

gdzie $w'_x, w'_y, u'_\zeta, u'_\eta$ odpowiednie kąty zaznaczone na rys. 3.37. Podstawiając zależności (3.80) i (3.81) do (3.79) otrzymuje się

$$T_{P'} = \frac{\exp \left[i \left(\Phi - \frac{\pi}{2} + k r_0 \right) \right]}{\lambda} \int_{\Sigma} \int \frac{V_{0\Sigma}(\eta', \zeta')}{r} \exp(i k \Delta) \exp[-i k (w'_x \zeta' + w'_y \eta')] dS \quad (3.82)$$

Wygodnie jest zmienić obszar całkowania na czoło fali odniesienia Σ_0 . Pomijając zmianę amplitudy fali na odległości Δ , to znaczy przyjmując $V_{0\Sigma}/r = V_0/r_0$ gdzie V_0 amplituda na powierzchni falowej odniesienia Σ_0 , i wprowadzając oznaczenia

$$V_0(\zeta', \eta') \exp[i k \Delta(\zeta', \eta')] = V(\zeta', \eta') \quad (3.83a)$$

$$\frac{\exp \left[i \left(\Phi - \frac{\pi}{2} + k r_0 \right) \right]}{\lambda r_0} = A \quad (3.83b)$$

gdzie A jest stałą niezależną od współrzędnych źrenicy i płaszczyzny obrazu ostatecznie pozostanie

$$T(w'_x, w'_y) = A \int_{\Sigma_0} \int V(\zeta', \eta') \exp[-i k (w'_x \zeta' + w'_y \eta')] d\zeta' d\eta' \quad (3.84)$$

Z wyrażenia (3.84) dla przedmiotu w postaci punktu można znaleźć rozkład amplitud i faz T w płaszczyźnie obrazu, jeżeli znana jest funkcja V w źrenicy, nazywana dalej *funkcją amplitudowo-fazową źrenicy*. Funkcja V zgodnie z zależnością (3.83) tylko dla układu bezaberracyjnego ($\Delta = 0$) jest funkcją rzeczywistą. Ponadto, jeżeli intensywność źródła światła nie zależy od kierunku promieniowania i współczynnik przepuszczania układu jest stały w źrenicy, to $|V| = V_0$ jest w niej stałe.

Poza źrenicą $V(\zeta', \eta') = 0$ i całkowanie formalnie można przeprowadzić po całej płaszczyźnie ζ', η' i wtedy zgodnie z rozważaniami rozdz. 8 można powiedzieć, że rozkład amplitud i faz w obrazie punktu jest przekształceniem Fouriera funkcji źrenicy

$$\boxed{T(w'_x, w'_y) = A F[V(\zeta', \eta')]} \quad (3.85)$$

Stwierdzenie tego faktu upraszcza rozważania, ponieważ znając transformaty typowych funkcji, w tym przypadku funkcji V , opisujących rozkład amplitud i faz w źrenicy, można natychmiast znaleźć rozkład T amplitud i faz w płaszczyźnie obrazu i w konsekwencji również rozkład intensywności D zwany krótko *plamką dyfrakcyjną*

$$\boxed{D(w'_x, w'_y) = T T^*} \quad (3.86)$$

3.3.2. Obraz dyfrakcyjny punktu dla układu bezaberracyjnego

Niech najpierw źrenica będzie w kształcie prostokąta (rys. 3.38) ze stałą w niej amplitudą tzn.

$$\begin{aligned} V_0(\zeta', \eta') &= V(0, 0) & \text{dla } |\zeta'| < \zeta'_0 \text{ i } |\eta'| < \eta'_0 \\ V_0(\zeta', \eta') &= 0 & \text{poza tym obszarem} \end{aligned}$$

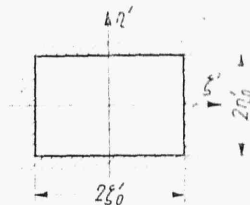
Zgodnie z wyrażeniami (8.18) i (3.84)

$$T(w'_x, w'_y) = 4A\zeta'_0 \eta'_0 V(0, 0) \operatorname{sinc}(kw'_x \zeta'_0) \operatorname{sinc}(kw'_y \eta'_0)$$

a intensywność

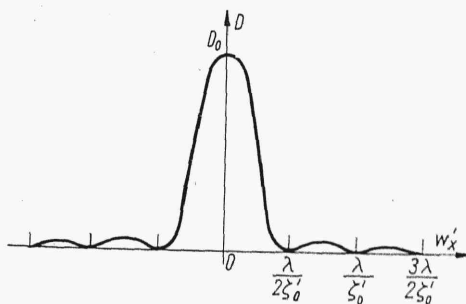
$$D(w'_x, w'_y) = D_0 \operatorname{sinc}^2(kw'_x \zeta'_0) \operatorname{sinc}^2(kw'_y \eta'_0) \quad (3.87)$$

gdzie $D_0 = \frac{16\zeta'^2_0 \eta'^2_0}{\lambda^2 r_0^2} V^2$ jest intensywnością w punkcie P'^* .

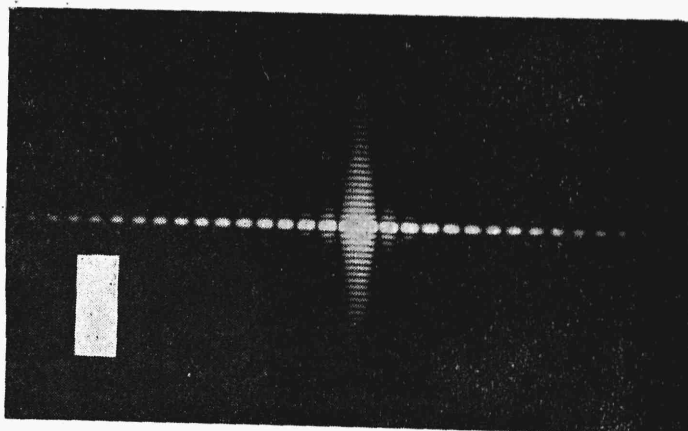


Rys. 3.38

Rozkład intensywności dla jednej z osi zgodnie z danymi tabl. 8.1 podany jest na rys. 3.39, a fotografia plamki dyfrakcyjnej i odpowiednio dla niej zorientowany kształt źrenicy na rys. 3.40. Im mniejsza szerokość źrenicy układu, tym bardziej w tym kierunku rozpostarta jest plamka dyfrakcyjna.



Rys. 3.39



Rys. 3.40

Dla źrenicy o kształcie kołowym (rys. 3.41) o stałej w niej amplitudzie, kiedy

$$\begin{aligned} V_0(\varrho') &= V(0) & \text{dla } \varrho' < \varrho'_0 \\ V_0(\varrho') &= 0 & \text{dla } \varrho' > \varrho'_0 \end{aligned}$$

i wtedy zgodnie z zależnością (8.20)

$$T'(w') = A \pi \varrho_0'^2 V \frac{2J_1(Z)}{Z}$$

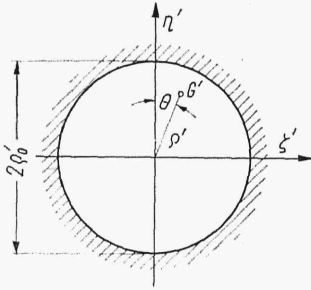
a intensywność

$$D(w') = D_0 \left[\frac{2J_1(Z)}{Z} \right]^2 \quad (3.88)$$

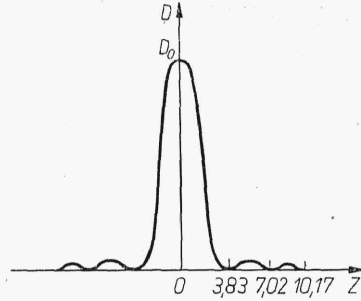
gdzie $D_0 = \frac{(\pi \varrho_0'^2)^2}{\lambda^2 r_0^2} V^2$ — intensywność w punkcie P^* .

$$Z = k \varrho_0' w' \quad (3.89)$$

a J_1 — funkcja Bessela pierwszego rzędu.



Rys. 3.41

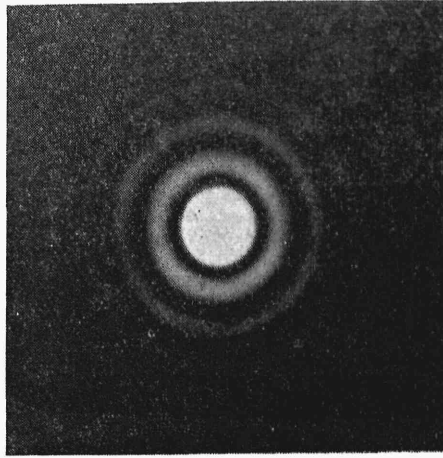


Rys. 3.42

Zależność (3.88) po raz pierwszy wyprowadził *Airy* i plamka dyfrakcyjna dla układu bezaberracyjnego ze źrenicą kołową nazywana jest również *plamką Airy*. Ma ona obrotową oś symetrii i rozkład intensywności w jej przekroju głównym, zgodnie z danymi tabl. 8.2, pokazany jest na rys. 3.42. Fotografia plamki zamieszczona jest na rys. 3.43.

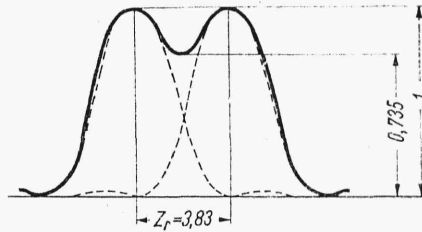
A więc obrazem punktu nawet dla układu bezaberracyjnego nie jest punkt, a pewna plamka, której kształt zależy od kształtu źrenicy i rozkładu w niej amplitud. Obszar plamki określony dla znaczących wartości intensywności rośnie wraz ze zmniejszeniem się wymiarów źrenicy.

Jeżeli w przestrzeni przedmiotowej w tej samej płaszczyźnie prostopadłej do osi znajdują się dwa punktowe źródła świecące światłem wzajemnie niekoherentnym, wówczas obrazami tych źródeł będą dwie plamki *Airy*, a rozkładem intensywności w płaszczyźnie obrazu suma intensywności tych plamek. Dla dostatecznie małych odległości między punktami z uwagi na kształt plamek dyfrakcyjnych w płaszczyźnie obrazu obydwa punkty przestaną być rozróżniane jako oddzielne. Eksperymentalnie stwierdzono, że przy obserwacji wizualnej dwóch punktów jednakowej intensywności granicznym warunkiem rozróżniania ich obrazów jest w przybliżeniu (p. 3.3.5) pokrycie maksimum głównego plamki jednego



Rys. 3.43

z punktów z pierwszym minimum drugiego punktu (rys. 3.44). Sumaryczny rozkład intensywności zaznaczono linią ciągłą. Minimalna intensywność między punktami wynosi wtedy 0,735 głównych maksimów. Kąt w'_r , pod



Rys. 3.44

jakim widać obrazy dwóch punktów ze źrenicy wyjściowej, w granicznym przypadku wynika z równania

$$Z_r = \frac{2\pi}{\lambda} \varrho'_0 w'_r = 3,83$$

a więc

$$w'_r = \frac{1,22 \lambda}{\Phi_{z'}} \quad (3.90a)$$

gdzie $\Phi_{z'} = 2\varrho'_0$ — średnica źrenicy wyjściowej.

Z warunku *Lagrange'a-Helmholtza* dla układu znajdującego się w jednym ośrodku będzie $w_r \Phi_{z'} = w_r \Phi_z$, gdzie: w_r — kąt pod jakim widać punkty (przedmioty) ze źrenicy wejściowej, Φ_z — średnica źrenicy wejściowej i wtedy

$$w_r = \frac{1,22 \lambda}{\Phi_z} \quad (3.90b)$$

Dla $\lambda = 0,6 \cdot 10^{-3}$ mm, jeżeli mają być rozróżnione dwa punkty znajdujące się na odległości kątowej $w_r = 1'' = 4,85 \cdot 10^{-6}$ rd mierzonej ze środka źrenicy wejściowej, wówczas średnica źrenicy wejściowej układu nie może być mniejsza niż 151 mm.