

Rozdział 2

OPTYKA GEOMETRYCZNA

2.1. Układ optyczny

2.1.1. Wstęp

W rozdziale poprzednim zdefiniowano zasadnicze pojęcia optyki geometrycznej, takie jak promień świetlny, współczynnik załamania, wyprowadzono podstawowe prawa odbicia i załamania oraz udowodniono dwa twierdzenia (*Malusa* i *Fermata*), umożliwiające wysnucie ogólnych wniosków co do sposobu przekształcenia zbioru promieni świetlnych jednego ośrodka w zbiór promieni drugiego. Fakty te wystarczają do opisania z dokładnością optyki geometrycznej własności układów optycznych, mających za zadanie przekształcenie jednej przestrzeni, zwanej *przestrzenią przedmiotową*, będącej ogólnie zbiorem źródeł światła, w drugą przestrzeń, zwaną *przestrzenią obrazową*, będącą zbiorem obrazów tych źródeł.

Pod pojęciem *układu optycznego* rozumie się obszar o pewnym rozkładzie współczynnika załamania $n = n(x, y, z)$. Może to być zbiór powierzchni o skokowej zmianie współczynnika, ograniczony obszar o ciągłej jego zmianie, lub dowolna kombinacja wspomnianych poprzednio elementów. W niniejszej książce omówiono tylko układy pierwszego rodzaju, gdyż trudności techniczne rzadko pozwalają na realizację układów o ciągłej zmianie własności ośrodka. Z tego samego powodu ograniczono się do opisanie układów z obrotową osią symetrii.

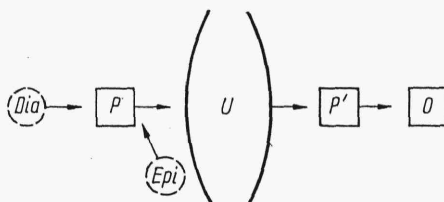
Promienie świetlne, które w ośrodkach jednorodnych są liniami prostymi, wychodząc z punktowych źródeł światła po przejściu przez układ optyczny powinny zostać z powrotem skupione w punkty (poza układem optycznym). Nowy zbiór punktów nazywa się *obrazem*, przy czym rozmieszczenie tych punktów i energia w nich zawarta będzie z reguły inna, niż w przestrzeni przedmiotowej. Układ optyczny dokonuje więc przekształcenia energetyczno-geometrycznego.

Celem przekształcenia jest otrzymanie zmienionej postaci przedmiotu w sposób najodpowiedniejszy do wyodrębnienia pewnej jego cechy. Przykładem przekształcenia geometrycznego jest projekcja filmowa. Przestrzeń przedmiotowa ogranicza się tu tylko do płaszczyzny klatki filmowej, natomiast przestrzeń obrazowa do powierzchni ekranu.

W przypadku aparatu fotograficznego przestrzeń przedmiotowa trójwymiarowa leżąca przed obiektywem zostaje przekształcona na płaszczy-

znę emulsji światłoczułej. Przykładem celowego przekształcenia energetycznego mogą być reflektory, których głównym zadaniem jest skupienie możliwie największej ilości energii wychodzącej ze źródła światła na przedmiocie oświetlanym.

Ogólny schemat przekształcenia przestrzeni przedmiotowej w obrazową dawanego przez układ optyczny pokazano na rys. 2.1. P jest przedmiotem (zbiorem źródeł światła) przekształcanym przez układ optyczny U na obraz P' , który z kolei jest rejestrowany przez odbiornik O , przy czym zarówno przedmiot, jak i odbiornik zawsze są elementami realnie istniejącymi. Jest to oczywiste we wspomnianych przypadkach projektora filmowego, czy aparatu fotograficznego. Dla przyrządów optycznych wizualnych, gdzie odbiornikiem jest siatkówka oka połączona na stałe z soczewką oczną i rogówką, przez układ optyczny należy rozumieć układ optyczny przyrządu z układem optycznym oka. Przestrzeń znajdująca się przed przyrządem wizualnym zostaje odwzorowana na siatkówce oka.



Rys. 2.1

Przedmiot może być *elementem świecącym* np. wtedy, gdy wykonywana jest fotografia gwiazd lub *oświetlanym*. W drugim przypadku zależnie od rodzaju przedmiotu trzeba go bądź prześwietlić i należy wtedy zastosować *oświetlacz diaskopowy* (przykład projekcji filmowej) lub wykorzystać do tworzenia obrazu promienie odbite od przedmiotu, przy czym mówi się wtedy o oświetleniu episkopowym (przykładem może być fotografowanie przy oświetleniu słonecznym). Te dwa rodzaje oświetlaczy zaznaczono schematycznie na rys. 2.1.

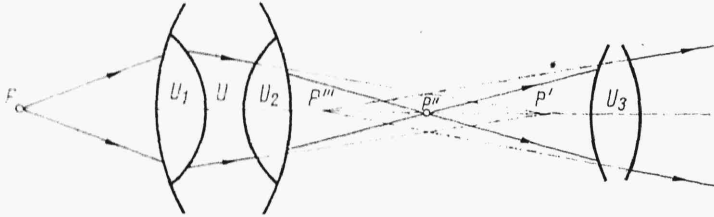
Z praktycznego punktu widzenia jednak takie kompleksowe ujmowanie zagadnienia jest niewygodne. Najlepiej jest podzielić układ optyczny na pewne elementy, których własności będą jednakowe dla szeregu układów lub transformacji i kontynuować rozważania zgodnie ze szczególnymi dla nich prawami, które w tych przypadkach będą o wiele prostsze. Tak na przykład dzielony jest mikroskop, czy luneta na obiektyw i okular, a sam okular i obiektyw składają się jeszcze z kilku soczewek. Podobnie oddzielany jest układ optyczny oka od układu optycznego przyrządu wizualnego.

Jeżeli rozpatrywana jest tylko część układu, wtedy obrazy i przedmioty nie muszą już być elementami realnie istniejącymi.

Dla przykładu niech będzie punkt świecący P (rys. 2.2) i jego obraz P'' dawany przez układ optyczny U złożony z dwóch elementów U_1 i U_2 . Bieg promieni w układzie zaznaczono linią ciągłą. Gdyby nie było elementu U_2 obraz utworzony tylko przez element U_1 powstałby w punkcie P' . W obydwóch przypadkach przedmiot P i jego obrazy P' i P'' są utworzone przez przecięcie się promieni. Rozpatrując teraz tylko przekształcenie w elemencie U_2 , przedmiotem dla niego jest punkt P' utworzony z przecięcia

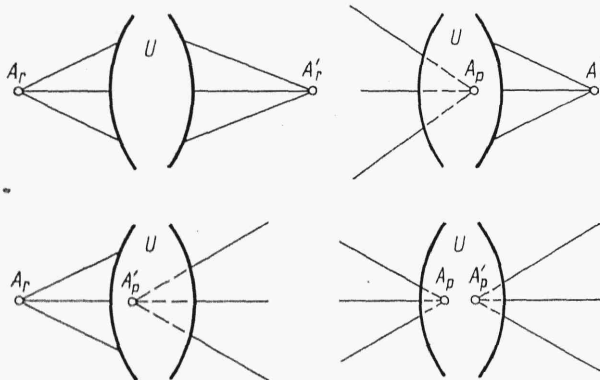
się przedłużeń promieni. Podobnie powstaje obraz P''' przedmiotu P'' dany przez dodatkowy układ U_3 .

Przedmioty i obrazy dla danego elementu utworzone przez przecięcie się promieni nazywane są *przedmiotami i obrazami rzeczywistymi*, natomiast utworzone przez przecięcie się przedłużeń promieni — *przedmiotami i obrazami pozornymi*.



Rys. 2.2

Na rys. 2.3 pokazano cztery możliwe przypadki położenia przedmiotu i obrazu względem układu optycznego; indeks r oznacza przedmiot lub obraz rzeczywisty, natomiast p — przedmiot lub obraz pozorny.



Rys. 2.3

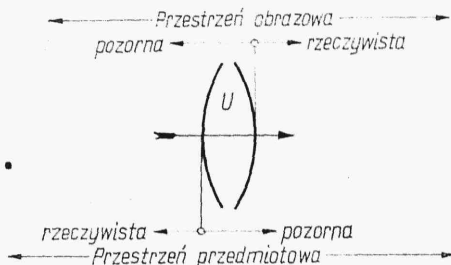
Na rys. 2.2 P i P' są przedmiotem i obrazem rzeczywistym dla układu U_1 , natomiast P' jest przedmiotem pozornym dla układu U_2 .

Zbiór przedmiotów rzeczywistych leży w *przestrzeni przedmiotowej rzeczywistej*, natomiast zbiór przedmiotów pozornych — w *przestrzeni przedmiotowej pozornej*. Podobnie *przestrzeń obrazową* można podzielić na *rzeczywistą* i *pozorną*.

Pełny podział przestrzeni dla jednego układu pokazano na rys. 2.4, przy czym założono, że promienie rozchodzą się zgodnie z kierunkiem oznaczonym strzałką. Obie przestrzenie na rysunku przenikają się, lecz poza układem optycznym nie mają one nic ze sobą wspólnego.

Aby opisać przekształcenia przez układ optyczny nie wystarcza znajomość położenia punktu na rysunku. Trzeba ponadto wiedzieć, czy punkt ten znajduje się w przestrzeni przedmiotowej, czy obrazowej, gdyż inne reguły przekształceń obowiązują przy przejściu od przestrzeni przedmiotowej do obrazowej, a inne od obrazowej do przedmiotowej. Elementy przestrzeni obrazowej, będące przekształceniem pewnych elementów

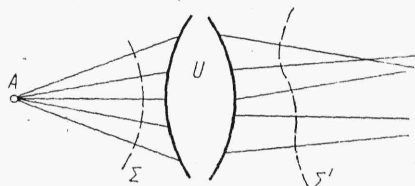
(np. A) przestrzeni przedmiotowej, oznacza się tą samą literą z dodaniem znaczka (prim) np. A' . Elementy A i A' są nazywane *elementami sprzężonymi*.



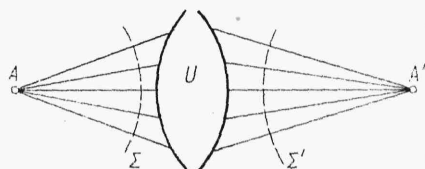
Rys. 2.4

2.1.2. Warunek stygmatyzmu

W rozważaniach p. 2.1.1 założono a priori, że punkty przestrzeni przedmiotowej są jednoznacznie odwzorowane w postaci punktów w przestrzeni obrazowej. Jeżeli natomiast zostanie wzięty pod uwagę dowolny układ optyczny U (rys. 2.5) i jego punkt przedmiotowy A , to pęk promieni wychodzący z tego punktu z geometrycznym czołem fali Σ (sferycznym) zostanie przekształcony na wiązkę promieni z czołem fali Σ' , którego kształt będzie zależał od parametrów układu U . Każdemu promieniowi wychodzącemu z punktu A odpowiada promień w przestrzeni obrazowej, jednak



Rys. 2.5



Rys. 2.6

zbiór tych promieni nie musi przecinać się w jednym punkcie. Aby warunek ten mógł być spełniony, czoło geometryczne fali załamanej musi być sferyczne (rys. 2.6). Warunek ten nazywa się *warunkiem stygmatyzmu*. Mówi się wtedy, że punkt A jest stygmatycznie odwzorowany przez układ U , lub że układ U jest stygmatyczny dla punktu A .

Zgodnie z twierdzeniem *Malusa* drogi optyczne między dwoma dowolnymi czołami fal są jednakowe. A więc układ U jest stygmatyczny dla punktów AA' , jeżeli droga optyczna między tymi punktami jest stała i niezależna od wybranego promienia. Jeżeli układ będzie stygmatyczny dla pewnego obszaru, to zbiór punktów leżący w tym obszarze zostanie przez układ optyczny przekształcony na nowy zbiór punktów.

Jeżeli natomiast dla dowolnego punktu A nie jest spełniony warunek stygmatyzmu, to zamiast obrazu punktowego A' powstanie większa lub mniejsza plamka zależnie od tego, jak duże będzie odstępstwo od wymaganego warunku. Dla dostatecznie małych plamek, to znaczy dla dostatecznie małych odchyłek od warunku stygmatyzmu, mimo, że obraz ściśle biorąc nie będzie punktowy, praktycznie, z uwagi na ograniczoną zdolność

rozdzielania szczegółów przez odbiornik, można uważać takie przekształcenie za punktowe. Dzięki temu niekoniecznie należy konstruować układy optyczne, które będą ściśle zachowywały warunek stygmatyzmu. Wystarczy, jeżeli plamka nie będzie przekraczała dopuszczalnej wartości określonej parametrami odbiornika.

Jednak przy rozważaniach teoretycznych wygodnie jest najpierw przeanalizować prawa jakim podlegają transformacje tak zwanych *układów optycznych doskonałych*, które z definicji będą spełniały warunki przekształceń punktowych, pozostawiając na razie bez odpowiedzi pytanie, czy możliwe jest zbudowanie takiego układu. Badając następnie właściwości układów na podstawie fizycznych praw biegu promienia łatwo będzie można wyznaczyć różnice w przekształceniach i określić taki sposób postępowania, aby przekształcenie zachodzące w rzeczywistych układach zbliżało się, lub osiągało właściwości układu doskonałego.

W następnym podrozdziale zostaną opisane prawa jakim podlegają przekształcenia układów doskonałych, ale dla podkreślenia, że rozważania p. 2.2 są czysto teoretyczne, ograniczające się do abstrakcyjnych spekulacji geometrycznych, w miejsce pojęć źródła światła i promienia świetlnego używane będą pojęcia punktu i prostej. Pozostałą terminologię wygodniej jednak zachować ściśle optyczną, ponieważ przekształcenia w układach doskonałych, jak będzie wynikało z p. 2.3.2, są pewnym przybliżeniem przekształceń zachodzących w układach rzeczywistych.

2.2. Układy doskonałe z obrotową osią symetrii

Z definicji układ optyczny będzie uważany za doskonały, jeżeli:

- 1) każdemu punktowi przestrzeni przedmiotowej odpowiada jeden i tylko jeden punkt przestrzeni obrazowej;
- 2) każdej prostej przestrzeni przedmiotowej odpowiada jedna i tylko jedna prosta przestrzeni obrazowej,

Ponieważ układ ma obrotową oś symetrii, zwaną też *osią optyczną*, to prosta w przestrzeni przedmiotowej leżąca na osi jest przekształcona na prostą w przestrzeni obrazowej pokrywającą się również z osią optyczną. Ponadto można wykazać, że prostej prostopadłej do osi optycznej odpowiada prosta również prostopadła do tej osi. Dowód będzie przeprowadzony przez zaprzeczenie. Niech w jednej z przestrzeni np. przedmiotowej znajduje się prosta a (rys. 2.7) prostopadła do osi i niech sprzężona z nią prosta a' tworzy z osią pewien kąt $\alpha \neq \pi/2$. Przez obrócenie układu o kąt π dookoła osi położenie przedmiotu nie ulega zmianie, natomiast obraz przyjmuje położenie a'' , co zaprzecza właściwości obrotowej osi symetrii. A więc $\alpha = \pi/2$.

Przy wyznaczaniu położen prostych, czy punktów w obu przestrzeniach wygodnie jest ustalić pewne punkty charakterystyczne układu pełniące rolę punktów odniesienia. W tym przypadku konieczne jest przyjęcie pewnej *konwencji znaków* dla odcinków skierowanych i kątów, np. w celu rozróżnienia położen przed i za dowolnym punktem odniesienia. W układach rzeczywistych uważa się za *dodatnie* odcinki skierowane zgodnie z kierunkiem biegu światła. W przypadku układów optycznych doskonałych zakłada się, że światło przemieszcza się na rysunku z lewej strony ku prawej, stąd odcinki skierowane w prawo mają znak dodatni, a w lewo