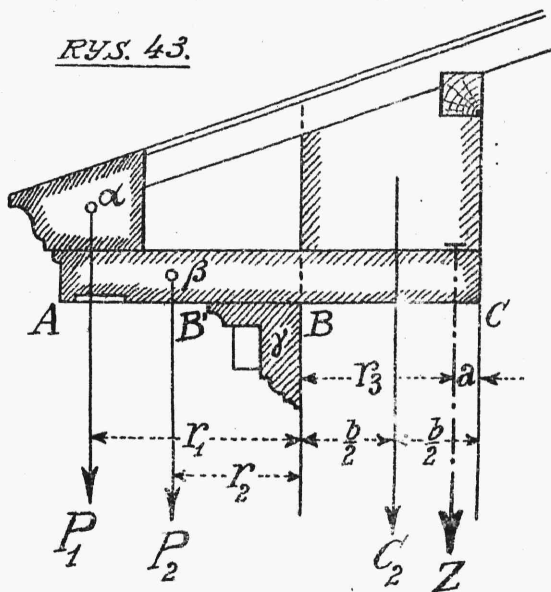


OBLICZENIE GZYMŚÓW

jako przykład belki wspornikowej.

RYS. 43.



Dla n -kątnej pewności
($n = 1,5$ do 2):

$$n(P_{11} + P_{22}) = C_2 \cdot \frac{b}{2} + Zr_3;$$

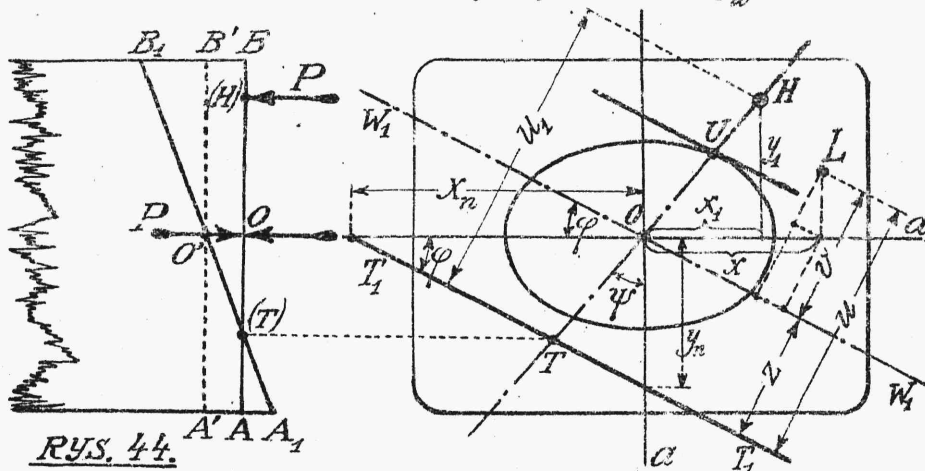
Z = ciągnięcie w kotwie i ciężar muru chwyconego.



D. WYTRZYMAŁOŚĆ ZŁOŻONA NA ZGINANIE I CIĄNIENIE LUB CIŚNIENIE.

Występuje przy działaniu mimośrodkowem siły P na przekrój słupa, co da się zastąpić siłą osiową P i momentem $P \cdot c$. Napięcia składają się z ciśnienia jednostajnego

$v_1 = \frac{P}{A}$ i napięć zginających $v_2 = \frac{Mv}{J_w}$ około osi $W_1 W_1$, sprzę-



żonej ze siłą płaszczyzny przechodzącej przez O i siłą P .

Sumarycznie wystąpi oś obojętna

RYS. 44.

$T_1 T_1 \parallel W_1 W_1$ i natężenia $\nu = \frac{P}{A} + \frac{M_w \nu}{J_w}$.

Natężenia te utworzą bryłę o objętości $P = A \cdot \nu_0$, więc: $\nu_0 = \frac{P}{A}$. Jest to natężenie, powstające w środku ciężkości przekroju, o ile tylko cały przekrój spóldziata (materiał znosi ciśnienia i ciągnięcia).

Natężenia w dowolnym punkcie przekroju o współrzędnych (x, y) , wywołane siłą P , działającą w punkcie H o współrzędnych (x_1, y_1) : $\nu = \frac{P}{A} \left(1 + \frac{x x_1}{a_1^2} + \frac{y y_1}{a_2^2} \right)$.
(a_1, a_2 - główne promienie bezw.).

Równanie osi obojętnej $T_1 T_1$: $\frac{x x_1}{a_1^2} + \frac{y y_1}{a_2^2} = -1$;

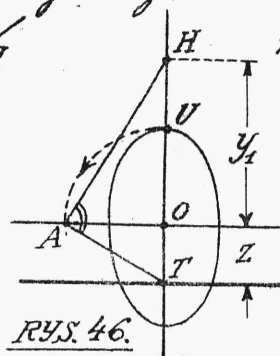
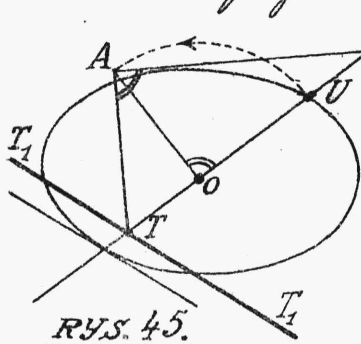
odcinki jej na osiach głównych: $x_n = -\frac{a_1^2}{x_1}$, $y_n = -\frac{a_2^2}{y_1}$.

Odległość osi $Z = \frac{a^2}{y_1} \cos \varphi$. H na osi y , $\varphi = 0 \dots Z = \frac{a^2}{y_1}$ (punkt w średniej geometrycznej).

Analogicznie dla dowolnego położenia H :

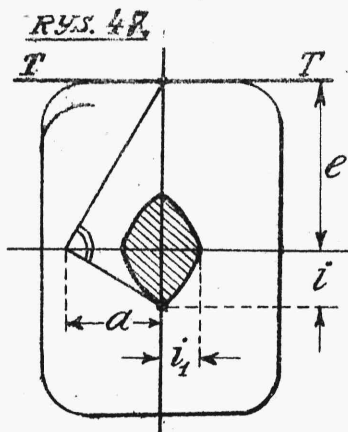
$$OH \cdot OT = OU^2$$

"Połowa średnicy sprzężonej elipsy środkowej jest średnią geometryczną między ukośnym mimośrodem siły a



ukośnym odstępem osi obojętnej od środka ciężkości przekroju." Stąd znana konstrukcja punktu T , gdy dane H i naodwrot.

JĄDRO PRZEKROJU.



Jeżeli oś obojętna porusza się stycznie do obwodu przekroju tak, że go nigdzie nie przecina, to środek ciśnienia opisuje linię zamkniętą jako obwód powierzchni jądra albo rdzenia.

Promień jądra $i = \frac{a^2}{e} = \frac{A a^2}{A e} = \frac{W}{A}$. "Figura momentów oporu W jest podobna do figury jądra."

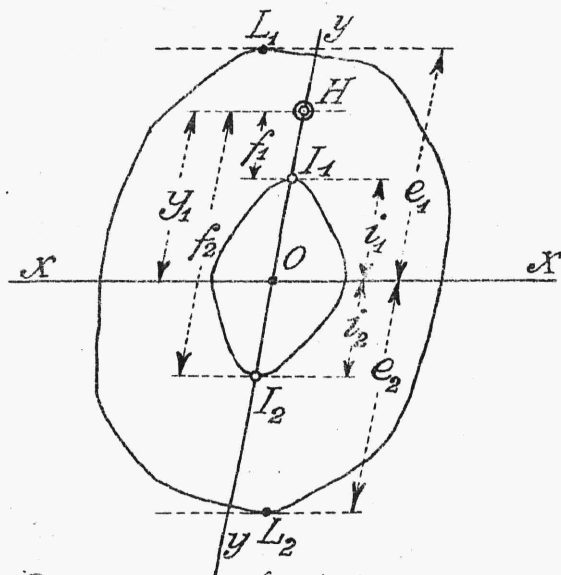
Dyskusja o położeniu właściwym płaszczyzny (str. 318).

Dla prostokąta $h \times b$: $i = \frac{h}{6}$, $i_1 = \frac{b}{6}$.

Dla koła $i = \frac{d}{8}$.

WYZNACZENIE NAJW. NATEŻEŃ ZA POMOCĄ JĄDRA.

RYS. 48.



Dla $x_1 = 0$

$$V = \frac{P}{A} \left(1 + \frac{y y_1}{a^2} \right)$$

Dla włókien skrajnych:

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{P}{A} \left(1 + \frac{y_1 e_1}{a^2} \right) = \frac{P}{A} \cdot \frac{y_1 + i_2}{t_2} = \\ &= \frac{P f_2}{A i_2} = \frac{M_2}{W_1}; \end{aligned}$$

gdy $y = -e_2$:

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{P}{A} \left(1 - \frac{y_1 e_2}{a^2} \right) = \frac{P}{A} \cdot \frac{y_1 - i_1}{t_1} = \\ &= -\frac{P f_1}{A i_1} = -\frac{M_1}{W_2}; \end{aligned}$$

Powyżej podkreślone są wzory W. RITTERA. ~

Wogóle dla $z = \frac{a^2}{y_1}$: $V = \frac{P}{A} \left(1 \pm \frac{e}{z} \right)$. ~

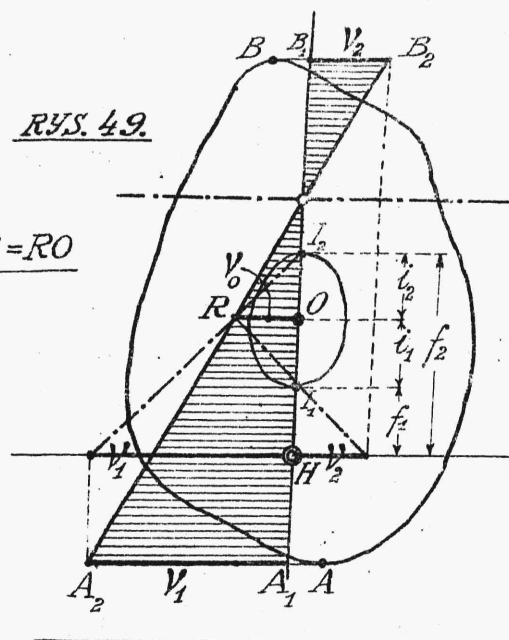
WYZNACZENIE WYKREŚLNE NATEŻEŃ SKRAJNYCH

na podstawie proporcji:

$$V_1 : V_0 = f_2 : i_2; \quad V_2 : V_0 = f_1 : i_1. \sim$$

RYS. 49.

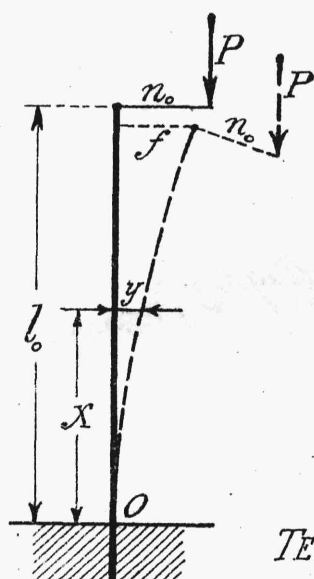
$$V_0 = R O$$





E. WYTRZYMAŁOŚĆ NA WYBOCZENIE.

OBCIĄŻENIE MIMOŚRODKOWE.



RY.S. 50.

Linia ugięcia pręta obciążonego mimośrodowo.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \pm \frac{M_x}{(\varepsilon - y)J} = \frac{M_x}{\varepsilon J}$$

$$M_x = P(f + n_0 - y)$$

stąd przez całkowanie równania różniczkowego linii ugięcia: $y = (f + n_0)(1 - \cos kx)$,
gdzie $k = \sqrt{\frac{P}{\varepsilon J}}$.

Dla $x = l_0$ jest $y = f$, a stąd:

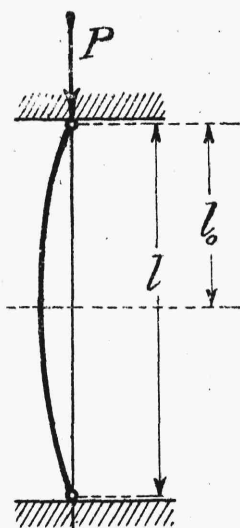
$$f + n_0 = \frac{n_0}{\cos\left(\frac{l_0}{a} \sqrt{\frac{P}{\varepsilon}}\right)} \dots \text{mimośród po ugięciu.}$$

TETMAJER rozwija to w szereg o 3 wyrazach w mianowniku: $f + n_0 = \frac{n_0}{1 - 0,5 \cdot \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{l_0}{a}\right)^2 + 0,0417 \left[\frac{1}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{l_0}{a}\right)^2\right]^2} \dots$

Dla wyznaczenia najw. natężeń w przekroju utwierdzenia O:

$$M = P(f + n_0), \text{ a wreszcie } \sigma = \frac{P}{A} + \frac{Me}{J} \dots$$

OBCIĄŻENIE OSIOWE.



RY.S. 51.

Przypadkowość wybooczenia. Siła wybooczenia $P = B$ jest siłą, która odkształci pręt ponad praktycznie dopuszczalną miarę (niekoniecznie do złamania).

Układ zasadniczy: pręt obu końcami przytrzymany; $l_0 = \frac{l}{2}$

$$f + n_0 = \frac{n_0}{\cos\left(\frac{l_0}{2a} \sqrt{\frac{P}{\varepsilon}}\right)} = \frac{n_0}{\cos\left(\frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{\varepsilon J}}\right)}$$


$n_0 = 0$; $\cos\left(\frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{\varepsilon J}}\right) = 0$, bo $f + n_0 \geq 0$; więc:

$$\frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{\varepsilon J}} = \frac{\pi}{2}, \text{ stąd } P = \varepsilon \pi^2 \frac{J}{l^2} \dots \text{Wzór EULERA.}$$

WYZNACZENIE WYMIARÓW WZOREM EULERA.

dla n -krotnej pewności przekrój wybooczeniu:

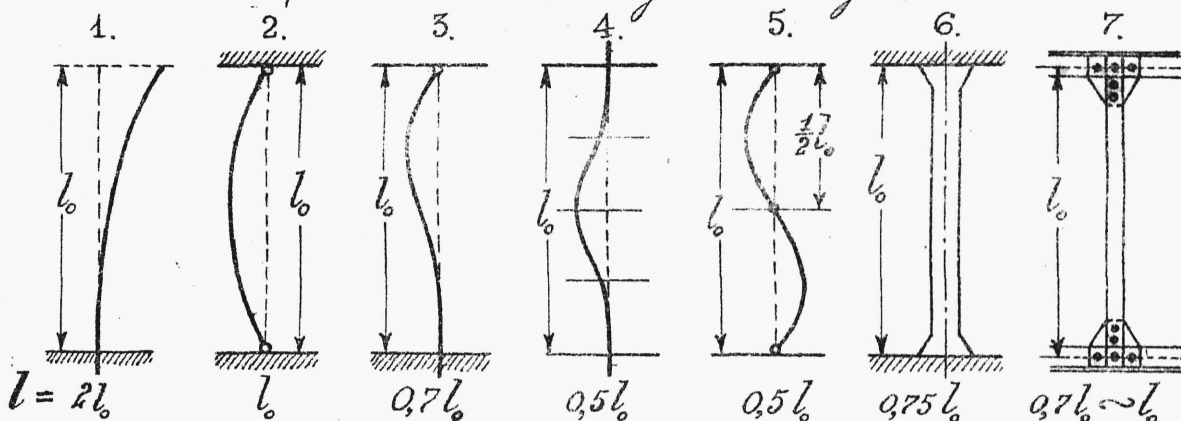
$P \leq \frac{E\pi^2 J}{n^2 l^2}$, stąd: najmn. $J = \frac{n^2 P l^2}{E\pi^2}$ (położebny moment bezwł. przekroju) przytem: najmn. $A = \frac{P}{\sigma} = A_0$ (przekrój potrzebny na ciśnienie).

Dla żelaza słownego $J = 2,37 Pl^2$ } P w tonach, l w metrach, J w
 — — — — — lanego $J = 8 Pl^2$ } cm^4 , wszystko odnośnie do wy-
 — — — — — drzewa $J = 83 Pl^2$ } padku zasadniczego 

Te same wzory dadzą się użyć i dla innych sposobów osadzenia końców słupa, tylko jako długość l trzeba wstawić t. zw. długość wolną, różną od całkowitej długości l_0 .

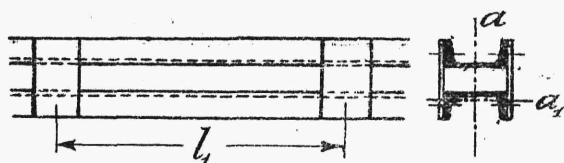
Siedm głównych typów osadzenia słupów.

(u dołu wartość długości wolnej l):



rys. 52.

PRZEKROJE ZŁOŻONE.



rys. 53.

Dla całego słupa $J = 2,37 Pl^2$,
 czyli: $a^2 = 2,37 l^2$

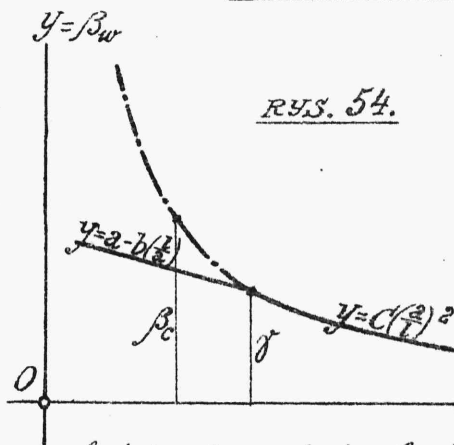
dla jednej części: $a_1^2 = 2,37 l_1^2$

(a_1 ... najmniejszy promień bezwładności

jednej części dla osi możliwego wybooczenia) stąd powinno być teoretycznie:

$l \leq 65 a_1$, według TETMAJERA: $l \leq 50 a_1$

GRANICE WAŻNOŚCI WZORU EULERA.



RYS. 54.

Sila wybockenia $B = \varepsilon \pi^2 \frac{J}{l^2}$

Natężenie wybockenia $\beta_w = \frac{B}{A} = \varepsilon \pi^2 \left(\frac{a}{l}\right)^2 = C \left(\frac{a}{l}\right)^2 \sim \frac{l}{a} = x, \beta_w = y;$

$C = x^2 y \dots$ hyperbola kubiczna.

Dla małych $\frac{l}{a}$ daje wzór EULERA
rzedne $\beta_w > \mu$ na ciśnienie; niemoż

$x = \frac{l}{a}$ żliwe. Już przy δ = granicy sprężystości przestaje być ważną krzywa Eulera, a to następuje około $\frac{l}{a} = 100$. Doświadczenia TETMAJERA wykazały dla mniejszych $\frac{l}{a}$ przeważnie linię prostą jako linię β_w . Wzoru EULERA można więc używać tylko dla prętów wysmukłych ($\frac{l}{a} > 100$) gdzie kryje się z doświadczeniami i linią TETMAJERA.

WZORY TETMAJERA.

Sposób Tetmajera obliczenia słupków na wybockenie opiera się nie na wyznaczeniu potrzebnego J , jak u Eulera, lecz na wyznaczeniu przekroju A , potrzebnego na wbockenie, przy danym obciążeniu P i długości wolnej l . Wpływ przekroju objawia się najmn. promieniem bezw. a , któryś wchodzi tu pośrednio. Przekrój potrzebny na ciśnienie $A_0 = \frac{P}{\tau}$ (τ ... natęż. dopuszczalne na ciśnienie), zaś przekrój potrzebny na wybockenie $A = \frac{A_0}{\alpha}$, gdzie $\alpha < 1$.

Spółczynnik wybockenia α jest funkcją wartości $\frac{l}{a}$, ważną dla obu gałęzi poniżej i powyżej granicy $\frac{l}{a} \sim 100$. Wartość α z tablic Tetmajera stosownie do $\frac{l}{a}$ dla przyjętego z góry przekroju (obliczenie niewprost, przez próby, łatwie zwłaszcza przy obliczaniu szeregu podobnych przekrojów).