

więc równanie (774) przybiera postać następującą:

$$\frac{\partial (V_1 + V_2)}{\partial X} = \frac{\partial V}{\partial X} = 0 \quad (776)$$

Równania (770) i (776) wyrażają, że dla równowagi konstrukcji powinno X występować takie, żeby V było minimum.

O maximum nie może tu być mowy, gdyż we wzorze (745) dla energii sprężystej współczynniki k i k_1 są z natury rzeczy dodatnie, wobec czego druga pochodna $\frac{d^2 V}{dP^2}$ musi tu być również dodatnią.

Równanie (770) lub (776) wyraża tak zwane twierdzenie Ménabréa'i, czyli twierdzenie o minimum energii sprężystej.

6. Zastosowanie równań energii sprężystej do obliczenia odkształceń i wielkości statycznie niewyznaczalnych.

Weźmy belkę swobodnie podpartą w dwóch punktach i obciążoną w środku siłą P (vid. rys. 147 i wzór 229).

Przyrównywując do siebie dwa wzory dla energii sprężystej, mianowicie, wzór ogólny (733) i wzór Clapeyron'a (744) otrzymujemy:

$$2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M^2 dx}{2 EJ} = \frac{1}{2} P \cdot y_{\max} \quad (777)$$

Wobec tego, że $M = \frac{P}{2} x$, mamy równanie następujące:

$$2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{M^2 dx}{2 EJ} = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{P^2}{4} \cdot \frac{x^2 dx}{2 EJ} = \frac{P^2 l^3}{96 EJ} = \frac{1}{2} P y_{\max} \quad (777')$$

skąd

$$y_{\max} = \frac{P l^3}{48 EJ}$$

Stosując do powyższego zadania równanie Castigliano'a, otrzymujemy:

$$y_{\max} = \frac{\partial V}{\partial P} = \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{P^2 l^3}{96 EJ} \right) = \frac{P l^3}{48 EJ} \quad (778)$$

Zastosujemy w dalszym ciągu twierdzenie Castigliano'a do wyznaczenia przesunięcia węzła 2 kratownicy, przedstawionej na rys. 372 w rozdz. XIV, 5.

Zakładamy narazie, że siły, działające w węzłach 2 i 4, nie są sobie równe, czyli, że P' nie równa się P'' .

W poszczególnych prętach kratownicy będą tu działały siły, wyrażające się wzorem:

$$S = Z' P' + Z'' P'' \quad (779)$$

w którym wielkości Z' i Z'' oznaczają siły w poszczególnych prętach wywołane przez siłę równą 1, zaczepioną odpowiednio w węźle 2 lub w węźle 4. Wielkości Z podane są w tablicy następującej:

pręt	Z'	Z''
12	— 0,866	— 0,289
13	+ 0,433	+ 0,145
23	— 0,289	+ 0,289
24	— 0,289	— 0,289
34	+ 0,289	— 0,289
35	+ 0,145	+ 0,433
45	— 0,289	— 0,866

Ustawiamy wzór dla energii sprężystej zawartej w kratownicy:

$$V = \frac{1}{2} \sum \frac{S^2 a}{EA} = \frac{1}{2} \sum \frac{(Z' P' + Z'' P'')^2 a}{EA} \quad (780)$$

Aby otrzymać przesunięcie pionowe węzła 2, wzór ten różniczkujemy względem P' :

$$v_2 = \frac{\partial V}{\partial P'} = \sum \frac{(Z' P' + Z'' P'') \cdot Z' a}{EA} \quad (780')$$

Zakładając tu $P' = P'' = P$, otrzymujemy, że

$$v_2 = 1,846 \frac{Pa}{EA}$$

O ile chcemy zastosować twierdzenie Castigliano'a do wyznaczenia ugięcia belki w takim punkcie, w którym nie jest zaczepiona żadna siła, wówczas zaczepiamy w punkcie tym przedewszystkiem dodatkową siłę Π i obliczamy energję sprężystą nagromadzoną w belce pod działaniem zarówno danego obciążenia, jak i nowej siły.

Otrzymane w powyższy sposób wyrażenie dla V , jako dla funkcji siły Π , różniczkujemy względem tej ostatniej, otrzymując w ten sposób, że

$$y_{\pi} = \frac{\partial V}{\partial \Pi}$$

Wreszcie we wzorze dla y_{π} zakładamy $\Pi = 0$ i w ten sposób dochodzimy do poszukiwanego ugięcia.

Przypuśćmy więc, iż chodzi nam o wyznaczenie ugięcia w końcu belki utwierdzonej i obciążonej momentem M (vid. rozdz. VII,5, rys. 144).

Zaczepiamy w końcu belki siłę Π i obliczamy ilość energii sprężystej nagromadzonej w belce pod działaniem momentu M i siły Π :

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{(M + \Pi x)^2}{EJ} dx \quad (781)$$

gdzie x oznacza odległość danego przekroju belki od jej końca.

Różniczkując wzór (781) względem Π , otrzymujemy:

$$y_{\max} = \frac{\partial V}{\partial \Pi} = \int_0^l \frac{(M + \Pi x)x}{EJ} dx = \frac{Ml^2}{2EJ} + \frac{\Pi l^3}{3EJ} \quad (781')$$

zakładając we wzorze tym $\Pi = 0$, dochodzimy do wzoru:

$$y_{\max} = \frac{Ml^2}{2EJ}$$

wyprowadzonego w rozdz. VII,5 (wzory 216).

Przypuśćmy teraz, że chodzi, o wyznaczenie obrotu końcowego przekroju belki w jednym końcu utwierdzonej, w drugim zaś obciążonej siłą P , (vid. rys. 143, str. 125).

Zaczepiamy do przekroju końcowego moment dodatkowy M_0 (jest to uogólniona siła Π dla uogólnionej współrzędnej φ) i obliczamy wielkość V :

$$V = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EJ} = \int_0^l \frac{(M_0 + Px)^2 dx}{2EJ} \quad (782)$$

Równanie Castigliano'a daje tu wzór następujący:

$$\varphi = \frac{\partial V}{\partial M_0} = \int_0^l \frac{(M_0 + Px) dx}{EJ} = \frac{M_0 l}{EJ} + \frac{Pl^2}{2 EJ} \quad (782')$$

skąd, zakładając $M_0 = 0$, otrzymujemy znany wzór 215 (rozdz. VII,5).

Sposób podobny do omówionego w poprzednim odcinku może być również zastosowany i wówczas, gdy chodzi o wyznaczenie przesunięcia takiego węzła kratownicy sprężystej, do którego nie jest zaczepiona żadna siła zewnętrzna.

Przypuśćmy więc, że chodzi o wyznaczenie pionowego przesunięcia węzła 3 kratownicy omówionej wyżej (rysunek 372 w rozdz. XIV,5) obciążonej dwiema siłami zaczepionymi w węzłach 2 i 4.

Zaczepiamy w węźle 3 siłę pionową II. Siły wywołane przez siłę II w poszczególnych prętach kratownicy otrzymamy, mnożąc przez II cyfry trzeciej rubryki tablicy na str. 392, wyrażające siły w prętach wywołane przez siłę I, zaczepioną w węźle 3. Siły wywołane w prętach kratownicy przez dwie siły P w węzłach 2 i 4 podane są w czwartej rubryce tablicy. W związku z powyższem energia sprężysta kratownicy wyrazi się wzorem:

$$V = \frac{2 \cdot (-0,58 II - 1,16 P)^2}{2EA} + \frac{2 \cdot (0,29 II + 0,58 P)^2}{2EA} + \\ + \frac{2 \cdot (-0,58 II - 0,58 P)^2}{2EA} + \frac{2 \cdot (0,58 II)^2}{2EA} \quad (783)$$

Po zróżniczkowaniu wzoru (783) względem II i po założeniu II = 0 w równaniu;

$$v_3 = \frac{\partial V}{\partial II} \quad (783')$$

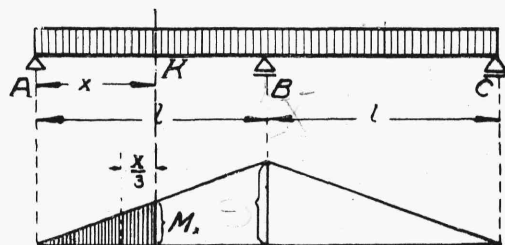
dochodzimy do wyniku otrzymanego w rozdz. XIV,5.

Twierdzenie Maxwell'a bezpośrednio może być wyzyskane np. do obliczenia linii wpływowej dla przesunięcia danego węzła (A) dowolnej kratownicy. W tym celu zaczepiamy do węzła A siłę I i wyznaczamy przesunięcia v_i^A innych węzłów kratownicy, umieszczając je na odpowiednim

wykresie. Otrzymany wykres będzie jednocześnie poszukiwaną linią wpływową, gdyż ciężar 1, zaczepiony kolejno do wszystkich węzłów kratownicy, wywołuje przesunięcia v_A^i węzła A równe tym, które ciężar 1 zaczepiony w węźle A wywołuje w odpowiednich węzłach (v_i^A)

Wyznaczamy sposobem Menabréa reakcję środkowej podpory belki symetrycznej ABC na trzech podporach, obciążonej w sposób ciągły i równomierny (rys. 402). Obliczamy ilość energii sprężystej, zawartej w konstrukcji, ze wzoru:

$$V = 2 \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EJ} \quad (784)$$



Rys. 402.

W danym wypadku moment M równa się:

$$M = \frac{qx}{2} (2l - x) - \frac{1}{2} Xx$$

gdzie x oznacza odległość pewnego przekroju od końcowej podpory, a X reakcję podpory środkowej.

Po wypełnieniu wzoru (784) i zcałkowaniu go otrzymujemy:

$$V = \frac{7}{15} q^2 l^5 - \frac{5}{24} Xq l^4 + \frac{X^2 l^3}{12} \quad (785)$$

Bierzemy pochodną funkcji (785) względem X i przyrównujemy ją do zera. Tą drogą otrzymujemy, że

$$\frac{\partial V}{\partial X} = -\frac{5}{24} q l^4 + \frac{X l^3}{6} = 0$$

skąd (por. rozdz. XI, 4, str. 213):

$$X = \frac{5}{4} q l$$

Rozwiązujemy dalej to samo zadanie, stosując twierdzenie Betti'ego.

Zastępujemy odrzuconą reakcją środkowej podpory przez niewiadomą siłę X i rozważamy dwa różne możliwe układy sił, działających na belkę.

Na pierwszy układ składa się siła X , zaczepiona w środku belki (punkt B), oraz nieskończenie wielka liczba nieskończenie małych sił $q dx$, zaczepionych każda w odległości x od swobodnej podpory belki A (punkty K).

Na drugi układ składa się jedna tylko siła $X = 1$, zaczepiona w punkcie B (rys. 402).

Obliczamy przesunięcia punktów zaczepienia sił pierwszego układu (B i K) pod działaniem siły drugiego układu, t.j. siły równej 1 i zaczepionej w punkcie B .

Ugięcie belki AC w punkcie B pod działaniem siły 1 zaczepionej w tym punkcie wyniesie:

$$y_B'' = \frac{1 \cdot (2l)^3}{48 EJ}$$

zaś odpowiednie ugięcie w punkcie K znajdziemy na podstawie metody momentów wtórnych ze wzoru:

$$y_K'' = \frac{\mathfrak{M}}{EJ}$$

Obciążenie wtórne ma tu kształt trójkąta (rys. 402), wobec czego:

$$y_K'' = \frac{l}{2EJ} \left(\frac{1}{2} lx - \frac{l}{6} \cdot \frac{x^3}{l^2} \right)$$

Praca sił układu pierwszego na przesunięciach układu drugiego wyrazi się wzorem:

$$\begin{aligned} L_{12} &= \sum y_K'' \cdot q dx + y_B'' \cdot X = \\ &= \int_0^l \frac{l}{EJ} \left(\frac{1}{2} lx - \frac{l}{6} \cdot \frac{x^3}{l^2} \right) q dx + \frac{X(2l)^3}{48 EJ} \end{aligned} \quad (786)$$

Przechodząc do wyznaczenia pracy sił drugiego układu na przesunięciach, odpowiadających siłom pierwszego układu, zauważamy, że praca ta równa się zeru, ponieważ przesunięcie punktu zaczepienia jedynej siły drugiego układu, mianowicie, siły 1 równa się zeru, gdyż punkt B w rzeczywistości nie może dać przesunięcia w kierunku pionowym. Tak więc mamy, że

$$L_{21} = 0$$

Ustawiając równanie Betti'ego (wzór 756), mamy, że

$$L_{12} = L_{21} = 0$$

skąd wyznaczamy X

Zastosowanie twierdzenia Betti'ego do obliczenia ramownic zobrazujemy na dwuprzegubowej ramie prostokątnej, przedstawionej na rys. 271 (rozdz. XII, 4, str. 260). Niech będzie rama obciążona w sposób ciągły i równomierny, przyczem przyjmujemy, że $h = l$ i że $J_s = J_b$. Zastępujemy prawą przegubową podporę D przez podporę przegubowo-przesuwną i zaczepiamy tu nieznaną siłę parcia poziomego $H = X$.

Za pierwszy układ sił przyjmujemy siły X i $q dx$, którym odpowiadają przesunięcia $u_D^I = 0$ (poziome) i y_x^I (pionowe).

Drugi układ sił będzie przedstawiała siła $H = 1$, której odpowiadać będą przesunięcia u_D^{II} i y_x^{II} .

Równanie $L_{12} = L_{21}$ przybiera tu następującą postać:

$$X \cdot u_D^{II} + \sum q dx \cdot y_x^{II} = 1 \cdot 0 + 0 \cdot y_x^I = 0 \quad (787)$$

Poziome przesunięcie punktu D ramy pod działaniem siły $H = 1$ wyznaczamy ze wzoru (455) z rozdz. XII, 4 (str. 253). Równa się ono:

$$u_D^{II} = \frac{l^3}{EJ} + \frac{2l^3}{3EJ} = \frac{5l^3}{3EJ}$$

Przesunięcie y_x^{II} , równe ugięciu poziomej belki ramy w pewnym jej punkcie pod działaniem siły $H = 1$, zaczepionej w punkcie D , otrzymujemy ze wzoru:

$$y_x^{II} = - \frac{M}{EJ} = - \frac{qx(l-x)}{2EJ} = - \frac{lx(l-x)}{2EJ}$$

gdzie $q = 1 \cdot l$ jest to równomierne obciążenie wtórne belki BC .

Równanie (787) przybiera ostatecznie następującą formę:

$$X \cdot \frac{5l^3}{3EJ} - \int_0^l \frac{lx(l-x)}{2EJ} q dx = 0 \quad (787')$$

skąd (por. rozdz. XII, 4, wzór 456):

$$H = \frac{ql}{20}$$

Aby to samo zadanie rozwiązać sposobem Menabréa'i ustawiamy, przedewszystkiem, wzory dla momentów zginających w poszczególnych prętach ramy.

Mamy więc:

dla słupów AB i CD : $M = -Xx$

dla belki BC : $M = \frac{qx}{2}(l - x) - Xl$

Wzór dla energii sprężystej przybiera tu, przy pominięciu działania sił podłużnych, następującą postać:

$$V = \frac{1}{2EJ} \int_0^l \left[\frac{qx}{2}(l - x) - Xl \right]^2 dx + \frac{1}{2EJ} \int_0^l X^2 x^2 dx \quad (788)$$

Po zcałkowaniu wzoru (788) i po zróżniczkowaniu go względem X , ustawiamy równanie linjowe:

$$\frac{dV}{dX} = 0$$

z którego wyznaczamy parcie poziome w ramie $H = X$.

Wyznaczamy sposobem Castigliano'a obrót końcowego przekroju pręta zakrzywionego, przedstawionego na rys. 301 (rozdz. XIII, str. 301), pod działaniem momentu M , zaczepionego do końca K . Skoro na pręt, poza momentem M , żadne zewnętrzne siły nie działają, to stałe $N=0$ i wzór (741) dla energii sprężystej pręta zakrzywionego przybiera w tym wypadku następującą postać:

$$V = \int_0^s \frac{M^2 ds}{2EJ}$$

Wobec tego, że $ds = r d\varphi$, mamy, że

$$V = \int_0^s \frac{M^2 ds}{2EJ} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M^2 r}{2EJ} d\varphi = \frac{M^2 \pi r}{4EJ}$$

Poszukiwany obrót będzie się wobec tego równał:

$$\frac{dV}{dM} = \frac{M\pi r}{2EJ} \quad (789)$$

Kratownice statycznie niewyznaczalne mogą być, poza sposobem podanym w rozdz. XIV,6, obliczane na podstawie twierdzenia Ménabréa'i i na podstawie twierdzenia Betti'ego.

Wracamy do przykładu, przedstawionego na rys. 375.

Odrzucamy pręt 34 i zastępujemy go przez dwie niewiadome siły X . Wówczas siły w poszczególnych prętach kratownicy wyrażą się wzorem:

$$S_i = S_i^P + Z_i \cdot X$$

Odpowiednie ich wartości bierzemy z ostatniej rubryki tablicy, podanej na str. 396. Dla energii sprężystej, zawartej w kratownicy, otrzymamy wobec tego wzór następujący:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \sum \frac{S_i^2 l}{EA} = \frac{1}{2} \sum \frac{(S_i^P + Z_i X)^2 l}{EA} = \\ &= \frac{l}{2EA} \cdot \left[2 \cdot 1,414 X^2 + 2 \cdot (1,414 P)^2 \cdot 1,414 + 2P^2 + \right. \\ &\quad \left. + 3 \cdot (-0,707 X + P)^2 + (-0,707 X - P)^2 \right] \end{aligned}$$

Równanie Ménabréa'i przybierze tu formę:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial X} &= \frac{l}{2EJ} \left[2 \cdot 2 \cdot 1,414 X - 6 \cdot 0,707 \cdot (-0,707 X + P) - \right. \\ &\quad \left. - 2 \cdot 0,707 \cdot (-0,707 X - P) \right] = 0 \quad (790) \end{aligned}$$

skąd mamy, że

$$X = 0,293 P$$

Równanie Betti'ego $L_{12} = L_{21}$ przybiera w danym wypadku postać następującą:

$$P \cdot v_3'' + P \cdot v_5'' + X \cdot v_{34}'' = -1 \cdot \Delta l_{34} \quad (791)$$

Siły P i X stanowią tu pierwszy układ sił, zaś dwie siły równe 1, zaczepione w węzłach 3 i 4 w kierunku 34, układ drugi.

Pozostałe wielkości, wchodzące w równanie, mają następujące znaczenie
 v_3^{II} i v_5^{II} oznaczają przesunięcia węzłów 3 i 5 w kierunku działania sił P ,
 wywołane siłami 1 (siły drugiego układu),

v_{34}^{II} oznacza zbliżenie się węzłów 3 i 4 pod działaniem tych samych
 sił 1.

Δl_{34} oznacza wydłużenie pręta 34, czyli rozsuniecie się węzłów 3 i 4
 pod działaniem sił P i X (siły pierwszego układu).

Przesunięcia węzłów kratownicy v_3^{II} , v_5^{II} , v_{34}^{II} wyznaczamy na podsta-
 wie wzoru (653) z rozdz. XIV,5

$$v_m = \sum \frac{Z_i S_i l_i}{EA_i}$$

Wielkości $S = S^P$, odpowiadające siłom P , wyznaczone już zostały
 na str. 396. W tablicy następującej podane są wielkości Z , odpowiadające
 zaczepieniu sił 1 w węzłach 3 i 5 w kierunku pionowym, siły Z odpowia-
 dające zaczepieniu sił 1 w węzłach 3 i 4 w kierunku 34, wreszcie siły S ,
 odpowiadające siłom X , zaczepionym w węzłach 3 i 4.

Nr. pręta	Z dla v_3^{II}	Z dla v_5^{II}	Z dla v_{34}^{II}	S dla sił X
12	— 0,943	— 0,471	0	0
13	0,667	0,333	0	0
23	1,000	0,000	— 0,707	— 0,707 X
24	— 0,333	— 0,667	— 0,707	— 0,707 X
25	— 0,471	0,471	1,000	X
45	0,333	0,667	— 0,707	— 0,707 X
46	— 0,471	— 0,943	0,000	0
56	0,333	0,667	0,000	0
35	0,667	0,333	— 0,707	— 0,707 X

Wstawiając cyfry z obydwóch omówionych tablic we wzory na prze-
 sunięcia, otrzymujemy:

$$v_3^{II} = - \frac{1,844 l}{EA} \quad v_5^{II} = \frac{0,467 l}{EA} \quad v_{34}^{II} = \frac{3,414 l}{EA}$$

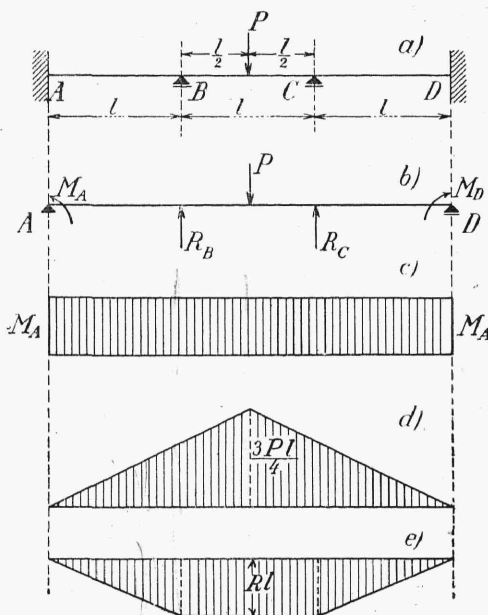
Ponieważ $\Delta l_{34} = \frac{1,414 X l}{EA}$, więc ostatecznie wzór (791) przybierze następującą postać

$$- \frac{1,844 Pl}{EA} + \frac{0,471 Pl}{EA} + \frac{3,414 X l}{EA} = - \frac{1,414 X l}{EA} \quad (791')$$

skąd $X = 0,293 P$.

Zastosujemy wreszcie twierdzenie Ménabréa'i do obliczenia belki ciągłej o końcach utwierdzonych (rys. 403a). Za wielkości statycznie niewyznaczalne przyjmujemy tu momenty podporowe $M_A = M_D$ i dwie reakcje pionowe podpór przesuwnych $R_B = R_C$, przy czym odpowiedni statycznie wyznaczalny schemat zastępczy przedstawiony jest na rys. 403b. Wykresy momentów zginających, powstających w belce AD pod działaniem momentów M_A , siły P i sił R , przedstawione są odpowiednio na rysunkach 403c, d i e.

Na podstawie tych wykresów wzór dla energii sprężystej układu przybiera postać następującą



Rys. 403.

$$V = \int \frac{M^2 dx}{2 EJ} = \int_0^l \frac{\left(M_A + Rx - \frac{P}{2} x \right)^2 dx}{EJ} + \\ + \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{\left(M_A + Rl - \frac{P}{2} l - \frac{Px_1}{2} \right)^2 dx_1}{EJ}$$

gdzie x i x_1 oznaczają odpowiednio odległości pewnego przekroju przęśła AB lub BC od podpory A lub B .

Wielkości statycznie niewyznaczalne M_A i R obliczamy z układu dwóch następujących równań, wyrażających w danym wypadku twierdzenie Ménabréa'i:

$$\frac{\partial V}{\partial M_A} = 0 \quad \frac{\partial V}{\partial R} = 0$$

Po zróżniczkowaniu więc wyrażenia dla energii sprężystej odpowiednio względem M_A i R otrzymujemy:

$$\int_0^l \left(M_A + Rx - \frac{P}{2} x \right) dx + \int_0^{\frac{l}{2}} \left(M_A + Rl - \frac{P}{2} l - \frac{Px_1}{2} \right) dx_1 = 0$$

$$\int_0^l \left(M_A + Rx - \frac{P}{2} x \right) x dx + \int_0^{\frac{l}{2}} \left(M_A + Rl - \frac{P}{2} l - \frac{Px}{2} \right) l dx = 0$$

co odpowiada równaniom:

$$24 M_A + 16 Rl - 9 Pl = 0$$

$$48 M_A + 40 Rl - 23 Pl = 0$$

z których otrzymujemy:

$$R = \frac{5}{8} P \quad M_A = \frac{1}{24} Pl$$

Do tych wyników stosunkowo prędzej dojść możemy, postępując w myśl wskazówek podanych w rozdz. XI,7, t. j. ustawiając równanie trzech momentów dla podpór A, B, C oraz równanie

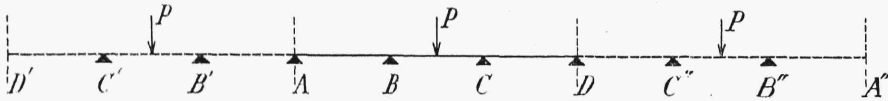
$$\varphi_A = 0$$

Równania te przybrałyby w danym wypadku postać:

$$M_A \cdot l + 2 M_B (l + l) + M_C \cdot l = -6 \frac{Pl^2}{16}$$

$$\frac{l}{6 EJ} (2 M_A + M_B) = 0$$

Ostatnie z tych dwu równań moglibyśmy również ustawić i drogą uzupełnienia belki ciągłej do symetrii względem przekrojów utwierdzenia podług rys. 404, co jest możliwe dlatego, że zarówno przed wspomnianem



Rys. 404.

uzupełnieniem, jak i po niem, przekroje A i D nie będą się tu obracały. Ustawiając równania trzech momentów dla podpór B' , A i B i mając na uwadze, że ze względów symetrii $M_{B'} = M_B$, otrzymujemy, jak poprzednio:

$$2 M_A + M_B = 0$$

Z przytoczonych przykładów wynika, że do zastosowania poszczególnych twierdzeń o energii sprężystej trzeba uprzednio wykonać szereg obliczeń przygotowawczych, w większości wypadków identycznych prawie z temi, które prowadzą do obliczenia odkształceń lub wielkości statycznie niewyznaczalnych bezpośrednią drogą geometrycznego dodawania odkształceń. Równania dotyczące energii sprężystej pozwalają na zwięzłe ujęcie i wyłożenie różnych rodzajów obliczeń statycznych, jednak oparte na nich obliczenia pozbawiają okazji do przemyślenia odkształceń danej konstrukcji.

7. Energia sprężysta a praca sił zewnętrznych.

Zaczepiamy do pręta w dostateczny sposób podpartego siłę P . Gdyby siła ta wzrastała do swej wartości ostatecznej w sposób ciągły i powolny, poczynając od zera, wówczas przesunięcie punktu jej zaczepienia wzrastałoby bez drgań do swej największej wartości v . Jeżeli jednak siła P posiada wartość niezmienną skończoną, zaczepienie jej wywołać musi wahanie punktu zaczepienia około pewnego położenia równowagi, które się ostatecznie ustali, jako odpowiadające danej sile (por. rozdz. I, 5 i XVII, 1).