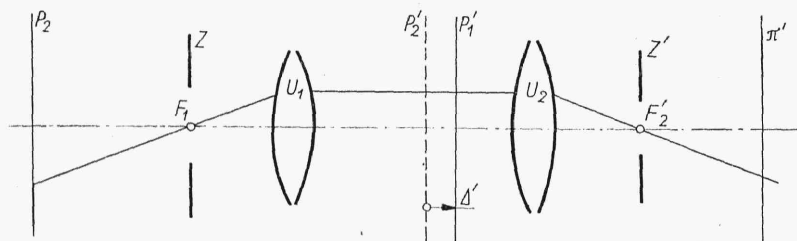


Układ pokazany na rys. 2.53 jest rozwiązaniem stosowanym w lunetach geodezyjnych z przesuwaną płytką ogniskową, a na rys. 2.52 — w mikroskopach pomiarowych i na rys. 2.51 — w lupach z podziałką.



Rys. 2.53

2.6. Geometryczna teoria aberracji

2.6.1. Aberracje monochromatyczne

Z rozważań punktu 2.3 wynika, że układ optyczny złożony z powierzchni sferycznych zachowuje prawa przekształcenia układu doskonałego tylko w przestrzeni przyosiowej. Przedmioty punktowe, których kąty aperturowe nie mogą być uznane za małe, lub które znajdują się poza przestrzenią przyosiową (duże kąty polowe) nie podlegają przekształceniom punktowym. Promienie wychodzące z punkтового źródła światła w przestrzeni obrazowej tworzą wiązkę promieni, która w płaszczyźnie obrazu (wyznaczonego dla przestrzeni przyosiowej) tworzy pewną plamkę. Kształt tej plamki i jej wymiary zależą od położenia punktu i parametrów układu. Mówi się, że taki układ jest obciążony *aberracjami*.

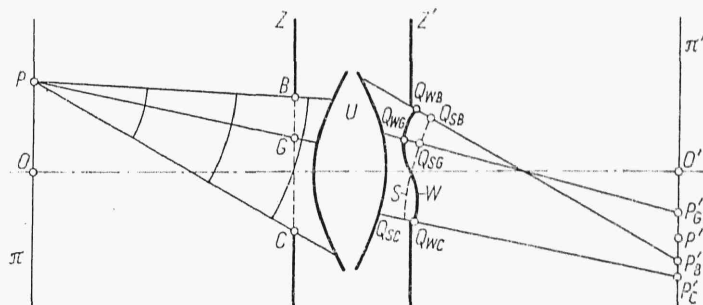
Każda z powierzchni sferycznych układu z uwagi na jej różne usytuowanie względem promieni tworzących obraz może w różny sposób wpływać na ostateczne wartości aberracji. Zadaniem konstruktora układu optycznego jest takie dobranie jego parametrów, aby aberracje wnoszone przez poszczególne powierzchnie kompensowały się nawzajem do wartości nie mających wpływu na informacje przekazywane przez układ. Proces ten nazywa się *korygowaniem układu*.

Aberracją układu jest odchylenie w sposobie przekształcenia przestrzeni przedmiotowej w obrazową w stosunku do przekształcenia wyznaczonego z praw układu doskonałego, a więc również praw przestrzeni przyosiowej.

Oznacza to, że układ dostatecznie skorygowany ma własności zbliżone do jego własności w przestrzeni przyosiowej. Położenie obrazu oraz jego wielkość można wyznaczyć wtedy z zależności wyprowadzonych dla przestrzeni przyosiowej. Należy dodać, że doprowadzenie do przekształcenia punkowego (stygmaticznego) dla pewnego obszaru przestrzeni przedmiotowej nie wystarcza do skorygowania aberracji układu w tym obszarze, gdyż rzeczywisty obraz punktu może powstać w innym miejscu przestrzeni, niż by to wynikało z praw optyki przyosiowej.

Niech będzie dany układ optyczny U z obrotową osią symetrii OO' (rys. 2.54). Z leżącego poza osią punktu P przestrzeni przedmiotowej przez układ przejdzie pęk promieni wyznaczony przez powierzchnię źrenicy

wejściowej Z . Pękowi temu są przyporządkowane geometryczne czoła fal, których kształt, sferyczny w przestrzeni przedmiotowej, ulega zniekształceniu przez układ obciążony aberracjami. Niech W będzie taką aberracyjną powierzchnią falową przechodzącą przez środek źrenicy wyjściowej. Gdyby układ był doskonały, wychodzące czoło fali S byłoby sferyczne i tworzyłoby w płaszczyźnie π' obraz punktu P^* . Powierzchnia sferyczna S , której środek leży w punkcie P^* nazywa się sferą odniesienia, pla-



Rys. 2.54

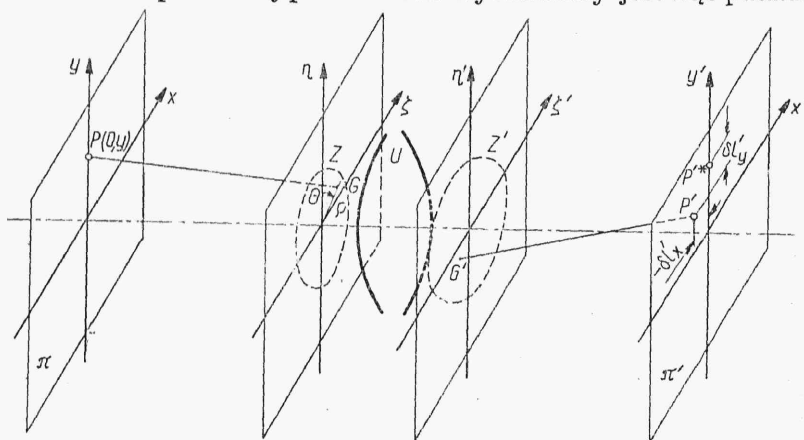
szczyzna π' sprzężona z π zgodnie z prawami optyki przyosiowej nazywa się *plaszczyną Gaussa*, a punkt P^* — *obrazem Gaussa*. Hipotetyczne promienie przyporządkowane sferze odniesienia przecięłyby się w punkcie P^* , natomiast promienie rzeczywiste przechodzące przez powierzchnię czynną źrenicy, normalne do czoła fali W (zgodnie z twierdzeniem *Malusa*), przecięłyby płaszczyznę π' w punktach P' , przy czym przez G rozumie się bieżący punkt źrenicy. Zbiór punktów P' dla całej powierzchni źrenicy utworzyłby aberracyjną plamkę rozproszenia. Na rysunku narysowano dla przejrzystości tylko trzy promienie leżące w płaszczyźnie południkowej (przechodzącej przez oś układu). Odległość $Q_W Q_S$, nazywana *aberracją falową* dla punktu G źrenicy, przy małych jej wartościach jest różnicą dróg optycznych między aberracyjną powierzchnią falową i sferą odniesienia. Jest ona najczęściej wyrażona w krotnościach długości fali. Odcinek P^*P' , nazywany *aberracją promienia*, jest funkcją aberracji falowej (jest proporcjonalny do jej pochodnej względem bieżącej współrzędnej płaszczyzny źrenicy).

Rozpatrując to zagadnienie przestrzennie, niech x, y i x', y' będą współrzędnymi prostokątnymi płaszczyzn przedmiotu i obrazu (rys. 2.55), natomiast η, ζ i η', ζ' współrzędnymi prostokątnymi źrenicy wejściowej i wyjściowej Z i Z' . Osie współrzędnych leżą w dwóch płaszczyznach wzajemnie prostopadłych przechodzących przez oś układu.

Z uwagi na obrotową oś symetrii układu wystarczy rozpatrzeć punktowy przedmiot leżący na jednej z osi układu x, y . Niech to będzie punkt $P(O, y)$. Jest on źródłem promieni świetlnych, z których przez układ przejdzie tylko ograniczony pęk przepuszczony przez źrenicę wejściową układu. Niech $FGG'P'$, będzie jednym z promieni przechodzących. Obraz P^* , wyznaczony zgodnie z własnościami układu doskonałego, musi leżeć w płaszczyźnie południkowej przechodzącej przez punkt P . Odległość P^*P' oznaczona przez $\delta l'$ jest aberracją promienia FG . Jeżeli współrzędnymi punktu P^* będą $0, y^*$ i $P' - x', y'$, to

$$\delta l' = \sqrt{x'^2 + (y' - y^*)^2} = \sqrt{\delta l_x'^2 + \delta l_y'^2} \quad (2.58)$$

Aberracja promienia $\delta l'$ jest funkcją współrzędnych promienia (y, η, ζ) i parametrów układu, to znaczy promieni powierzchni sferycznych, współczynników załamania i odstępów między powierzchniami. Jeżeli układ jest znany można obliczyć aberracje promienia przez znalezienie obrazu dla przestrzeni przyosiowej według zależności podanych w p. 2.3, a następnie wyznaczyć dokładne przebiegi promieni przez cały układ. Dla wybranego promienia PG dla pierwszej powierzchni wyznaczany jest kąt padania α na



Rys. 2.55

podstawie prawa załamania również promień załamany, podobnie jak dla przebiegu promienia w płaszczyźnie południkowej (rys. 2.16). Znając promień załamany przez pierwszą powierzchnię można wyznaczyć promień załamany przez drugą itd. W ten sposób aż po ostatniej powierzchni znany będzie promień $G'P'$ i aberracja promienia $P'P'$. Wyznaczając zbiór punktów P' dla skończonej liczby punktów G powierzchni czynnej źrenicy w płaszczyźnie π' otrzymuje się przybliżony kształt aberracyjnej plamki rozproszenia. W porównaniu z zależnościami dla promienia leżącego w płaszczyźnie południkowej sprawa się tu znacznie komplikuje, gdyż zjawisko ma charakter przestrzenny. Obliczenia są niezwykle pracochłonne i można je praktycznie przeprowadzać dopiero przy zastosowaniu cyfrowych maszyn elektronicznych.

Jeżeli układ jest nieznanym, to z uwagi na złożoność zależności opisujących przebieg promienia przez układ, nie można funkcji aberracji promienia zapisać w takiej postaci, która by pozwalała ocenić wpływ poszczególnych parametrów na jej ostateczną wartość, co z kolei uniemożliwia świadome kształtowanie układu, aby spełnił żądane przez nas wymagania. Można tylko przyjąć dowolny układ, obliczyć dla niego aberracje oraz zmianę ich wartości w funkcji zmian poszczególnych parametrów, a następnie na podstawie kierunku zmian aberracji wprowadzać zmiany w parametrach układu i ponownie wyznaczać aberracje i ich zmiany dla nowego układu. Metoda taka, zwana *metodą prób*, nawet przy stosowaniu maszyn cyfrowych jest długotrwała, gdyż liczba zabiegów iteracyjnych jest znaczna i poza tym nie daje pewności wyboru optymalnego wariantu. Dlatego stosowane są przybliżone metody wyznaczania aberracji układu. Polegają one na tym, że funkcja opisująca położenie punktu P' przebiegu rzeczywistego promienia w płaszczyźnie obrazu π' jest rozwijana w szereg potęgowy, przy czym parametrami rozwinięcia są współrzędne promienia

padającego, a więc współrzędne punktu $P(y)$ i punktu $G(\zeta \text{ i } \eta)$. Z uwagi na symetrię układu szereg może zawierać tylko nieparzyste człony rozwinięcia. Wyraz pierwszego rzędu, zgodnie z rozważaniami dla przestrzeni przysiosowej (p. 2.3) daje położenie punktu odniesienia P^* . Stąd różnica położenia $P^*P' = \delta l'$ zawiera człony trzeciego, piątego itd. rzędu; mówi się wtedy o *aberracjach trzeciego, piątego itd. rzędu*. W wyrazach trzeciego rzędu parametry rozwinięcia y, ζ, η mogą występować w 10 możliwych kombinacjach ($y^3, y^2\zeta, y^2\eta$ itd.), z których po uwzględnieniu istnienia obrotowej osi symetrii oraz wprowadzeniu współrzędnych biegunowych $\zeta = \varrho \sin \Theta, \eta = \varrho \cos \Theta$ (rys. 2.55) pozostanie

$$\delta^{(3)}l'_x = A\varrho^3 \sin \Theta + B y \varrho^2 \sin 2\Theta + C y^2 \varrho \sin \Theta \quad (2.69a)$$

$$\delta^{(3)}l'_y = A\varrho^3 \cos \Theta + B y \varrho^2 (2 + \cos 2\Theta) + D y^2 \varrho \cos \Theta + E y^3 \quad (2.69b)$$

gdzie przez $\delta^{(3)}l'_x$ oznaczono składową aberracji trzeciego rzędu w kierunku osi x , natomiast przez $\delta^{(3)}l'_y$ — składową w kierunku osi y . Stałe A, B, C, D, E są zależne od parametrów konstrukcyjnych układu i niezależne od współrzędnych promieni. Człony rozwinięcia (2.69) związane z poszczególnymi stałymi nazywają się *aberracjami Seidela* od imienia matematyka austriackiego, który w połowie ubiegłego stulecia omawianą metodę zastosował po raz pierwszy.

Ściśle biorąc aberracja promienia $\delta l'$ rozwijana jest nie względem współrzędnych źrenicy wejściowej ζ, η , a współrzędnych źrenicy wyjściowej ζ' i η' . Przyjęty tu sposób rozważań z uwagi na charakter informacyjny tego punktu podyktowany jest przede wszystkim jasnością wyводу. Istota aberracji Seidla w obu wypadkach pozostaje ta sama, jeżeli pominie się wpływ aberracji w źrenicach, ponieważ wówczas $\zeta' = \zeta\beta_z$ i $\eta' = \eta\beta_z$, gdzie β_z — powiększenie poprzeczne w źrenicach. Szczegółowo zagadnienie to jest omówione w [1], [2], [3].

Zależności dla aberracji wyższych rzędów z uwagi na większą liczbę kombinacji parametrów rozwinięcia y, ζ, η są bardziej skomplikowane i z tego powodu rzadziej w technice obliczeniowej brane pod uwagę. W niniejszej książce ograniczono się do rozpatrzenia aberracji tylko trzeciego rzędu, które dla małych wartości kątów połowych i aperturowych można uważać za główny przyrost aberracji promienia.

Z równań (2.69) wynika, że w celu skorygowania aberracji układu wystarczy przyrównać współczynniki $A-E$ do zera i wtedy niezależnie od położenia przedmiotu (niezależnie od y) i niezależnie od rozpatrywanego promienia (niezależnie od ζ i η) aberracja promienia (ściśle główny jej przyrost) będzie równa zeru.

W celu zbadania wpływu poszczególnych aberracji Seidela na obraz powstały w płaszczyźnie Gaussa zakładane będzie kolejno, że tylko jeden ze współczynników nie jest równy zeru. Wtedy dla danego położenia przedmiotu ($y = \text{const}$) zbiór promieni przechodzący przez powierzchnię źrenicy ($0 \leq \varrho \leq \varrho_{\max}; 0 \leq \Theta < 2\pi$) utworzy w płaszczyźnie obrazu plamkę rozproszenia (obraz aberracyjny) charakterystyczną dla każdego z wymienionych współczynników.

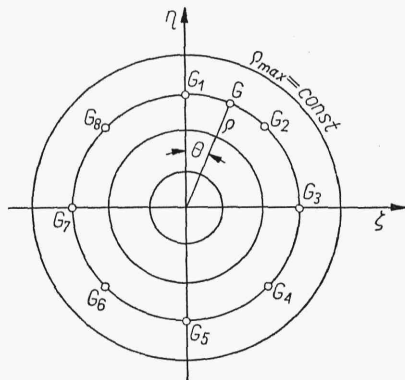
Aberracja sferyczna. $A \neq 0$

Wtedy

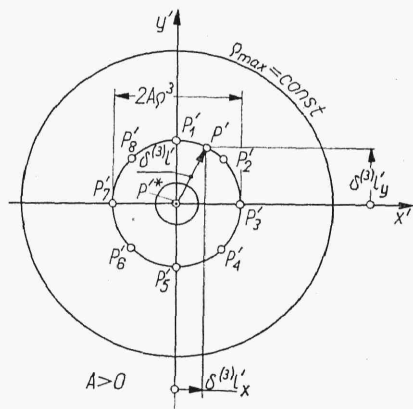
$$\delta^{(3)}l'_x = A\varrho^3 \sin \Theta \quad (2.70a)$$

$$\delta^{(3)}l'_y = A\varrho^3 \cos \Theta \quad (2.70b)$$

Aberracja ta nie zależy od odległości przedmiotu od osi, to znaczy jest stała w całej płaszczyźnie przedmiotu. Promienie przestrzeni przedmiotowej przechodzące przez zaznaczone punkty źrenicy wejściowej (rys. 2.56) przetną płaszczyznę obrazową w punktach wyznaczonych z równań (2.70) (rys. 2.57).



Rys. 2.56

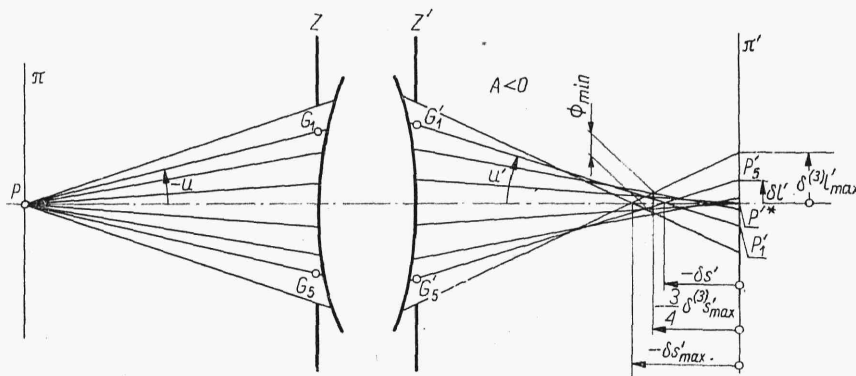


Rys. 2.57

Punktem G źrenicy wejściowej leżącym na kole $\rho = \text{const}$ odpowiadają punkty F' płaszczyzny Gaussa oznaczone tymi samymi indeksami cyfrowymi. Plamka aberracyjna ma kształt koła ze środkiem w obrazie odniesienia P'^* danym przez układ doskonały, ponieważ z (2.70) i (2.68)

$$\delta^{(3)}l' = A\rho^3 \quad (2.71)$$

i dla przestrzeni przyosiowej $\rho \rightarrow 0$ i $\delta l' \rightarrow 0$. Aberracja sferyczna trzeciego rzędu zależy od trzeciej potęgi promienia źrenicy wejściowej układu.



Rys. 2.58

Ponieważ aberracja sferyczna jest stała w całym polu, dlatego rysowana jest zwykle dla środka pola widzenia. Przebieg promieni w przekroju południkowym dla aberracji sferycznej pokazano na rys. 2.58. Odcinek $\delta l'$ aberracji promienia dla kąta aperturowego u nazywany jest rów-

niez aberracją sferyczną poprzeczną, natomiast $\delta s'$ — aberracją sferyczną podłużną dla wspomnianego kąta u , przy czym

$$\delta l' = \delta s' \operatorname{tg} u' \quad (2.72)$$

Wychodząc z równania (2.71) można wykazać, że najmniejsza plamka rozproszenia dla aberracji sferycznej trzeciego rzędu znajduje się na odległości $3/4 \delta^{(3)} s'_{max}$ od płaszczyzny Gaussa (rys. 2.58), gdzie $\delta^{(3)} s'_{max}$ jest podłużną aberracją sferyczną III rzędu wyznaczona dla $\varrho = \varrho_{max}$. Średnica najmniejszej plamki Φ_{min} wynosi $1/4$ średnicy plamki rozproszenia w płaszczyźnie Gaussa tzn.

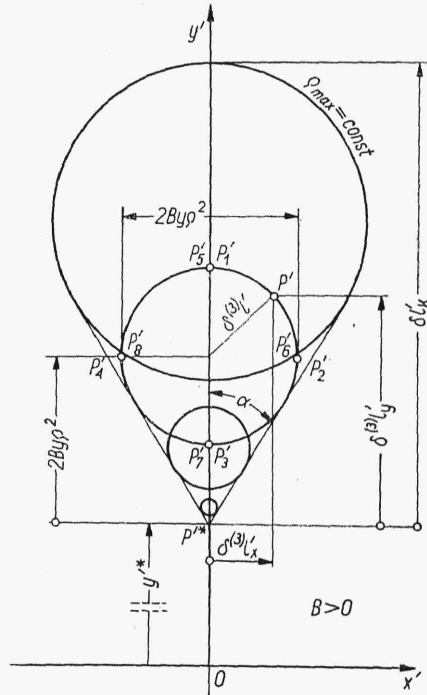
$$\Phi_{min} = \frac{1}{4} [2\delta^{(3)} l'_{max}]$$

Koma. $B \neq 0$

Zgodnie z równaniami (2.69a, b)

$$\delta^{(3)} l'_x = By\varrho^2 \sin 2\theta \quad (2.73a)$$

$$\delta^{(3)} l'_y = By\varrho^2 (2 + \cos 2\theta) \quad (2.73b)$$



Rys. 2.59

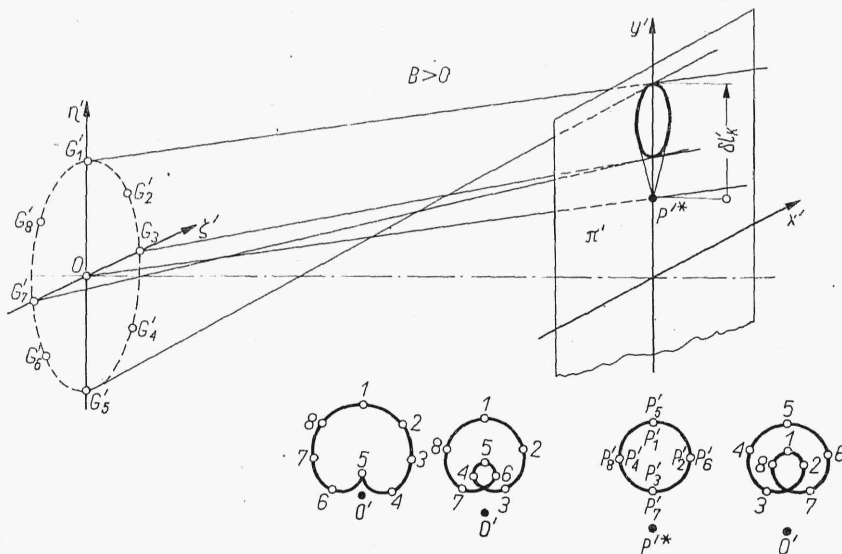
Aberracja ta zależy od pierwszej potęgi kąta polowego i drugiej potęgi promienia źrenicy wejściowej układu. Oznacza to, że istnieje ona tylko dla przedmiotów leżących poza osią układu. Dla danej odległości od osi przedmiotu y i dla $0 \leq \theta < 2\pi$, $\varrho = \text{const}$, zależności (2.73) przedstawiają równanie podwójnego koła o promieniu $By\varrho^2$, którego środek jest oddalony od obrazu przyosiowego o $2By\varrho^2$ (rys. 2.59). Zbiór kół dla $0 \leq \varrho \leq \varrho_{max}$

daje charakterystyczny obraz przecinka i stąd pochodzi nazwa tej aberracji. Podobnie jak dla aberracji sferycznej linie $\varrho = \text{const}$ i oznaczone punkty odpowiadają tym samym elementom źrenicy.

Z rys. 2.59

$$\sin \alpha = \frac{By \varrho^2}{2By \varrho^2} = \frac{1}{2} \quad \text{ i } \quad \alpha = 30^\circ$$

niezależnie od rozpatrywanej strefy źrenicy ϱ . Oznacza to, że wszystkie koła są styczne do dwóch linii wychodzących z obrazu przyosiowego P'^* i idących pod kątem 30° do osi y . Na rys. 2.60 pokazano przestrzennie



Rys. 2.60

bieg promieni charakterystycznych ze śladami w różnych płaszczyznach prostopadłych do osi. Odległość $\delta l'_k$ nazywa się *komą południkową*; jest ona miarą asymetryczności wiązki promieni przechodzącej w tej płaszczyźnie.

Astygmatyzm i krzywizna pola. $C \neq 0$; $D \neq 0$

Wtedy

$$\delta^{(3)} l'_x = Cy^2 \varrho \sin \Theta \quad (2.74a)$$

$$\delta^{(3)} l'_y = Dy^2 \varrho \cos \Theta \quad (2.74b)$$

Aberracje te zależą od drugiej potęgi kąta polowego i pierwszej potęgi promienia źrenicy wejściowej układu. W płaszczyźnie Gaussa śladem promieni jest elipsa (rys. 2.61).

W celu wyjaśnienia roli tych aberracji w kształtowaniu obrazu zostanie rozpatrzony najpierw przebieg promieni w płaszczyźnie południkowej (rys. 2.62), dla której $\Theta = 0$ i $\Theta = \pi$, skąd $\delta^{(3)} l'_x = 0$ i $\delta^{(3)} l'_y = Dy^2 \varrho$, przy czym dla wygody w miejscach $\Theta = \pi$ wprowadza się ujemne wartości ϱ . Dla danego punktu P przedmiotu promień polowy ($\varrho = 0$) ustala w płaszczyźnie Gaussa położenie obrazu doskonałego P'^* . Dowolny promień $PG_1G'_1P'_1$ z uwagi na składową aberracji $\delta^{(3)} l'_y$ przetnie promień polowy

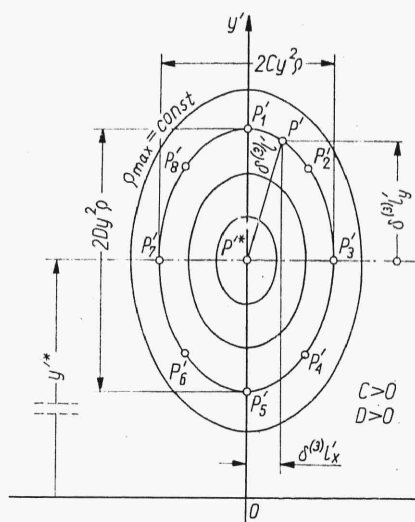
w punkcie P'_p . Z podobieństwa trójkątów $OG'_1P'_p$ i $P'_pP'^*P'_1$ można napisać

$$\frac{\varrho'}{Dy^2\varrho} = \frac{M+K_p}{K_p}$$

Ale ponieważ $\varrho' = \varrho\beta_z$ gdzie β_z jest powiększeniem poprzecznym w źrenicach (pomija się tu wpływ aberracji w źrenicach) wówczas

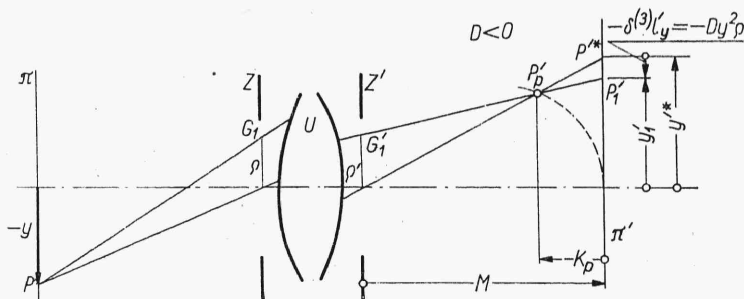
$$K_p = \frac{MDy^2}{\beta_z - Dy^2} \approx \frac{MDy^2}{\beta_z} \quad (2.75a)$$

gdyż zwykle $|Dy^2| \ll |\beta_z|$.



Rys. 2.61

Z wyrażenia (2.75a) wynika, że odległość K_p nie zależy od współrzędnej w źrenicy, a więc wszystkie promienie płaszczyzny południkowej przecinają się w punkcie P'_p .



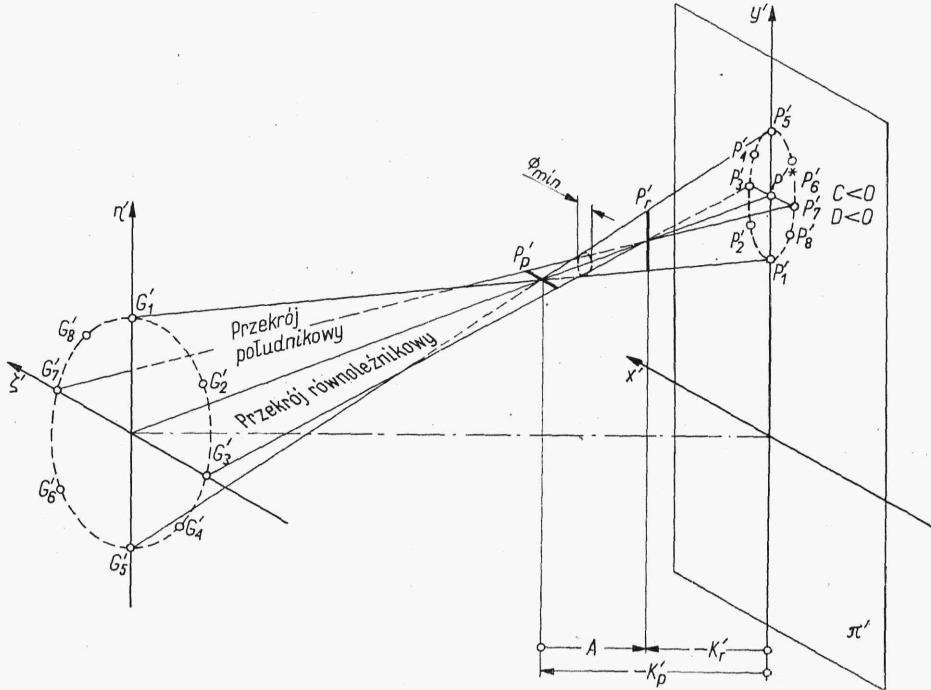
Rys. 2.62

W podobny sposób można rozpatrzyć zbiór promieni przechodzący przez punkty źrenicy o współrzędnych $\Theta = \pi/2$ i $\Theta = 3\pi/2$. Punkty te więc tworzą w źrenicy prostą przechodzącą przez jej środek i prostopadłą do przekroju południkowego. Mówi się wtedy, że rozważane promienie

leżą w przekroju równoleżnikowym. W taki sam sposób jak dla przekroju południkowego można udowodnić, że promienie te przecinają się również w jednym punkcie P_r' , którego odległość od płaszczyzny Gaussa

$$K_r = \frac{MCy^2}{\beta_z - Cy^2} \approx \frac{MCy^2}{\beta_z} \quad (2.75b)$$

Przebieg promieni jednocześnie w obydwu przekrojach pokazano na rys. 2.63. Zamiast punktów P_p' i P_r' otrzymuje się tu odcinki prostych nazywane ogniskami wiązki astygmatycznej; P_p' — ogniskiem południkowym, natomiast P_r' — ogniskiem równoleżnikowym. W płaszczyźnie



Rys. 2.63

Gaussa, jak wspomniano na początku, obrazem punktu jest plamka eliptyczna. Najmniejsza plamka rozproszenia powstaje w połowie odległości między ogniskami astygmatycznymi; ma ona wtedy kształt kołowy.

Jeżeli zostaną teraz rozpatrzone różne punkty płaszczyzny π przedmiotu (rys. 2.64), wówczas każdy z nich z reguły utworzy wiązkę astygmatyczną, przy czym odległości ognisk K_p i K_r od płaszczyzny Gaussa, jak wynika ze wzoru (2.75), będą się zmieniały wraz z kwadratem odległości y punktu od osi układu. W granicy dla środka pola ($y \rightarrow 0$) obydwa ogniska znajdą się w płaszczyźnie Gaussa. Zbiór astygmatycznych ognisk południkowych dla różnych kątów pola będzie leżał na pewnej powierzchni π_p' zwanej astygmatyczną powierzchnią południkową lub powierzchnią krzywizny południkowej, natomiast zbiór ognisk równoleżnikowych na astygmatycznej powierzchni równoleżnikowej π_r' zwanej również powierzchnią krzywizny równoleżnikowej.

Wielkość

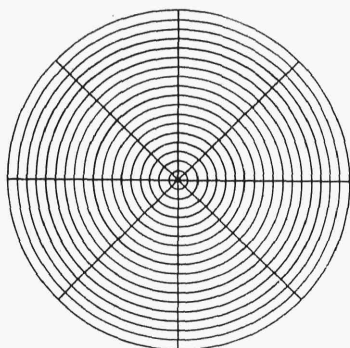
$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_r} - \frac{1}{R_p} \right) = \frac{C-D}{2} \quad (2.79)$$

nosi nazwę *astygmatyzmu* (odstępstwo od warunku stygmatyczności). Odległość A między ogniskami astygmatycznymi

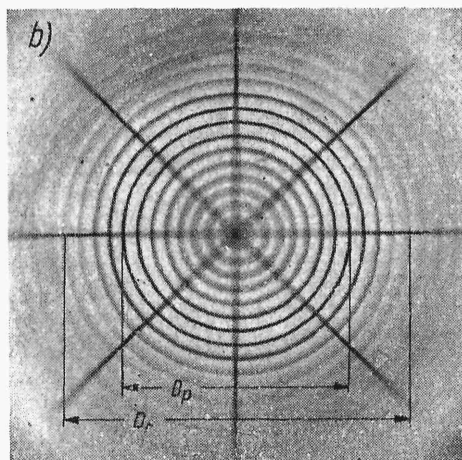
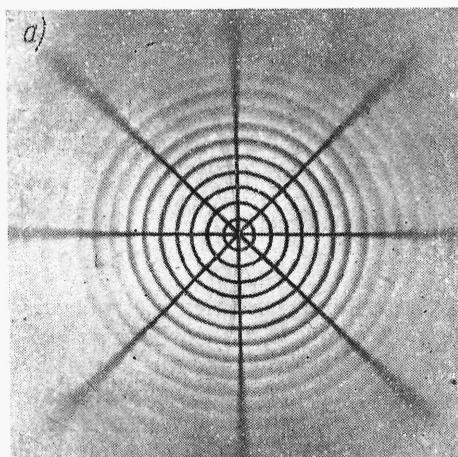
$$A = K_r - K_p \quad (2.80)$$

jest miarą astygmatyzmu.

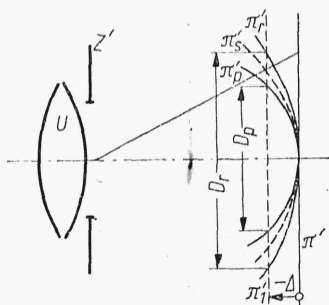
Jeżeli dany jest dowolny przedmiot, to nie zostanie on ostro odwzorowany, ani na powierzchni krzywizny południkowej, ani równoleżnikowej. Na pierwszej zbiorowi punktów przedmiotu odpowiada w przestrzeni obra-



Rys. 2.65



Rys. 2.67



Rys. 2.66

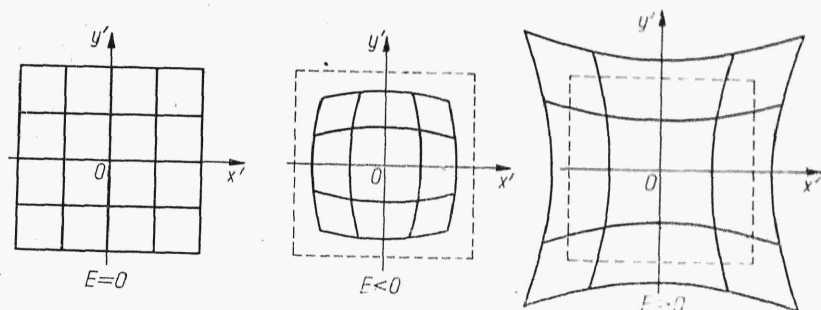
zowej zbiór odcinków leżących w płaszczyźnie równoleżnikowej, a więc ostro zostaną odwzorowane tylko elementy przedmiotu leżące w płaszczyźnie południkowej. Analogicznie na powierzchni krzywizny równoleżnikowej obserwować będzie można dokładnie elementy leżące w tej płaszczy-

źnie. Ilustruje to przykład odwzorowania przedmiotu kreskowego (rys. 2.65) przez układ o krzywiznach astygmatycznych podanych na rys. 2.66. Obrazy wspomnianego przedmiotu zarejestrowane na błonach fotograficznych umieszczonych w płaszczyznach π' (Gaussa) i π'_1 , odsuniętej o Δ od π' , pokazano na rys. 2.67a, b. W pierwszym przypadku ostre odwzorowanie zachowane jest tylko w pobliżu osi układu. W drugim przypadku należy wyróżnić dwa fragmenty obrazu. Pierwszy na kole o średnicy D_r , wynikający z przecięcia się płaszczyzny π'_1 z powierzchnią krzywizny równoleżnikowej π'_r , na której są dokładnie odwzorowane rozkłady intensywności tylko w przekroju równoleżnikowym i dlatego kreski leżące w przekroju południkowym są widoczne ostro. Drugi fragment obrazu na przecięciu płaszczyzny odbiornika z powierzchnią krzywizny południkowej π'_p (koło o średnicy D_p), gdzie ostro widać kreski znajdujące się w przekroju równoleżnikowym. Pozostałe fragmenty obrazu są mniej lub więcej ostre, zależnie od odległości płaszczyzny odbiornika branej po promieniu głównym od astygmatycznych powierzchni krzywizn. Miejscem ogólnie najlepszego odwzorowania jest powierzchnia średniej krzywizny pola (zaznaczone na rys. 2.66 linią przerywaną), dla której aberracyjna plamka rozproszenia ma kształt kołowy i elementy obrazu w obydwu przekrojach są jednakowo odwzorowane.

Dystorsja. $E \neq 0$

$$\delta^{(3)}l'_x = 0 \quad \delta^{(3)}l'_y = Ey^3 \quad (2.81ab)$$

Punkt przebicia promienia z płaszczyzną Gaussa nie zależy od jego położenia w źrenicy, a więc obraz w tej płaszczyźnie jest punktem przesuniętym w płaszczyźnie południkowej względem obrazu doskonałego. Przesunięcie zależy od trzeciej potęgi kąta połowego, oznacza to, że przedmiot w postaci linii prostej nie przechodzącej przez oś optyczną zostaje odwzorowany w przestrzeni obrazowej jako linia krzywa. Charakterystyczne obrazy przedmiotu w postaci siatki kwadratów z osią optyczną w ich środku dla różnych wartości E pokazano na rys. 2.68. Dla $E = 0$ układ jest wolny od dystorsji.



Rys. 2.68

Wynikiem tej aberracji jest zmiana powiększenia poprzecznego układu wraz ze zmianą kąta pola widzenia. Lepiej istotę tej aberracji oddaje jej inne określenie jako względna różnica powiększenia

$$Dyst = \frac{\beta_w - \beta}{\beta} = \frac{\beta_w}{\beta} - 1 \quad (2.82)$$

gdzie:

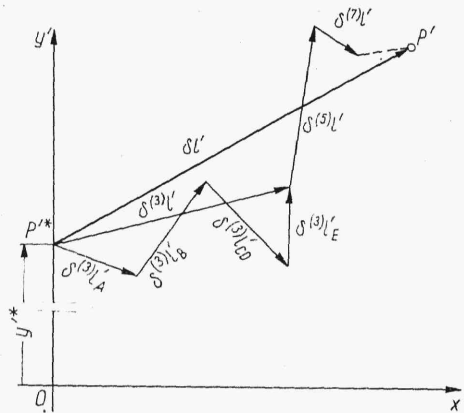
β_w — powiększenie dla danego kąta pola,

β — powiększenie dla przestrzeni przyosiowej.

Jeżeli przez y'^* będzie oznaczona odległość od osi obrazu dla przestrzeni przyosiowej, to po uwzględnieniu wyrażeń (2.81) i (2.82) wyrażenie na dystorsję przyjmie postać

$$Dyst = \frac{\frac{y'^* + Ey^3}{y}}{\frac{y'^*}{y}} - 1 = \frac{1}{\beta} Ey^2 \quad (2.83)$$

Podsumowując zagadnienie aberracji trzeciego rzędu należy podkreślić, że rozpatrywanie przypadków dla których tylko poszczególne współczynniki *Seidela* nie mają wartości zerowych jest analitycznym idealizowaniem problemu. Zwykle dla rzeczywistego układu wszystkie współczynniki nie są równe zero, z tym że jedne mogą być większe, inne mniejsze i kształt aberracyjnej plamki rozproszenia w płaszczyźnie *Gaussa* dla trzeciego rzędu może być bardzo złożony. Zresztą, jak już wspomniano, aberracje trzeciego rzędu dają tylko przybliżone wartości aberracji; zagadnienie to zilustrowano na rys. 2.69. P'^* jest obrazem odniesienia w pla-



Rys. 2.69

szczyźnie *Gaussa* wyznaczonym według praw układu doskonałego. Odcinek P'^*P' jest aberracją dla promienia przechodzącego przez ustalony punkt źrenicy wejściowej. Można go przedstawić jako geometryczną sumę aberracji trzeciego, piątego, siódmego itp. rzędu. Im są rozważane mniejsze kąty polowe i aperturowe, tym aberracja trzeciego rzędu lepiej przybliża wartość aberracji promienia. Dla dostatecznie dużych kątów aberracje wyższych rzędów mogą mieć jednak większy wpływ na określenie położenia punktu P' niż aberracja trzeciego rzędu. Aberracja trzeciego rzędu jest dzielona dodatkowo na odcinki mianowane na rysunku zgodnie z oznaczeniami aberracji *Seidela*. Celem tego ostatniego podziału jest umożliwienie zamierzonej korekcji układu w momencie, gdy kształt układu nie jest jeszcze znany. Ponieważ współczynniki aberracji *Seidela* zależą od parametrów układu, ogólnie rozwiązując układ pięciu równań powstałych z porównania poszczególnych współczynników do zera otrzymuje się $\delta^{(3)}l' = 0$, naturalnie w tym przypadku układ musi być odpowiednio złożony, aby była dostateczna liczba parametrów wpływających na zmiany poszczegól-

ných aberracji. Ale nie zawsze wszystkie współczynniki muszą być przyrównane do zera. Aberracja sferyczna, koma i astygmatyzm wskazują na odstępstwo od przekształcenia punktowego, natomiast krzywizna pola na zakrzywienie obrazu (deformacja płaszczyzny *Gaussa*), a dystorsja na zniekształcenie obrazu w płaszczyźnie *Gaussa*. Jeżeli deformacje te nie wpływają w istotny sposób na pracę określonego układu (np. przez odkształcenia płaszczyzny odbiornika istnieje możliwość dostosowania go do krzywizny obrazu) to wystarczy założyć $A = B = 0$ i $C = D$. Poza tym dla układów, które mają małe pole widzenia (y małe), a duże otwory względne (ϱ duże) nie potrzeba zwracać uwagi na korekcję astygmatyzmu, krzywizny pola, czy dystorsji, gdyż zgodnie z wyrażeniem (2.69) mają one mały wpływ na aberracje układu i wystarczy wtedy założyć $A = B = 0$. Odwrotna sytuacja jest również możliwa, kiedy musi być np. usunięta dystorsja (w przyrządach pomiarowych) lub kiedy trzeba korygować aberracje polowe, a nie zwracać uwagi na aberrację sferyczną i komę (w przyrządach o dużych kątach pola i małych otworach). Sposób korekcji zależy od konstrukcji układu i jego przeznaczenia.

Aby rozwiązać równania korekcyjne należy wiedzieć, w jaki sposób współczynniki aberracji A, B, C, D i E zależą od parametrów układu, a więc od położenia płaszczyzny przedmiotu, źrenicy, kształtu soczewek i materiału, z którego są zbudowane. Współczynniki te nie zależą od rozpatrywanego punktu w polu widzenia y oraz od współrzędnych promienia w płaszczyźnie źrenicy ζ, η .

Jako przykład przytoczona zostanie tu zależność dla współczynnika aberracji sferycznej dla układu złożonego z p sferycznych powierzchni załamujących

$$A = -\frac{1}{2} \left(\frac{h_1}{\varrho} \right)^3 \frac{s_1 \beta}{n_1} \sum_{i=1}^p \left(\frac{h_i}{h_1} \right)^4 Q_{si} \left(\frac{1}{n'_i s'_i} - \frac{1}{n_i s_i} \right) \quad (2.83)$$

gdzie:

- h_i — wysokość padania promienia aperturowego na powierzchnię i ,
- Q_{si} — niezmiennik *Abbego* dla promienia aperturowego,
- s_i i s'_i — odległości płaszczyzny przedmiotu i obrazu od powierzchni i ;
- n_i i n'_i — współczynniki załamania przed i za powierzchnią i ,
- β — powiększenie poprzeczne między płaszczyzną przedmiotu i obrazu całego układu.

Jeżeli źrenica wejściowa leży w płaszczyźnie pierwszej powierzchni łamiącej, wówczas $h_1 = \varrho$. Ponadto dla przedmiotu nieskończonego odległego można wykazać, że

$$\left(\frac{s_1 \beta}{n_1} \right)_{s_1=\infty} = \frac{f'}{n_p}$$

Parametry, za pomocą których wyrażony jest współczynnik A , odnoszą się do przestrzeni przysiołowej układu.

Oznaczając

$$A_{ri} = \left(\frac{h_i}{h_1} \right)^4 Q_{si} \left(\frac{1}{n'_i s'_i} - \frac{1}{n_i s_i} \right) \quad (2.84a)$$

oraz

$$A_u = \sum_{i=1}^p A_{ri} \quad (2.84b)$$

otrzymuje się

$$A = -\frac{1}{2} \left(\frac{h_1}{\varrho} \right)^3 \frac{s_1 \beta}{n_1} A_u \quad (2.85)$$

A_u — nosi nazwę *współczynnika aberracji sferycznej układu*, zaś A_{ri} — *współczynnika powierzchniowej aberracji sferycznej*.

Ze wzorów (2.84) wynika, że można obliczyć współczynnik aberracji wnoszony przez każdą powierzchnię i wówczas współczynnik aberracji dla całego układu będzie sumą współczynników dla poszczególnych powierzchni.

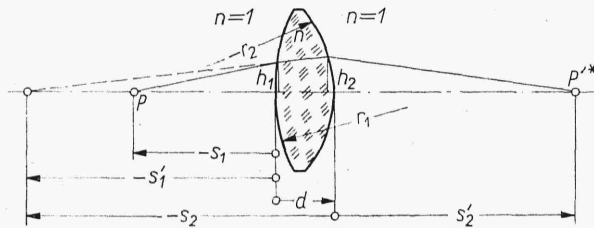
Tę cenną własność addytywności powierzchniowej mają również i pozostałe współczynniki aberracji trzeciego rzędu.

Rozpatrując aberrację sferyczną dla prostego przypadku pojedynczej soczewki znajdującej się w jednorodnym ośrodku o współczynniku załamania $n = 1$ (rys. 2.70) (na rysunku zaznaczono przykładowy przebieg promienia aperturowego) i pomijając wpływ jej grubości ($d = 0$) można napisać $n_1 = n'_2 = 1$; $n'_1 = n_2 = n$; $h_1 = h_2 = h$; $s'_1 = s_2$ i ponadto z (2.30)

$$Q_{s1} = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{s_1}; \quad Q_{s2} = n \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{s_2} \right).$$

Dla całej soczewki $\frac{1}{f} = D = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right); \quad \frac{1}{s'_2} - \frac{1}{s_1} = D$

Dla pierwszej powierzchni $\frac{n}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{n-1}{r_1}$



Rys. 2.70

Po odpowiedniej eliminacji zmiennych i uporządkowaniu, zgodnie z wyrażeniem (2.84)

$$\begin{aligned} A_s = A_{r1} + A_{r2} = & \left(\frac{n}{n-1} \right)^2 D^3 + \frac{3n+1}{n-1} D^2 \frac{1}{s_1} + \\ & + \frac{3n+2}{n} D \left(\frac{1}{s_1} \right)^2 - \frac{1}{r_1} \left[\frac{2n+1}{n-1} D^2 + \frac{4(n+1)}{n} D \frac{1}{s_1} \right] + \left(\frac{1}{r_1} \right)^2 \frac{n+2}{n} D \end{aligned} \quad (2.86)$$

Uwzględniając (2.85) i (2.71) będzie

$$\delta^{(3)}l'_s = -\frac{1}{2} (h_1)^3 s_1 \beta A_s \quad (2.87)$$

Zależności (2.86) i (2.87) łącznie opisują poprzeczną aberrację sferyczną trzeciego rzędu pojedynczej soczewki cienkiej ($d = 0$) o mocy D i pracu-

jącej przy powiększeniu poprzecznym β . Pozostałe parametry podano na rys. 2.70.

Łatwo się przekonać, że równanie (2.86) poza przypadkami soczewek aplanatycznych nie ma miejsc zerowych. Oznacza to, że dla pojedynczej soczewki przenoszącej obraz przedmiotu rzeczywistego do przestrzeni obrazowej rzeczywistej (pracującej jak obiektyw fotograficzny) nie można skorygować aberracji sferycznej całkowicie, można wtedy mówić tylko o wyznaczaniu najmniejszej jej wartości. Dla przedmiotu znajdującego się w nieskończoności ($1/s_1 = 0$) warunek ekstremum będzie spełniony, jeżeli

$$\frac{\partial (A_s)}{\partial \left(\frac{1}{r_1}\right)} = -\frac{2n+1}{n-1} D^2 + 2\left(\frac{1}{r_1}\right) \frac{n+2}{n} D = 0$$

stąd

$$\frac{1}{r_1} = \frac{n(2n+1)}{2(n+2)(n-1)} D \quad \text{ale} \quad \frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_1} - \frac{D}{n-1}$$

i warunek minimum aberracji sferycznej dla pojedynczych soczewek cienkich i przedmiotu znajdującego się w nieskończoności przyjmie postać

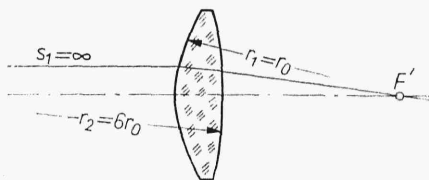
$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{n(2n+1)}{2n^2 - n - 4}$$

Przykładowe wartości dla różnych współczynników załamania podano w tabl. 2.3.

Tablica 2.3. Wartości stosunku promieni krzywizn r_2/r_1 soczewki cienkiej w zależności od współczynnika załamania przy minimalnej aberracji sferycznej (przedmiot w nieskończoności)

n	1,5	1,6	1,68
$\frac{r_2}{r_1}$	-6	-14	∞

Zależności te są słuszne dla aberracji trzeciego rzędu i soczewki cienkiej. Dla soczewki grubej ($d \neq 0$) i o mocy $D > 0$, ponieważ $h_2 < h_1$, zmniejsza się wpływ powierzchni drugiej i promień r_2 przy ujemnych jego



Rys. 2.71

wartościach, a więc dla przedziału współczynników załamania przytoczonych w tablicy, może mieć nieco większą krzywiznę. Na rys. 2.71 narysowana jest soczewka o najmniejszej aberracji sferycznej trzeciego rzędu dla $n = 1,5$.