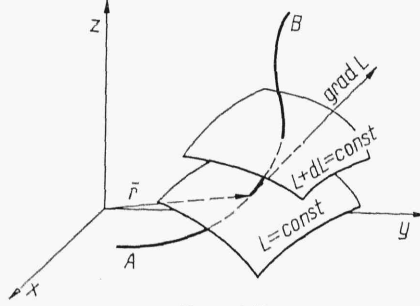


### 1.4.3. Równanie promienia

Niech będą dwie powierzchnie falowe  $L = \text{const}$  i  $L + dL = \text{const}$ . (rys. 1.7) oraz promień świetlny  $AB$  ortogonalny do nich. Niech przez  $\vec{r}$  oznaczony będzie promień-wektor bieżącego punktu promienia świetlnego, a przez  $s$  — długość łuku promienia.



Rys. 1.7

Ponieważ w każdym punkcie  $\text{grad } L$  pokrywa się z kierunkiem promienia, wektor promienia świetlnego  $\vec{s}^0$  spełnia równanie

$$\text{grad } L = a \cdot \vec{s}^0$$

gdzie  $a$  — stała.

Podnosząc to wyrażenie stronami do kwadratu, ponieważ  $(\vec{s}^0)^2 = 1$ , z równania eikonu będzie  $a = n$ , a więc

$$\text{grad } L = n \cdot \vec{s}^0 \quad (1.34)$$

Biorąc pochodną kierunkową obu stron równania względem  $s$  można napisać

$$\frac{d(n \cdot \vec{s}^0)}{ds} = \frac{d(\text{grad } L)}{ds} = \frac{d}{ds} \left( \frac{\partial L}{\partial x} \right) \vec{i} + \frac{d}{ds} \left( \frac{\partial L}{\partial y} \right) \vec{j} + \frac{d}{ds} \left( \frac{\partial L}{\partial z} \right) \vec{k}$$

Z własności pochodnej kierunkowej oraz z równań (1.34) i (1.33b) dla pierwszego składnika będzie

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left( \frac{\partial L}{\partial x} \right) &= \vec{s}^0 \cdot \text{grad} \left( \frac{\partial L}{\partial x} \right) = \frac{1}{n} \text{grad } L \cdot \text{grad} \left( \frac{\partial L}{\partial x} \right) = \\ &= \frac{1}{n} \left( \frac{\partial L}{\partial x} \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + \frac{\partial L}{\partial y} \frac{\partial^2 L}{\partial y \partial x} + \frac{\partial L}{\partial z} \frac{\partial^2 L}{\partial z \partial x} \right) = \\ &= \frac{1}{2n} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\partial L}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial L}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial L}{\partial z} \right)^2 \right] = \frac{1}{2n} \frac{\partial}{\partial x} (n^2) = \frac{\partial n}{\partial x} \end{aligned}$$

Analogicznie

$$\frac{d}{ds} \left( \frac{\partial L}{\partial y} \right) = \frac{\partial n}{\partial y} \quad \text{oraz} \quad \frac{d}{ds} \left( \frac{\partial L}{\partial z} \right) = \frac{\partial n}{\partial z}$$

i ostatecznie ponieważ  $\vec{s}^0 = \frac{d\vec{r}}{ds}$  równaniem różniczkowym promienia będzie

$$\boxed{\frac{d \left( n \cdot \frac{d\vec{r}}{ds} \right)}{ds} = \text{grad } n} \quad (1.35)$$