

Natężenie normalne, powstające w odl. v od osi przekroju:

$$v = \frac{P}{A} + \frac{Mv}{J};$$

$$\text{dla } v = e_1 \rightarrow v_1 = \frac{P}{A} + \frac{Me_1}{J} = v_0 \left(1 + \frac{c}{i_2}\right) = \frac{M_2}{W_1};$$

$$\text{dla } v = -e_2 \rightarrow v_2 = \frac{P}{A} - \frac{Me_2}{J} = v_0 \left(1 - \frac{c}{i_1}\right) = \frac{M_1}{W_2};$$

M_1 i M_2 - momenty jędrne (patrz wzory RITTERA).
Dla łuku więc wzory na v te same, co dla belki prostej, tylko zamiast momentu zgięcia M występują momenty jędrne M_1 i M_2 :

$$M_1 = P(c - i_1), \quad M_2 = P(c + i_2).$$

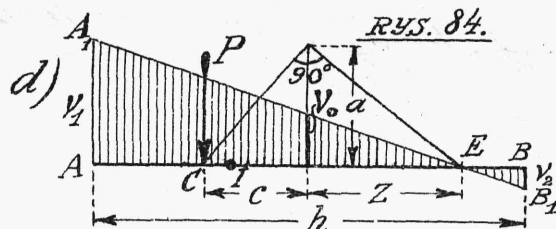
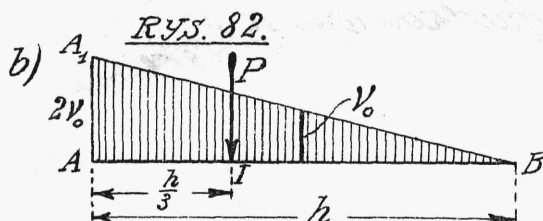
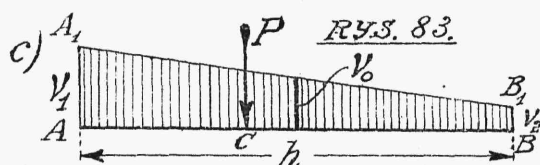
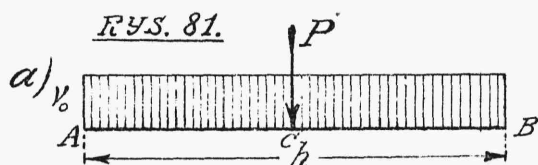
Dla prostokąta $b, h, \dots, i_1 = i_2 = \frac{h}{6}$, więc: $v = \frac{P}{bh} \left(1 \pm \frac{6c}{h}\right)$.

WARUNKI RÓWNOWAGI SKLEPIENIA.

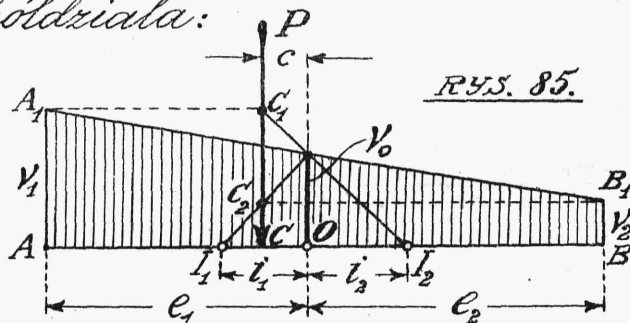
- 1) Środek ciśnienia H powinien leżeć w przekroju, aby nie nastąpił wywrót i załamania się sklepienia, a z żądaniem zawsze bezpieczeństwa: środek ciśnienia powinien leżeć w jądrze ($c < i$), aby nie było w przekroju natężeń na ciągnięcie.
- 2) Wypadkowa sił zewnętrznych (R) nie powinna być odchylona na szew więcej, niż wynosi kąt tarcia ($20^\circ - 30^\circ$), (bo nie liczymy na zaprawę między klinami!).
- 3) Natężenie nie powinno nigdzie przekraczać granicy wytrzymałości, a z żądaniem zawsze pewnością: nie powinno być większe niż nat. dopuszczalne T .
Mur ceglany na wapieniu, $T = 6 \text{ kg/cm}^2$;
— " — na cemencie, $T = 12 \text{ kg/cm}^2$;
Mur z kamienia łamanego na wapieniu, $T = 5 \text{ kg/cm}^2$;
— " — " — na cemencie, $T = 10 \text{ kg/cm}^2$;
Sklepienia ciosowe $T = 15$ do 25 kg/cm^2 .

Natężenie w środku ciężkości przekroju $\nu_0 = \frac{P}{A}$ dla dowolnego położenia siły R , o ile tylko cały przekrój spłódział, a więc na ciśnienie i ciągnięcie.

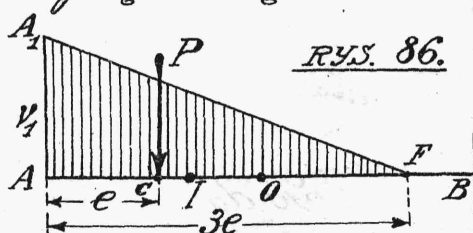
Wypadki szczególne. Rozkład natężeń wykreślenie, gdy:
a) siła P w środku (RYS. 81), b) siła P w $\frac{1}{3}$ sklepienia (RYS. 82),
c) siła P w jądrze (RYS. 83), d) siła P poza jądrem (RYS. 84).



Konstrukcja natężeń skrajnych ν_1 i ν_2 , gdy cały przekrój spłódział:



e) Siła P poza jądrem (RYS. 86); przekrój nie przenosi ciągnięcia, szew się otwiera i ustala się nowy stan równowagi, trójkąt natężeń:



$$P = \frac{1}{2} \nu_1 \cdot b \cdot 3e;$$

$$\nu_1 = \frac{2P}{3be} \text{ tylko dla przekroju prostokątnego!}$$

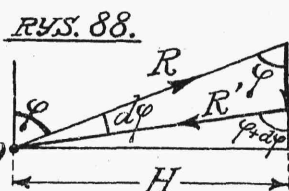
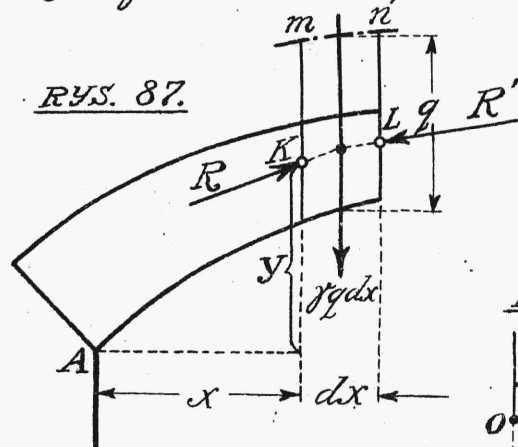
Dla sklepień betonowych dopuszczalne w wypadku d):
 ciśnienie 30 kg/cm^2 } wtedy $c = \frac{1}{3}h$;
 ciągnięcie - 3 - " - } wychylenie obustronne linii ciśnie-
 nia $= \frac{2}{3}h$.

Dla sklepień żelazno-betonowych:
 ciśnienie 30 kg/cm^2 } wtedy $c = \frac{1}{3}h$;
 ciągnięcie - 10 - " - } wychylenie obustr. linii ciśn. $= \frac{2}{3}h$.

LINJA CIŚNIENIA.

Określenie ścisłe: Linja ciśnienia łączy środki ciśnie-
 nia (t.j. punkty przecięcia wypadkowych R sił zewn.,
 działających po jednej stronie przekroju) na kolejnych
 szwach, prostopadłych do osi łuku. W przybliżeniu
 przyjmuje się szwy pionowe i uważa się sam ciąg
wypadkowych za linję ciśnienia. Ten ciąg wypadko-
 wych jest zarazem wielobokiem sznurowym, wykre-
 ślonym dla wszystkich sił zewnętrznych, a więc ob-
 ciężań i odciążań, przy czym odległością bieguno-
 wą H jest parcie poziome łuku. Parcie poziome H

jest wspólnym rzu-
 tem wszystkich wy-
 padkowych R , jest
 więc stałe w cią-
 gu łuku. Równa-
 nie różnic-
 kowe linji ci-
 śnienia (wyprow.



x. rysunku): $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{yq}{H^2}$; Po dwukrotnem całkowaniu
 otrzymamy: $y = -\frac{q}{H^2} \int dx \int q dx + Cx + C_1 \dots$

3 niewiadome: H , C i C_1 — więc łuk o stałych węgłowiach jest ustrojem statycznie niewyznaczalnym 3^{go} rzędu.

Znaczenie geometryczne: niewiadoma siła zewnętrzna np. K_1 potrzebuje do określenia 3 ilości (wielkość, kierunek, punkt zaczepienia). Określenie jednej siły wystarczy zupełnie do wykresu całej linii ciśnienia przy danym obciążeniu.

Promień krzywizny linii ciśnienia:

$$r = -\frac{H}{\gamma q \sin^3 \varphi} \quad (\text{część II str. 25})$$

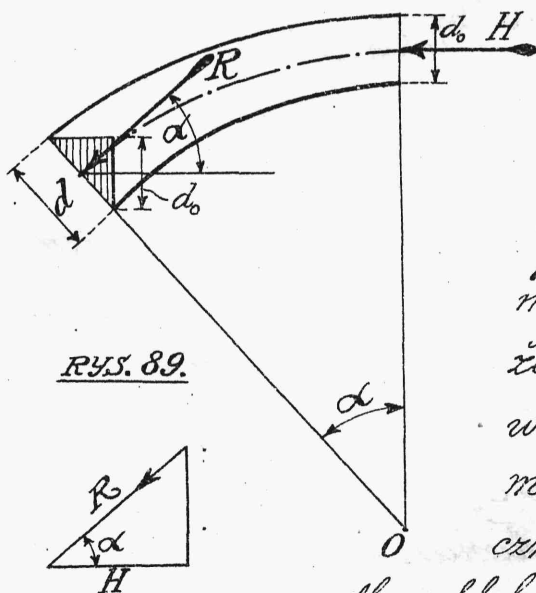
W kluczu sklepienia: $\varphi = 0$, $q = q_0$, $r = r_0$; stąd:

$$\underline{H = -\gamma q_0 r_0}$$

(W przybliżeniu r_0 jest promieniem osi łuku w kluczu). ∩

ZMIANA GRUBOŚCI SKLEPIENIA

DLA RÓWNYCH NATEŻEŃ



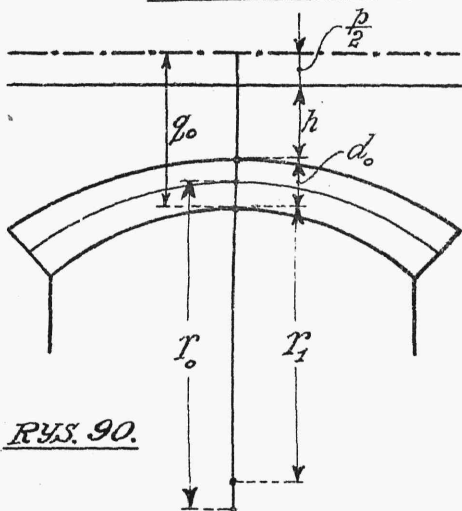
RYS. 89.

$$d_0 : d = H : R = \cos \alpha : 1;$$

$$\underline{d = \frac{d_0}{\cos \alpha}};$$

Jeżeli linia ciśnienia ma wpadać w os', a nateżenia mają być jednakowe, to rzuty pionowe szwów mają być równe (praktycznie wykonalne tylko dla sklepień odcinkowych). ∩

GRUBOŚĆ SKLEPIENIA WEDŁUG TOLKMITTA.



RYŚ. 90.

$$H = d_0 \tau = \gamma q_0 r_0;$$

$$r_0 = \frac{l^2}{8f};$$

$$H = 0,125 \frac{l^2}{f} \gamma q_0 =$$

$$= 0,15 \gamma \frac{l^2}{f} (q_0 + \frac{f}{10}) \dots \text{popr. Tolkmitta.}$$

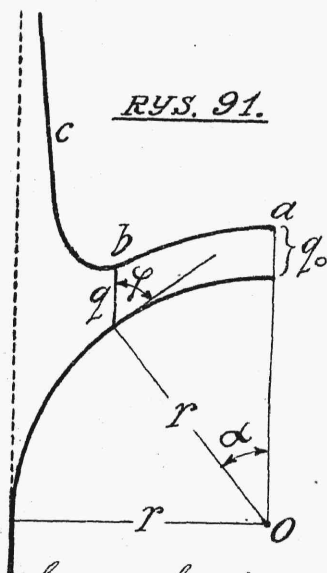
Przyjęcie: $q_0 = d_0 + h + \frac{p}{2}$, stąd:

$$d_0 = \frac{0,15 \gamma \frac{l^2}{f} (h + \frac{p}{2} + \frac{f}{10})}{\tau - 0,15 \gamma \frac{l^2}{f}};$$

Zasada TOLKMITTA: Linję ciśnienia wykreśla się dla obciążenia połową ciężaru ruchomego ($\frac{p}{2}$), rozłożoną na całym sklepieniu; następnie zmienia się kształt osi według tej linii ciśnienia. (Stosowane tylko dla większych sklepień mostowych). ~

ZWIĄZEK MIĘDZY LINJĄ CIŚNIENIA

A LINJĄ OBCIĄŻENIA.



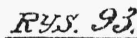
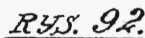
RYŚ. 91.

$$r = - \frac{H}{\gamma q \sin^3 \varphi} \text{ stąd } q = - \frac{H}{\gamma r \sin^3 \alpha},$$

czyli $q = q_0 \sec^3 \alpha$ dla stałego r .

Linja obciążenia dla sklepienia półkolistego ma rzędne ∞ wielkie na podporze, gdy linja ciśnienia spada w oś aż do samej podpory - praktycznie niemożliwe.

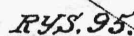
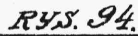
Stąd redukcja sklepień półkolistych przez poziome wymurowanie wzęglowi aż do $\alpha = 70^\circ$. Dla sklepień gotyckich - załamanie linii ciśnienia w kluczu, więc odpowiedni tam ciężar skupiony. ~



Pierwszy

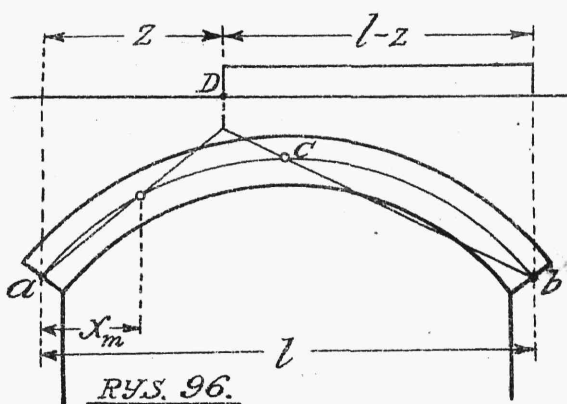
RYS. 92. wielobok próbny u dołu dla dowolnie przyjętego H_1 , zaczęty od g ; następnie poprawka bieguna za pomocą punktów: l i l_1 , k i k_1 . ∞

SKLEPIENIE NIESYMETRYCZNIE OBCIĄŻONE.



- 1) Przyjęcie 3 punktów jak wyżej: VIII
- 2) Wykres oddziaływań W_1, W_2 dla obciążenia tylko lewej strony.
- 3) ———— "———— D_1, D_2 ———— "———— "———— prawej ————.
- 4) Złożenie obu obciążeń i oddziaływań częściowych; ślad K_1, K_2 i O_1 .
- 5) Wykres linii ciśnienia dla biegu na O_1 . ~

NAJNIEKORZYSTNIEJSZE OBCIĄŻENIE JEDNOSTRONNE



dla największego momentu w miejscu x_m będzie przy obciążeniu długości $l-z$. (D = dział obciążenia).

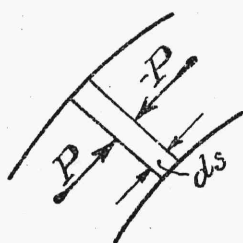
$$x_m = (0,23 \text{ do } 0,25) l.$$

Punkt D z konstrukcji jak na rysunku. ∞

PRAWO WINKLERA.

„Os' łuku jest zamykającą linią ciśnienia”, to znaczy: linja ciśnienia jest linią momentów, bo odstęp pionowy środka ciśnienia od osi jest proporcjonalny do momentu: $M = H \cdot \eta$. Os' łuku jest podstawą linii momentu. Moment = 0 w miejscach, gdzie linja ciśnienia dla danego obciążenia przecina os' łuku. Jeśli tam urządzimy przeguby, będą linje ciśnienia dla każdego obciążenia przechodziły przez przeguby; ustalimy w ten sposób tyle niewiadomych, ile przegubów. Łuk trójprzegubowy jest statycznie wyznaczalny, Łuk dwuprzegubowy - statycznie niewyznaczalny 1^o rzędu, Łuk bezprzegubowy - statycznie niewyznaczalny 3^o rzędu. ∞

ODKSZTAŁCENIE ŁUKU.



Pod działaniem siły osiowej P nastąpi skrócenie elementu ds :

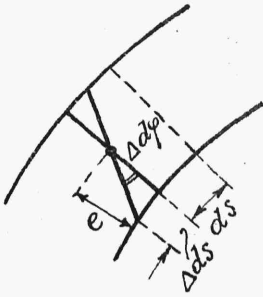
$$\frac{\Delta ds}{ds} = \frac{P}{EA} \text{ zatem:}$$

$$\Delta ds = \frac{P}{EA} ds. \infty$$

Pod działaniem momentu M obrót względny ścian elementu:

$$\frac{\Delta d\varphi}{ds} = \frac{M}{\epsilon J};$$

$$\Delta d\varphi = \frac{M}{\epsilon J} ds.$$



RYS. 98.

ŁUK DWUPRZEGUBOWY.

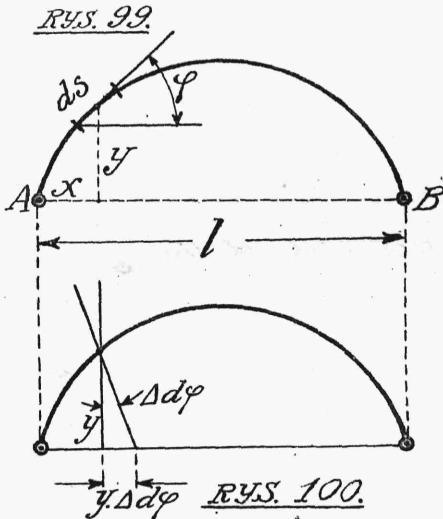
Wpływ siły podłużnej P na skrócenie cięgiwy AB :

$$\Delta_1 l = \int_0^l \Delta ds \cos \varphi = \int_0^l \frac{P}{\epsilon A} dx;$$

Wpływ momentu M na skrócenie cięgiwy:

$$\Delta_2 l = \int_0^l y \Delta d\varphi = \int_0^l \frac{M y ds}{\epsilon J}$$

$$\Delta l = \Delta_1 l + \Delta_2 l = \int_0^l \frac{P}{\epsilon A} dx + \int_0^l \frac{M y ds}{\epsilon J};$$



RYS. 100.

Opory stałe, $\Delta l = 0$, albo Δl zmierzone na budowie. Stąd 1 równanie dla wyznaczenia nie wiadomej $H \equiv P$ dla płaskich łuków.

ŁUK BEZPRZEGUBOWY.

Dla dowolnej cięgiwy r , rzut przesunięcia punktu A :

$$\delta_r = \int \frac{P}{\epsilon A} ds \cos \varphi_r + \int \eta \frac{M}{\epsilon J} ds.$$

kąt obrotu stycznej A :

$$\delta = \int d\Delta\varphi = \int \frac{M ds}{\epsilon J},$$

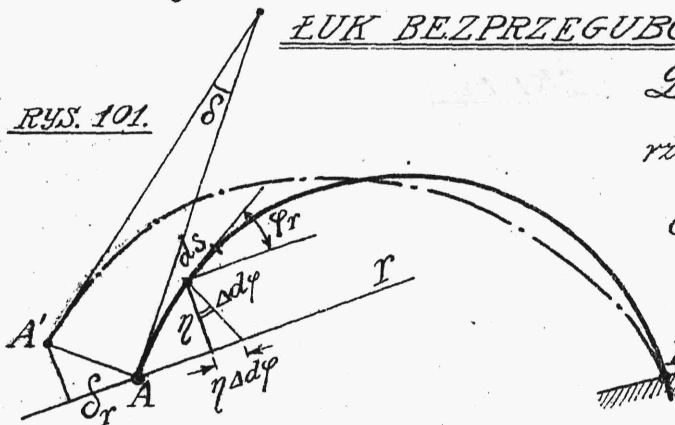
stąd 3 równania, dla 2

osi x i y oraz na kąt δ przy obu podporach statycznych:

$$\text{obrot } \delta = 0 \dots \dots \int_A^B \frac{M ds}{\epsilon J} = 0 \dots \dots 1)$$

$$\text{przesunięcie } \delta_x = 0 \dots \dots \int_A^B \frac{M y ds}{\epsilon J} - \int_A^B \frac{P}{\epsilon A} dx = 0 \dots \dots 2)$$

$$\text{przesunięcie } \delta_y = 0 \dots \dots \int_A^B \frac{M x ds}{\epsilon J} + \int_A^B \frac{P}{\epsilon A} dy = 0 \dots \dots 3)$$

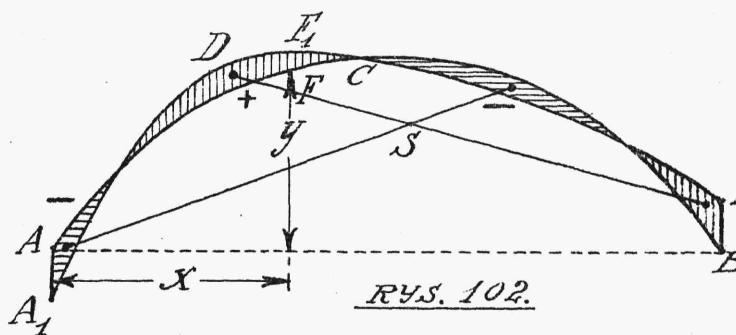


RYS. 101.

a z pominięciem wpływu siły podłużnej w przybliżeniu:

$$\int M dx = 0 \quad \int My dx = 0 \quad \int M_x dx = 0.$$

POŁOŻENIE PRAWDZIWEJ LINII CIŚNIENIA.



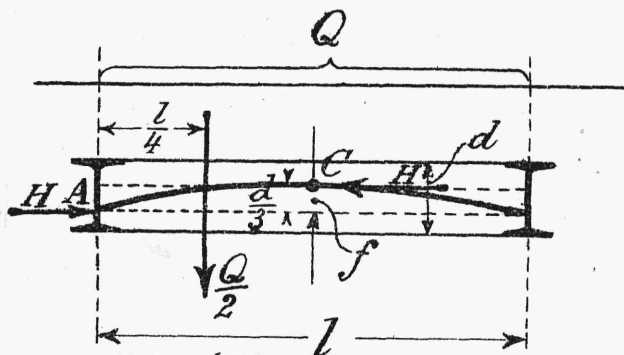
RYS. 102.

1) $\int M dx = 0$... suma powierzchni dodatnich = sumie pow. ujemnych między linią ciśnienia, a osią.

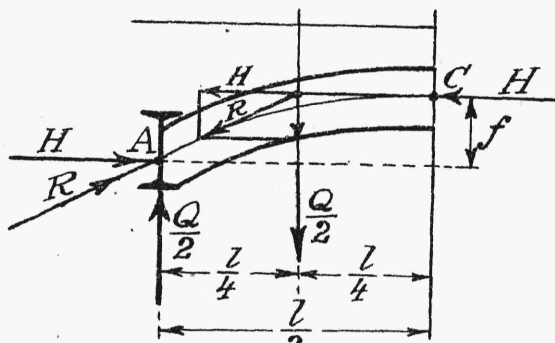
2) $\int My dx = 0$ } moment statyczny powierzchni ujemnych
 3) $\int M_x dx = 0$ } równa się momentowi statycznemu powierzchni dodatnich ze względu na oś x i y .

Jest to możliwe tylko przy 2 powierzchniach dodatnich i 2 pow. ujemnych; prawdziwa linia ciśnienia musi więc os' przecinać 3 razy.

SKŁEPIENIA I ŁĘKI PŁASKIE.



RYS. 103.



RYS. 104.

Dla równowagi sił na połowie sklepienia, około A:

$$\frac{Q}{2} \cdot \frac{l}{4} = H \cdot f \quad \text{stad:} \quad H = \frac{Ql}{8f} = \frac{3Ql}{8d} \quad (\text{bo } f = \frac{d}{3}).$$

najw. $\tau = \frac{2H}{d}$, stąd: $d = \frac{2H}{\tau}$;

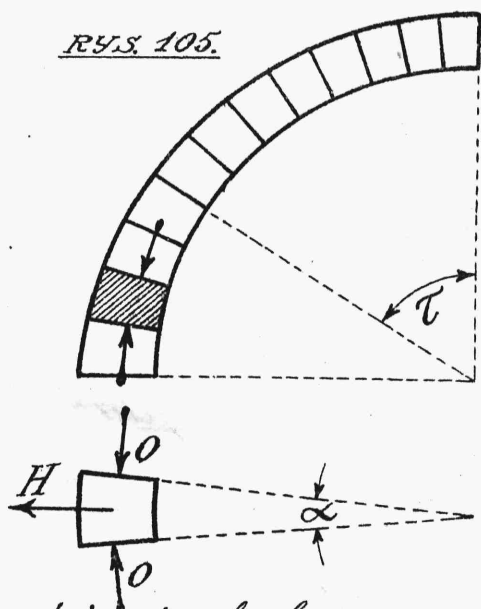
To samo wykreślenie - daje surowy sposób wyznaczenia H i R dla sklepień odcinkowych.

SKLEPIENIE KRZYŻOWE NAD KWADRATEM.

Powstaje przez przenikanie dwu kolebek równych pod kątem prostym. Bada się statycznie przez podział kolebek na paski niezależne i wykres linii ciśnienia dla największego paska. W paskach dalszych to samo H , więc powtarzają się części tej samej linii ciśnienia. Stąd działania ukośne pasków na zębro przekątne i linia ciśnienia w tem zębrze pod wpływem pasków obustronnych i dodanego ciężaru własnego zębra, przedłużona aż do filara narożnego. (Patrz część IV. tabl. 6).

SKLEPIENIE BANIASTE.

RYŚ. 105.

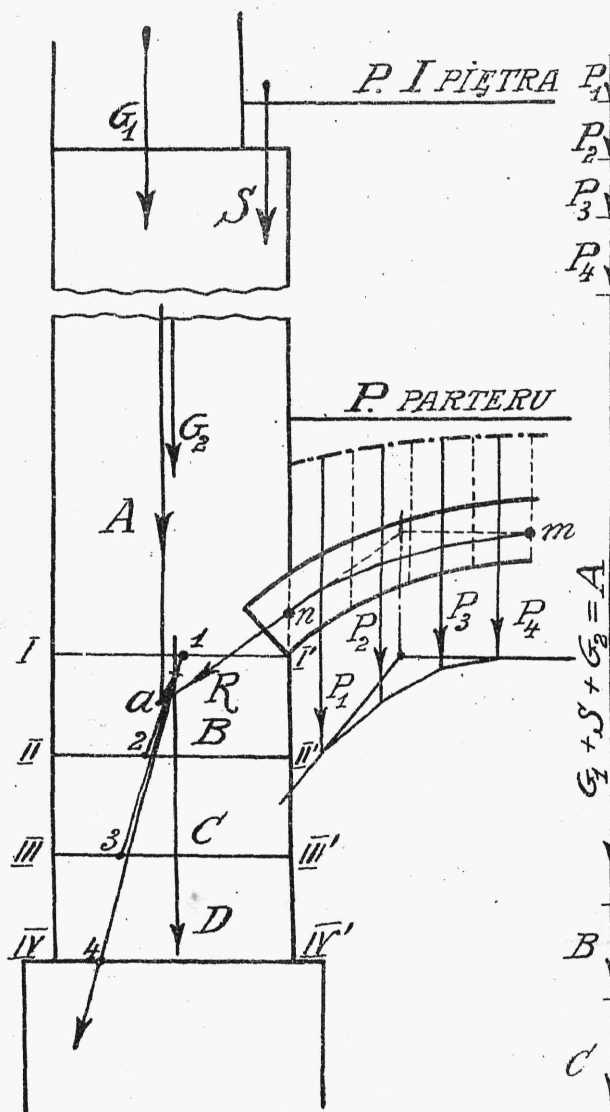


Dla utrzymania równowagi potrzebne są tu ciśnienia obwodowe O , działające na wycinek bani między dwoma południkami. Wyphatkowa H ciśnień

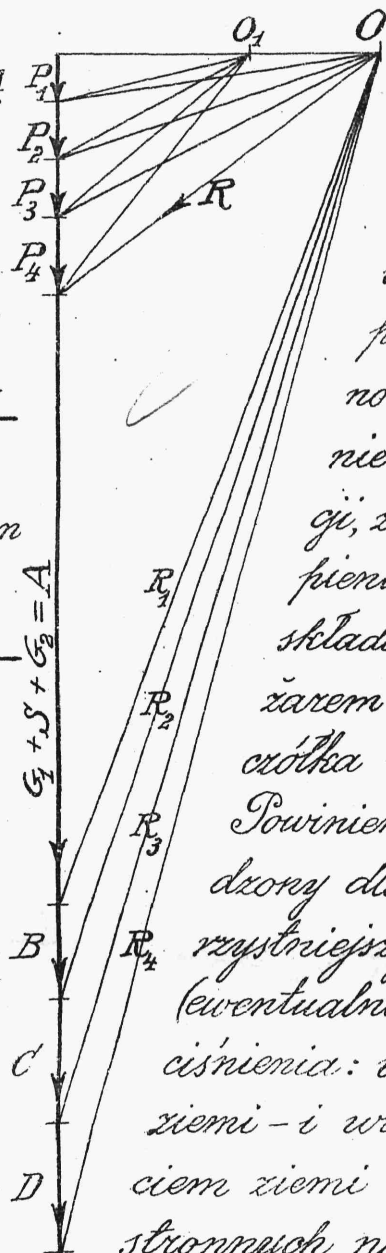
obwodowych wchodzi w wykres linii ciśnienia dla przekroju pionowego. W górnych pierścieniach bani są zawsze ciśnienia obwodowe;

w dolnych mogą wystąpić ciągnienia i potrzeba kotew pierścieniowych.

PRZYCZÓŁKI, FILARY I KOMINY.



RYS. 106.



RYS. 107.

Nykes linii
cisnienia

1.2.3.4 w przy-

czółku dla ko-

leżnych szwów

poziomych sta-

nowi przedtę-

nie tej konstruk-

cji, zaczętej w skle-

pieniu, a to przez

składanie R z cię-

żarem warstw przy-

czółka lub ściany.

Towinien być prowa-

dzony dla najnieko-

rzystniejszych obciążeń,

(ewentualnie 2 linie

cisnienia: bez parcia

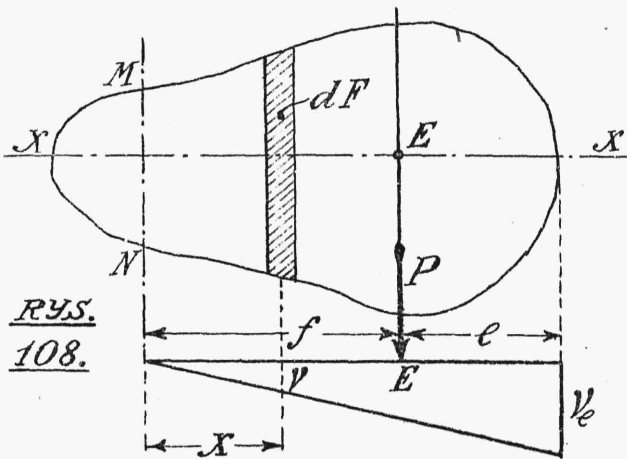
ziemi - i wraz z par-

ciem ziemi dla obu-

stronnych największych

wychyleń). Najniekorzystniejsze obciążenie dla filara, podpierającego dwa sklepienia: 1) jednostronne parcie sklepienia - albo 2) przy jednostronnem obciążeniu ruchomem, z drugiej strony tylko ciężar własny. Badanie 1) tylko dla filarów „grupowych” przy większych wiaduktach.

WYZNACZENIE NATEŻEŃ W FILARZE,
GDY PRZEKRÓJ NIE PRZENOSI CIĄGIENIA.



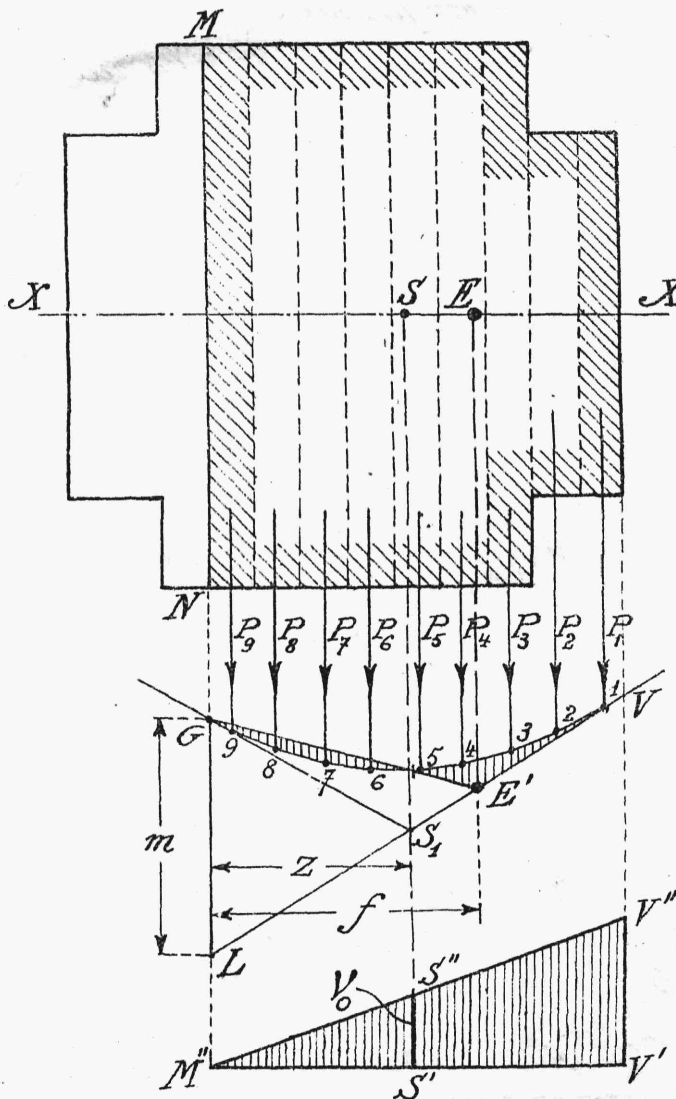
RYS.
108.

Na osi głównej niech
leży E - środek ciśnie-
nia; MN - os' obrotowa,
poza którą niema na-
teżeń. Warunki równo-
wagi:

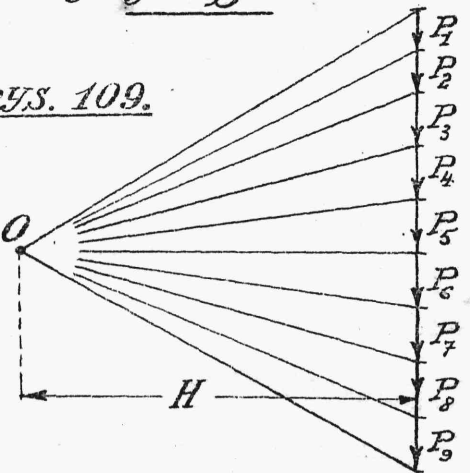
$$P = \int v dF = \alpha \int x dF = \alpha S$$

$$Pf = \int v x dF = \alpha \int x^2 dF = \alpha J$$

stąd: $f = \frac{J}{S}$;



RYS. 109.



Wykreslnie za po-
mocą linii wyrównu-
jącej GE' .

Dowód:

$$S = m \cdot H$$

$$J = 2F \cdot H \text{ (sposób MOHRA)}$$

$$\frac{J}{S} = \frac{2F}{m} = f, \text{ czyli:}$$

$$F = \frac{1}{2} m f.$$

Spóśób ten moŹe być uŹyty dla wyznaczenia osi obo-
jętnej przy danym śródku ciśnienia E , albo teŹ dla u-
szukania śródku ciśnienia przy danem połoŹeniu osi
obojętniej. ~

PRZEKRÓJ NIEREGULARNY. SIŁA P NIE DZIAŁA NA
OSI GŁÓWNEJ. Poleca się studjum całkowicie według
podręcznika Cz. II str. 99; skrócenie niemożliwe.

KOMINY FABRYCZNE.

OBCIĄŻENIA. 1) Ciężar własny: dla cegieł zwykłych 1600 kg_m
- " - " - promieniówek 1800 - "

2) Ciężar wiatru poziomy $W = 150 \text{ kg}$ na m płaszczyzny \perp do kierunku wiatru;
dla powierzchni zakrzywionej $W_1 = W \cdot \varphi$,
(dla kominów okrągłych $\varphi = 0,67$, osmio-
bocznych $\varphi = 0,71$). —

SKŁADANIE SIĘ dla kolejnych piętr trzona, podstawy i fundamentu, poczem wyznaczenie natężeń. Najw. natężenie na ciśnienie według rozpr. austr. min. handlu z r. 1902: dla muru z cegieł zwykłych 8 kg/cm^2 , z promiówek 12 kg/cm^2 . Natężenie dopuszczalne na ciągnięcie do 30 m. wysokości $T = 1,2 \text{ kg/cm}^2$,

dla $H > 30 \text{ m}$: $T = 1,2 - 0,05(H - 30) \dots \text{kg/cm}^2$

dla $H > 54$ m. ciagnienie u dołu niedopuszczalne

Prócz tego badanie statości komina: dwukrotna
pewność przeciw wywrótowi. Rozporządzenie pruskie
z r. 1902 przepisuje: oś obciążona natężeniem odcina
najwyżej połowę przekroju, dla $w = 125 \text{ kg/m}^2$.