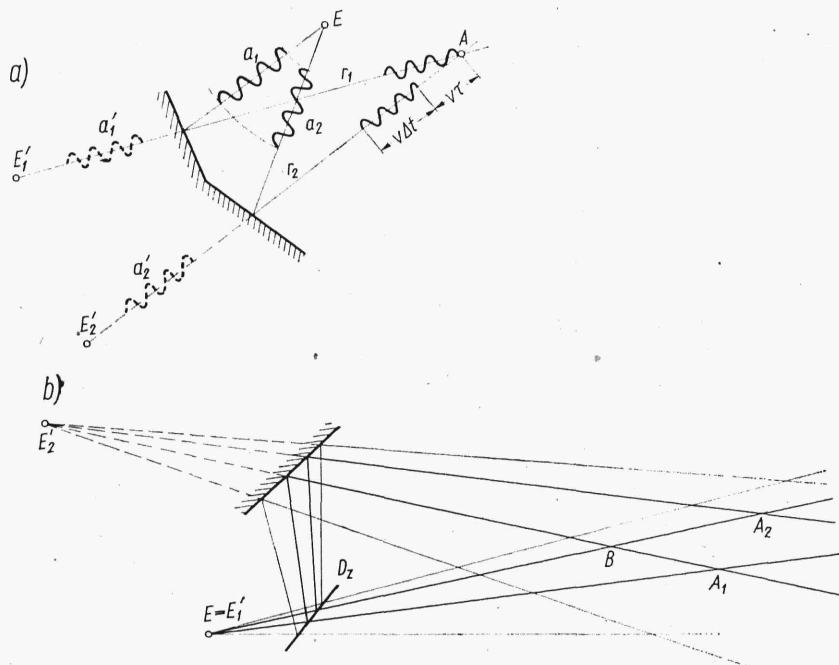
Fale elementarne z obu źródeł mogą się mijać w czasie oraz częściowo lub całkowicie pokrywać. Oznaczając przez κ_{uw} współczynnik pokrycia fal u i w ($\kappa_{uw} = 1$ dla całkowitego pokrycia, $\kappa_{uw} = 0$ przy falach mijających się) wtedy

$$\Gamma_{12}(\tau) = \exp(-i\omega\tau) V_0 V_0^* \sum_{u=1}^U \sum_{w=1}^W \kappa_{uw} \exp[-i\omega(t_u - t_w)] \quad (3.35)$$

Czasy t_u i t_w emisji fal elementarnych obydwu źródeł są przypadkowe i ponieważ $\exp(iz) = \cos z + i \sin z$, to dla dostatecznie dużego U i W jednakowo prawdopodobne są wszystkie wartości obu funkcji trygonometrycznych (ujemne i dodatnie) i ponadto κ_{uw} również przybiera różne i przypadkowe wartości między 0 i 1. Oznacza to, że $\Sigma\Sigma = 0$, skąd $\Gamma_{12}(\tau) = 0$ i z wyrażenia (3.27) $\gamma_{12}(\tau) = 0$. Mówi się wtedy, że takie źródła są *niekoherentne*. Dwa niezależne atomy zgodnie z równaniem (3.28) dają stałą intensywność w całym obszarze interferencji $I_A = I_1 + I_2$. Mimo, że zachodzi interferencja między falami z obydwu źródeł, nie można jej zaobserwować z uwagi na spontaniczną emisję fotonów. Rozkłady intensywności w polu interferencji, zupełnie przypadkowe, zmieniają się z wysoką częstotliwością i odbiornik rejestruje tylko wartości średnie.

Dla umożliwienia obserwacji zjawisk interferencji jest konieczne zachowanie korelacji między aktami emisji obydwu źródeł. Dokonuje się

tego przez podział energii wychodzącej z jednego źródła na dwie części. Przykłady takiego rozwiązania pokazano na rys. 3.8ab. W pierwszym przypadku następuje podział czoła fali za pomocą dwóch zwierciadeł ustawionych pod kątem, w drugim — podział amplitudy za pomocą płytki światłodzielącej D_z . Obydwa rozwiązania są równoważne układowi dwóch źródeł światła E'_1 i E'_2 , przy czym fluktuacje emisji z obydwu źródeł są jednakowe w czasie. Funkcja wzajemnej koherencji będzie opisywała korelację dwóch zaburzeń pochodzących z tego samego źródła.



Rys. 3.8

Jeżeli interferujące fale mają tę samą intensywność I_0 , to znaczy jeżeli współczynnik podziału energii $\psi = 1$, wtedy z równania (3.28)

$$I_A = 2I_0[1 + R\{\gamma_{11}(\tau)\}] \quad (3.36a)$$

przy czym zgodnie z zależnościami (3.27) i (3.26)

$$\gamma_{11}(\tau) = \frac{I_{11}(\tau)}{I_{11}(0)} \quad (3.36b)$$

$$I_{11}(\tau) = \langle V_1(t+\tau)V_1^*(t) \rangle \quad (3.36c)$$

Rozpatrzmy dla przykładu dowolny punkt A (rys. 3.8a) obszaru, w którym następuje interferencja i niech w pewnej chwili t wypromieniowana fala elementarna zajmuje położenie a , lub dla równoważnych źródeł a'_1 i a'_2 . Z uwagi na różne odległości r_1 i r_2 fale te dotrą do punktu A w różnym czasie i może nastąpić tylko częściowe ich pokrycie. Jeżeli czas trwania fali jest krótszy lub co najwyżej równy względnemu czasowi opóźnień $\tau = \frac{r_2 - r_1}{v}$, to znaczy jeżeli $\Delta t \leq |\tau|$, wtedy podobnie jak dla dwóch źródeł

niezależnych nie ma żadnej korelacji między interferującymi zaburzeniami w punkcie A i $\gamma_{11}(|\tau| \geq \Delta t) = 0$. Mówi się wtedy, że promieniowanie dla tej różnicy dróg jest niekoherentne. Dla $\Delta t > |\tau|$ zgodnie z równaniem (3.35), ponieważ $u = w$ i $U = W$ będzie

$$I_{11}(\tau) = I_0 \exp(-i\omega\tau) \kappa(\tau)$$

gdzie $I_0 = V_0 V_0^* U$ — intensywność promieniowania jednego i drugiego źródła ($I_1 = I_2 = I_0$). Wtedy z zależności (3.36b) ponieważ $\kappa(0) = 1$ można napisać

$$\gamma_{11}(\tau) = \kappa(\tau) \exp(-i\omega\tau)$$

gdzie $\kappa(\tau)$ współczynnik pokrycia się fal elementarnych z tego samego aktu emisji.

Dla $\tau = 0$ $|\gamma_{11}(0)| = \kappa(0) = 1$, a więc światło jest koherentne. Dla $0 < |\tau| < \Delta t$ będzie $1 > \kappa(\tau) = |\gamma_{11}(\tau)| > 0$ i mówi się wtedy, że światło jest częściowo koherentne.

Wnioski tu wyprowadzone są poprawne lecz model, który służył do ich sformułowania był zbyt prosty. Zgodnie z rozważaniem p. 3.1.1 fale elementarne nie są falami harmonicznymi o skończonej długości. Mechanizm emisji fal, za pomocą którego można było wyjaśnić w elementarny sposób podstawowe fakty w zjawiskach interferencji, jest bardziej złożony. Moduł zespolonego stopnia koherencji ogólnie nie jest funkcją liniową względnego czasu opóźnienia τ , jakby to wynikało z przyrównania go do współczynnika pokrycia, ale zależy od kształtu fal i perturbacji jakim one podlegają w czasie emisji. Charakter jego zmian natomiast pozostaje taki sam jak w przyjętym przez nas modelu. Dla τ bliskich zeru moduł $|\gamma_{11}(\tau)| = 1$, natomiast ze wzrostem $|\tau|$ jego wartość stopniowo maleje i można określić takie τ_g , kiedy $|\gamma_{11}(\tau)| = 0$ jeżeli $|\tau| > \tau_g$.

Zespolony stopień koherencji w ogólniejszej postaci można przedstawić jako

$$\gamma_{11}(\tau) = |\gamma_{11}(\tau)| \exp(-i\omega\tau) \quad (3.37)$$

gdzie $|\gamma_{11}(\tau)|$ jest funkcją malejącą od 1 do 0 ze wzrostem $|\tau|$, ale której kształt ogólnie zależy od źródła.

Równanie interferencji (3.32a) przyjmie wtedy postać

$$I_A = 2I_0[1 + |\gamma_{11}(\tau)| \cos \omega\tau] \quad (3.38a)$$

lub zgodnie z (3.28)

$$I_A = 2I_0[1 + |\gamma_{11}(m)| \cos 2\pi m] \quad (3.38b)$$

Dla $m = 0$, a więc i $\tau = 0$ zgodnie z (3.36b) $\gamma_{11}(0) = 1$ i $I_A = 4I_0$. Dla równych dróg optycznych interferujących fal zawsze występuje jasny prążek. Wraz ze wzrostem rzędu interferencji m zmniejsza się moduł zespolonego stopnia koherencji $|\gamma_{11}(m)|$ i kosinus oscyluje między 1 i -1 . Dla światła quasimonochromatycznego, kiedy czas trwania fali elementarnej jest nieporównywalnie większy od okresu drgań, ($\Delta t \gg T$), a więc zgodnie z równaniem (3.7) $\Delta\nu/\nu = \Delta\lambda/\lambda \ll 1$. Wówczas wraz ze zmianą m moduł $|\gamma_{11}(m)|$ zmienia się znacznie wolniej niż funkcja $\cos 2\pi m$. W ograniczonym obszarze zmiany rzędu interferencji można go uważać za stały i wtedy z (3.32) lokalny kontrast prążków w tym obszarze

$$C = |\gamma_{11}(m)| \quad (3.39)$$

Oznacza to, że kontrast prążków, równy modułowi zespolonego stopnia koherencji, zmniejsza się wraz ze wzrostem rzędu interferencji i poza pe-

wną graniczną wielkością równy jest zero. Ilustruje to rys. 3.9, na którym podano zmianę intensywności I_A , zgodnie z równaniem (3.38b). Dla małych rzędów interferencji $|\gamma_{11}(m)| \approx 1$ i zgodnie z równaniem (3.34) zjawisko ma podobny przebieg, jak w świetle monochromatycznym. Wraz ze wzrostem wartości m amplituda zmian intensywności stopniowo maleje i dla różnicy dróg, dla której światło jest niekoherentne, intensywność ma stałą wartość $I_A = I_0 + I_0 = 2I_0$.



Rys. 3.9

Warunkiem koniecznym zaobserwowania prążków jest znalezienie się w obszarze promieniowania częściowo koherentnego. Oznacza to, że musi być wtedy spełnione ,

$$|\tau| = \left| \frac{r_2 - r_1}{v} \right| < \Delta t \quad (3.40)$$

gdzie Δt — czas emisji fali elementarnej zwany *czasem koherencji źródła*.

Jeżeli rozpatrywany jest dany punkt pola interferencyjnego (ustalone τ), wówczas zgodnie z równaniem (3.40), w celu zaobserwowania zjawiska interferencji musi być dobrane źródło światła z odpowiednio długim czasem koherencji. Im będzie on dłuższy w porównaniu z $|\tau|$, tym większy będzie kontrast prążków i tym wygodniejsza będzie ich obserwacja.

Wielkość $\Delta l = c \cdot \Delta t$ nazywana jest *długością koherencji*. Uwzględniając zależności (3.40) i (3.7b) można napisać warunek równoważny zależności (3.40), ale wygodniejszy w zastosowaniach praktycznych

$$\Delta l = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda} > |n(r_2 - r_1)| = \Delta L \quad (3.41)$$

gdzie ΔL jest różnicą dróg optycznych między rozpatrywanym punktem w polu i obydwu źródłami.

Aby więc wygodnie obserwować zjawiska interferencji, długość koherencji źródła powinna być znacznie większa od różnicy dróg optycznych dla danego punktu pola.

Na zakończenie ogólnych rozważań zwraca się uwagę na poprawność przyjętych na początku bez dowodu założeń o adekwatności skalarного opisu zjawisk interferencji oraz pominięciu różnicy faz początkowych $\Delta \delta$ w równaniu (3.30). Wynika to natychmiast z możliwości zaobserwowania interferencji tylko przy superpozycji fal elementarnych pochodzących z tego samego aktu emisji, a więc o ustalonym wzajemnie położeniu ich wektorów optycznych i tej samej fazie. Jeżeli układ dzielący promieniowanie pochodzące z jednego źródła nie powoduje względnego obrotu wektorów optycznych interferujących fal, wówczas w polu interferencji pozostają one równoległe.