

Dla (1.3a, b) oraz tożsamości $\text{div}(\bar{A} \times \bar{B}) = \bar{B} \cdot \text{rot} \bar{A} - \bar{A} \cdot \text{rot} \bar{B}$

$$-\frac{dW}{dt} = \frac{c}{4\pi} \int \int \int_V (\bar{H} \text{rot} \bar{E} - \bar{E} \cdot \text{rot} \bar{H}) dV = \frac{c}{4\pi} \int \int \int_V \text{div}(\bar{E} \times \bar{H}) dV$$

Wprowadzając oznaczenie

$$\bar{\Pi} = \frac{c}{4\pi} \bar{E} \times \bar{H} \quad (1.14)$$

noszące nazwę *wektora Poyntinga*, ostatecznie z twierdzenia Ostrogradskiego będzie

$$-\frac{dW}{dt} = \oint_S \bar{\Pi} \cdot \bar{N}^\circ dS \quad (1.15)$$

gdzie:

\bar{N}° — normalna do elementu powierzchni dS (zewnętrznie skierowana).

S — powierzchnia zamknięta obejmująca objętość V .

Ubytek energii w jednostce czasu z objętości V jest równy strumieniowi wektora $\bar{\Pi}$ przez powierzchnię S . Oznacza to, że wektor *Poyntinga* wyznacza kierunki przemieszczania się energii i jej wielkość.

Ponieważ \bar{E} , \bar{H} , \bar{k} tworzą prawoskrętny układ wektorów zgodnie z wzorami (1.12), (1.13), (1.14) i (1.6) można napisać

$$\bar{\Pi} = \frac{c}{4\pi} |\bar{E}| |\bar{H}| \cdot \bar{k} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} \frac{\epsilon \bar{E}^2}{4\pi} \bar{k} = v w \bar{k} \quad (1.16)$$

A więc prędkość i kierunek przemieszczania się energii pokrywa się z prędkością i kierunkiem przesuwania się fali elektromagnetycznej.

1.2.3. Współczynnik załamania i dyspersja ośrodka

Zgodnie ze wzorem (1.6) dla próżni ($\epsilon = 1$, $\mu = 1$) powstaje zależność tożsamościowa $v_p = c$. Wartość prędkości rozchodzenia się światła w próżni była wyznaczana wielokrotnie różnymi metodami i w różnych zakresach widma. Pomiaru w ostatnim ćwierćwieczu wykazywały całkowitą zgodność [5] i obecnie przyjmuje się

$$c = 299\,793,0 \pm 0,3 \text{ km/s}$$

Dla ciał przezroczystych zwykle stała magnetyczna $\mu \approx 1$, natomiast stała dielektryczna $\epsilon > 1$, stąd prędkość rozchodzenia się fal elektromagnetycznych w ośrodkach materialnych jest mniejsza niż c . Prędkości tej nigdy nie wyznacza się bezpośrednio i najczęściej korzysta się z prawa załamania, opierając się na pojęciu współczynnika załamania.

Bezwzględny współczynnik załamania n danego ośrodka równy jest stosunkowi prędkości światła w próżni do prędkości światła w tym ośrodku

$$n = \frac{c}{v} \quad (1.17)$$

Z porównania wzorów (1.17) i (1.6) wynika

$$n = \sqrt{\epsilon\mu} \quad (1.18)$$

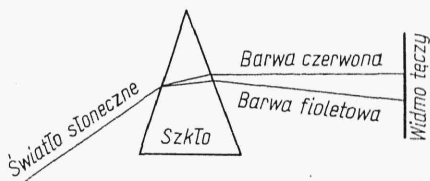
Stałą dielektryczną i magnetyczną można mierzyć metodami elektrycznymi, natomiast współczynnik załamania metodami optycznymi. Okazuje się, że zależność (1.18) jest dobrze spełniona dla gazów, ale ma znaczne odchylenie dla cieczy i ciał stałych (w tym szkła) (tabl. 1.1).

Tablica 1.1. Wartości bezwzględnego współczynnika załamania i stałej dielektrycznej niektórych ośrodków

Ośrodek	n	$\sqrt{\epsilon}$
Powietrze	1,000294	1,000295
Wodór	1,000138	1,000132
Woda	1,33	9,0
Kwarc	1,55	2,12
Szkło	1,52	2,3

Rozbieżności te można wytłumaczyć wychodząc z atomowej budowy ciała. Stała dielektryczna danego ciała jest funkcją częstotliwości pola elektrycznego nań działającego, a więc i długości fali padającego zaburzenia. Oznacza to, że bezwzględny współczynnik załamania danego ośrodka jest również funkcją długości fali.

Łatwe jest doświadczenie sprawdzenie tego faktu. Wiadomo, że jeżeli przepuści się przez pryzmat szklany wąską wiązkę światła słonecznego (rys. 1.3), za pryzmatem powstanie widmo tęczy.



Rys. 1.3.

W tabl. 1.2 podano podział widma światła słonecznego na barwy i odpowiadające im długości fali λ_0 .

Tablica 1.2. Barwy promieniowania monochromatycznego

Barwa	$\lambda_0 \mu\text{m}$
Fioletowa	0,39 — 0,44
Indygo	0,44 — 0,47
Błękitna	0,47 — 0,48
Niebieska	0,48 — 0,49
Niebiesko-zielona	0,49 — 0,495
Zielona	0,495 — 0,56
Zielono-żółta	0,56 — 0,57
Żółta	0,57 — 0,575
Żółto-pomarańczowa	0,575 — 0,59
Pomarańczowa	0,59 — 0,60
Pomarańczowo-czerwona	0,60 — 0,62
Czerwona	0,62 — 0,78

Z doświadczenia z pryzmatem wynika, że współczynnik załamania szkła dla światła czerwonego, a więc światła o większej długości fali, jest mniejszy, niż dla światła fioletowego. Zjawisko zmiany współczynnika załamania wraz z długością fali (częstotliwością) nosi nazwę *dyspersji*.

W czasie badań astronomicznych przy obserwacji zjawiska przesłaniania się dwu gwiazd nie zauważono zmiany barwy gwiazdy przesłanianej, co świadczy o niezależności prędkości rozchodzenia się światła w próżni od długości fali. W przeciwnym razie, przy tak dużych odległościach, dla mniejszej na przykład prędkości światła niebieskiego, gwiazda odsłaniana miałaby dla nas najpierw barwę czerwoną.

Ponieważ wartość c jest niezależna od długości fali, to z wzoru (1.17) wynika, że w ośrodkach dyspersyjnych prędkość v rozchodzenia się fali elektromagnetycznej zależy od jej długości.

Teoria zjawiska dyspersji opiera się na rozpatrywaniu drgań wymuszonych elektronów znajdujących się w atomach pod wpływem działania fali elektromagnetycznej [6]. Rozwiązanie równania ruchu elektronu pozwala uzyskać zależność wiążącą stałą dielektryczną z częstotliwością fali.

Dla ośrodków o współczynniku załamania bliskim 1 (gazy), przy pominięciu zjawiska absorpcji energii fali przez atom, otrzymuje się prostą zależność ilustrującą zjawisko dyspersji [6]

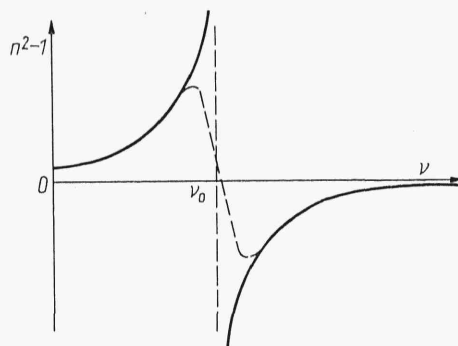
$$\varepsilon - 1 = n^2 - 1 = \frac{A}{\nu_0^2 - \nu^2} \quad (1.19)$$

gdzie:

- A — stała zależna od ładunku i masy elektronu,
- ν_0 — częstotliwość własna elektronu,
- ν — częstotliwość fali padającej.

Dla ciał stałych, a więc ośrodków o wartościach współczynnika załamania odbiegających od 1, zależność jest bardziej złożona, ale charakter zjawiska pozostaje ten sam.

Ze wzoru (1.19) wynika, że wraz ze wzrostem częstotliwości fali padającej rośnie wartość współczynnika załamania. Dla ν bliskiego ν_0 wzór traci sens, co jest wynikiem upraszczającego założenia o braku absorpcji. W dielektrykach w pobliżu częstotliwości rezonansowych fala elektromagne-

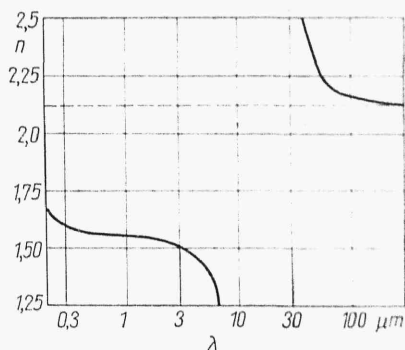


Rys. 1.4

tyczna jest silnie pochłaniana. Na rys. 1.4 linią przerywaną zaznaczona jest przykładowa krzywa dyspersji z uwzględnieniem zjawiska absorpcji, natomiast linią ciągłą krzywa dana ze wzoru (1.19).

Poza obszarem absorpcyjnym współczynnik załamania monotonicznie rośnie wraz ze wzrostem częstotliwości fali padającej, natomiast w obszarze pochłaniania krzywa dyspersji ma przebieg odwrotny i z tego powodu zjawisko to nosi nazwę *dyspersji anomalnej*.

Z punktu widzenia większości zastosowań obszary dyspersji anomalnej z uwagi na absorpcję są nieciekawe, natomiast ważnym momentem jest tu skokowa zmiana współczynnika załamania przy przejściu przez taki obszar. Ekstrapolacja krzywej dyspersji na podstawie znanego przedziału może prowadzić do fałszywych wniosków. Przykładem tego jest kwarc (rys. 1.5), który dla $\lambda_0 > 30 \mu\text{m}$ ma $n > 2$, natomiast dla $\lambda_0 < 5 \mu\text{m}$,



Rys. 1.5

$n < 1,7$. Dla fali elektromagnetycznej o mniejszej częstotliwości, a więc o większej długości fali wartość współczynnika załamania zbliża się do wartości $n = \sqrt{\epsilon} = 2,12$ podanej w tabl. 1.1.

Wprowadzone zostaną teraz pojęcia, które pozwolą scharakteryzować zjawiska dyspersji w sposób ilościowy.

Dyspersją cząstkową dla pewnego przedziału widma $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ nazywa się różnicę współczynników załamania dla brzegów tego przedziału $n_{\lambda_2} - n_{\lambda_1}$.

Dyspersją materiału $\Delta n / \Delta\lambda$ nazywa się stosunek dyspersji cząstkowej do długości rozpatrywanego przedziału widma. Dyspersja materiału charakteryzuje lokalną zmianę (w widmie) współczynnika załamania i jest funkcją długości fali.

Współczynnikiem dyspersji (ν_{λ_0}) dla długości fali λ_0 i dla danego obszaru $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ obejmującego λ_0 nazywa się

$$\nu_{\lambda_0} = \frac{\text{df } n_{\lambda_2} - n_{\lambda_1}}{n_{\lambda_2} - n_{\lambda_1}} \quad (1.20)$$

natomiast *względny współczynnik dyspersji* (N_{λ_0})

$$N_{\lambda_0} = \frac{\text{df } n_{\lambda_2} - n_{\lambda_1}}{n_{\lambda_2} - n_{\lambda_1}} \quad (1.21)$$

Pojęcia współczynnika dyspersji i względnego współczynnika dyspersji są wykorzystywane przy achromatyzowaniu układów, o czym szczegółowo będzie mowa w p. 2.6.2.

Ze względów teoretycznych dobrze jest znać zależność współczynnika załamania od długości fali padającego światła w postaci analitycznej. Dla

ośrodków mających obszar absorpcji w krótkofalowej części widma współczynnik załamania dla pozostałej jego części można wyznaczyć ze wzoru *Cauchy* [6]:

$$n^2 = A + \frac{B}{\lambda_0^2} + \frac{C}{\lambda_0^4} \quad (1.22)$$

gdzie A, B, C — stałe wyznaczone doświadczalnie dla każdego materiału przez pomiar współczynników załamania n dla 3 lub większej liczby długości fali λ_0 . W tym ostatnim przypadku stałe obliczane są za pomocą metody najmniejszych kwadratów.

Z uwagi na niewygodną potęgę współczynnika załamania stosowany jest również w praktyce wzór *Herzbergera* [8]

$$n = a + b\lambda^2 + \frac{c}{\lambda^2 - 0,035} + \frac{d}{(\lambda^2 - 0,035)^2}$$

gdzie a, b, c, d — nowe stałe; λ — długości fali padającego światła w μm .

Wzór ten dość dokładnie aproksymuje dyspersję wszystkich szkieł optycznych w zakresie widzialnym oraz bliskiej podczerwieni i nadfioletu.

Jeżeli rozpatrywany jest zbiór ciał zanurzony w jednorodnym ośrodku materialnym, to wygodnie jest wprowadzić pojęcie *względnej współczynnika załamania* definiowanego jako stosunek prędkości rozchodzenia się fali we wspólnym ośrodku do prędkości w poszczególnych ciałach

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{c}{v_2}}{\frac{c}{v_1}} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1.23)$$

gdzie:

v_1, v_2 — prędkości rozchodzenia się światła odpowiednio w ośrodku odniesienia i danym ciele,

n_1, n_2 — bezwzględne współczynniki załamania ośrodka odniesienia i danego ciała.

Względny współczynnik załamania ośrodka 2 względem ośrodka 1 równy jest stosunkowi bezwzględnych współczynników załamania tych ośrodków.

Najczęściej spotykanym ośrodkiem odniesienia jest powietrze o ciśnieniu 760 mm Hg i temperaturze 20°C i dlatego zwykle mówi się o współczynniku załamania ciał, rozumiejąc przez to jego względną wartość w stosunku do powietrza. Z tego powodu mogą wynikać nieporozumienia, ponieważ bezwzględny współczynnik załamania powietrza jest funkcją temperatury, ciśnienia, składu chemicznego i długości fali [7]. W pobliżu warunków normalnych wartość współczynnika załamania powietrza można wyrazić za pomocą wzoru

$$n = 1 + \frac{a}{1 + \alpha t} \frac{p}{760} \quad (1.24)$$

gdzie:

p — ciśnienie atmosferyczne w mm słupa rtęci,

t — temperatura w $^\circ\text{C}$,

$\alpha = 1/273 \text{ } 1/^\circ\text{C}$ — współczynnik rozszerzalności cieplnej powietrza,

a — stała zależna od długości fali padającego światła i składu chemicznego powietrza (tabl. 1.3).

Dla $\lambda_0 = 546 \text{ nm}$, $t = 0^\circ\text{C}$ i $p = 760 \text{ mm Hg}$ współczynnik załamania powietrza $n = 1,000293$. Zmiana wartości współczynnika załamania powietrza przypadająca na 1°C , w pobliżu 0°C i ciśnienia 760 mm Hg , wynosi $\Delta n = \partial n / \partial t \Delta t = -a\alpha \approx -10^{-6}$. Ponieważ najczęściej współczynniki załamania podawane są z dokładnością do piątego znaku po przecinku, to

Tablica 1.3. Wartości stałej a dla różnych długości fali

$\lambda_0 \text{ nm}$	334	436	546	656	1530
$a \cdot 10^6$	303	297	293	291	288

z tą dokładnością dla typowych warunków obserwacji można pominąć wpływ zmiany temperatury powietrza (podobnie dla ciśnienia i składu chemicznego) na bezwzględny współczynnik załamania, a więc i względny współczynnik załamania ciał. Przy znacznych zmianach temperatury, oprócz zmiany wartości współczynnika załamania powietrza, należy uwzględnić również zmianę wartości bezwzględnego współczynnika załamania danego ciała. Na przykład dla szkła w temperaturze bliskiej 0°C wartość bezwzględnego współczynnika załamania rośnie wraz ze wzrostem temperatury (odwrotnie niż dla powietrza) o $10^{-5} - 10^{-6}$ na 1°C , zależnie od gatunku szkła [7]. Zmiany wartości bezwzględnego współczynnika załamania danego ciała w funkcji ciśnienia są pomijalnie małe (około 10^{-6} na 760 mm Hg) w porównaniu ze zmianami wartości współczynnika załamania powietrza.

1.2.4. Szkło optyczne

Podstawowym materiałem stosowanym w budowie przyrządów optycznych jest szkło optyczne. Różni się ono zasadniczo od szkła okiennego, czy laboratoryjnego wymaganiami, jakie są mu stawiane. Żąda się, aby dla określonego rodzaju szkła współczynnik załamania i dyspersja cząstkowe nie wychodziły poza dopuszczalne tolerancje (np. maksymalna odchyłka współczynnika załamania $\Delta n = 2 \cdot 10^{-3}$). Ponadto szkło optyczne powinno być wysoce jednorodne, wolne od obcych wtrąceń, mieć wysoką przezroczystość w określonym obszarze widma, małą ilość pęcherzy itp.

Dla konstruktora najważniejszymi parametrami charakteryzującymi szkło są: współczynnik załamania i dyspersja materiału. Wytwórnice szkła optycznego (huty) podają w swoich katalogach dla danego rodzaju szkła wartości współczynnika załamania dla różnych długości fali oraz współczynnika dyspersji. Dla wygody zapisu określonym długościom fali przyporządkowuje się litery alfabetu zgodnie z oznaczeniami linii *Fraunhofera* (tabl. 1.4). Na przykład n_d oznacza współczynnik załamania dla długości fali $587,6 \text{ nm}$, natomiast $\nu_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$.

Jeleniogórska Wytwórnia Optyczna oznacza swoje szkła symbolem złożonym z dwóch liter i pięciu cyfr (przykładowo BK 516-64). Część literowa charakteryzuje przynależność do ogólnej grupy szkieł (borowy kron), natomiast z części cyfrowej można odczytać przybliżoną wartość współczynnika załamania i dyspersji ($n_d = 1,516 \dots$, $\nu_d = 64, \dots$).