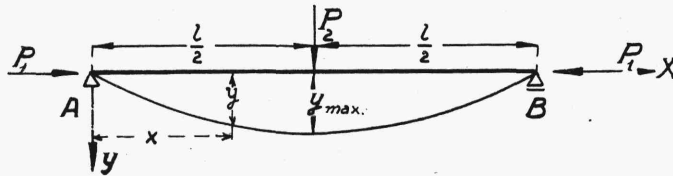


3. Jednoczesne zginanie i ściskanie (poza granicami ważności zasady superpozycji).

Przy rozpatrywaniu ściskania mimośrodowego uważaliśmy, że wygięcie słupa, powstające przy tego rodzaju ściskaniu, nie wpływa na sposób działania siły podłużnej.

Rozważymy teraz wypadek jednoczesnego zginania i ściskania w przypuszczeniu, iż nie możemy opierać się na zasadzie superpozycji.

Bierzemy pręt ściskany siłą P_1 i zginany siłą P_2 (rys. 191). Siła P_2



Rys. 191.

zaczepiona w środku pręta daje w poszczególnych przekrojach belki moment zginający $M'' = \frac{P_2}{2} x$.

Ugięcie y , spowodowane siłą P_2 , tworzy ramię momentu M' siły P_1 , czyli momentu $M' = P_1 \cdot y$.

Ogólne równanie odkształconej (210) przybiera w danym wypadku następującą postać:

$$EJ \cdot \frac{1}{\rho} = M' + M'' \quad (313)$$

We wzorze (313) kryje się pewna nieścisłość, polegająca na tem, iż wzór ten został wyprowadzony dla zginania pręta prostego (rozdz. VII), w danym zaś wypadku moment M' zaczyna działać dopiero wtedy, gdy moment M'' wywołał już pewne wygięcie pręta.

Pomimo to wzór (313) bywa często stosowany, głównie wskutek trudności połączonych z całkowaniem równań ściślejszych, i daje przeważnie wyniki dla celów praktycznych dostatecznie dobre.

Wstawiamy w równanie (313) zamiast momentów M' i M'' ich wartości oraz zamiast $\frac{1}{\rho}$ pochodną $\frac{d^2y}{dx^2}$, co stanowi zresztą nową nieścisłość.

Otrzymujemy w ten sposób dla współrzędnych rys. 191 i wobec $y > 0$, $yy'' < 0$, $y'' < 0$, że

$$EJ \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = - \frac{1}{2} P_2 x - P_1 y \quad (314)$$

Mamy więc do czynienia z równaniem różniczkowym typu:

$$y'' + k_1^2 y = -k_2 x \quad (315)$$

które ma następującą całkę ogólną:

$$y = C_1 \sin k_1 x + C_2 \cos k_1 x - \frac{k_2 x}{k_1^2} \quad (316)$$

Stałe całkowania C_1 i C_2 znajdujemy z warunku, że przy $x = 0$ również i $y = 0$, zaś przy $x = \frac{l}{2}$ $y' = \operatorname{tg} \varphi = 0$. W danym wypadku $k_1 = \sqrt{\frac{P_1}{EJ}}$,

$k_2 = \frac{P_2}{2EJ}$, ostatecznie więc otrzymujemy następujący wzór dla y :

$$y = \frac{P_2 \sin \left(x \sqrt{\frac{P_1}{EJ}} \right)}{2 P_1 \sqrt{\frac{P_1}{EJ}} \cos \left(\frac{l}{2} \sqrt{\frac{P_1}{EJ}} \right)} - \frac{P_2 x}{2 P_1} \quad (317)$$

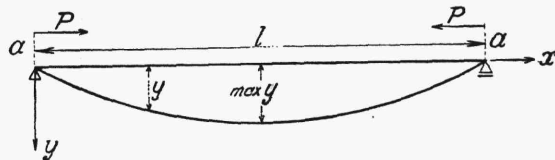
Ponieważ P_1 jest siłą wiadomą, zaś moment zginający M_x otrzymujemy ze wzoru:

$$M_x = \frac{P_2 x}{2} + P_1 \cdot y$$

możemy więc obliczyć naprężenia normalne (rzeczywiste) w dowolnym punkcie pręta ze wzoru:

$$\sigma = \frac{P_1}{A} \pm \frac{M_x}{W} \quad (318)$$

W razie, gdy siła P_1 skierowana jest nazewnątrz pręta, mamy do czynienia z jednoczesnem wyciąganiem i zginaniem, a więc w równaniu (314) należy zastąpić siłę P_1 przez siłę $-P_1$.



Rys. 192.

W razie, gdy pręt znajduje się pod działaniem jednej tylko siły P , zaczepionej z pewnym mi-
mośrodem a (rys. 192) wówczas zamiast równania (314) będziemy mieli równanie:

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M' = -P(a + y) \quad (319)$$

z którego w sposób analogiczny do poprzedniego otrzymamy, że

$$a + y = \frac{a}{\cos \frac{l}{2} \sqrt{\frac{P}{EJ}}} \quad (319')$$

poczem naprężenia wyznaczyć możemy z równania (318), przyjmując $M_x = P(a + y)$.

Kwestja naprężeń bezpiecznych dla powyższych wypadków wytrzymałości złożonej omówiona będzie w § 7 niniejszego rozdziału.

4. Wyboczenie sprężyste i niesprężyste prętów prostych.

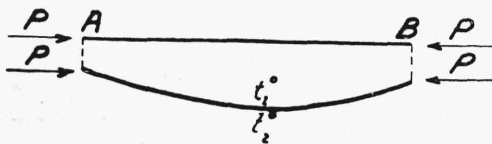
Wyboczeniem w języku potocznym bywa nieraz nazywane każde wogóle zniszczenie pręta prostego pod działaniem podłużnych sił ściskających, a więc i pod wpływem jednoczesnego zginania i ściskania. W mechanice budowli rozróżniamy dwa tylko rodzaje wyboczenia, znane pod nazwą wyboczenia sprężystego i wyboczenia niesprężystego.

Wyboczenie sprężyste polega na tem, że pręt sprężysty, pierwotnie prosty i ściskany siłami podłużnemi ściśle osiowemi, zakrzywiony pod działaniem pewnej wypadkowej przyczyny zewnętrznej, nie wraca po usunięciu tej przyczyny do swego kształtu prostolinjowego, o ile siła podłużna przekroczyła pewną wartość, zwaną siłą krytyczną. O ile siła ściskająca nie przekroczyła wartości krytycznej, wówczas, po usunięciu przyczyny zakrzywiającej, pręt staje się ponownie prostym.

Przyczyny, mogące wywołać zakrzywienie pręta ściskanego osiowo, mogą mieć bądź charakter dynamiczny, bądź też niedynamiczny. Mogą to więc być, z jednej strony, wstrząsy, małe uderzenia i inne podobne okoliczności, powodujące chwilowy mimośród sił podłużnych, z drugiej zaś strony, różne chwilowo występujące czynniki termiczne lub technologiczne. Damy tu przykłady występowania zjawiska wyboczenia w obydwóch tych wypadkach.

Pierwszy przykład:

Wyobraźmy sobie prosty pręt sprężysty, obciążony podłużnemi siłami wyciągającemi. Jeżeli boczną



Rys. 193.

powierzchnię takiego pręta ogrzejemy w sposób nierównomierny, to pręt może ulec zakrzywieniu, które jednak znika po wyrównaniu się temperatury w poszczególnych punktach jego powierzchni. Inaczej rzecz się będzie miała, o ile na pręt będą działały podłużne siły ściskające (rys. 193). W tym wypadku, mianowicie, zakrzywienie pręta, wywołane przez nierównomierny rozkład temperatury na jego po-

powierzchni. Inaczej rzecz się będzie miała, o ile na pręt będą działały podłużne siły ściskające (rys. 193). W tym wypadku, mianowicie, zakrzywienie pręta, wywołane przez nierównomierny rozkład temperatury na jego po-