

równaniu (618). Ponieważ zmienność kratownicy może być w warunkach zagadnień praktycznych łatwo dostrzeżona, niedostateczność warunku (618) nie nastęrcza większych niedogodności. Istnieje zresztą metoda ścisła, pozwalająca wykazać zmienność geometryczną kratownic w sposób ścisły i ogólny¹⁾.

2. Metody obliczania kratownic statycznie wyznaczalnych.

Analityczna metoda zrównoważenia węzłów polega na rozpatrywaniu każdego węzła kratownicy, jako oddzielnego, znajdującego się w stanie równowagi, punktu materialnego, i na ustawieniu dla niego dwóch równań równowagi (vid. rozdz. II, 6):

$$\Sigma X = 0 \quad \Sigma Y = 0 \quad (621)$$

Jak było powiedziane w paragrafie poprzednim, liczba równań (621) dla całej kratownicy odpowiada liczbie niewiadomych sił w prętach. Podobny sposób obliczenia, w schemacie swym bardzo prosty, nastęrcza jednak znaczne trudności rachunkowe. Nadaje się on częściowo do wyznaczenia linii wpływowych dla bardziej złożonych kratownic.

Z równań (621) wynika między innymi, że gdy w danym węźle, bezpośrednio nieobciążonym, spotykają się dwa pręty położone na jednej prostej, trzeci zaś pręt jest do nich nachylony, to siła w tym ostatnim równa się zeru.

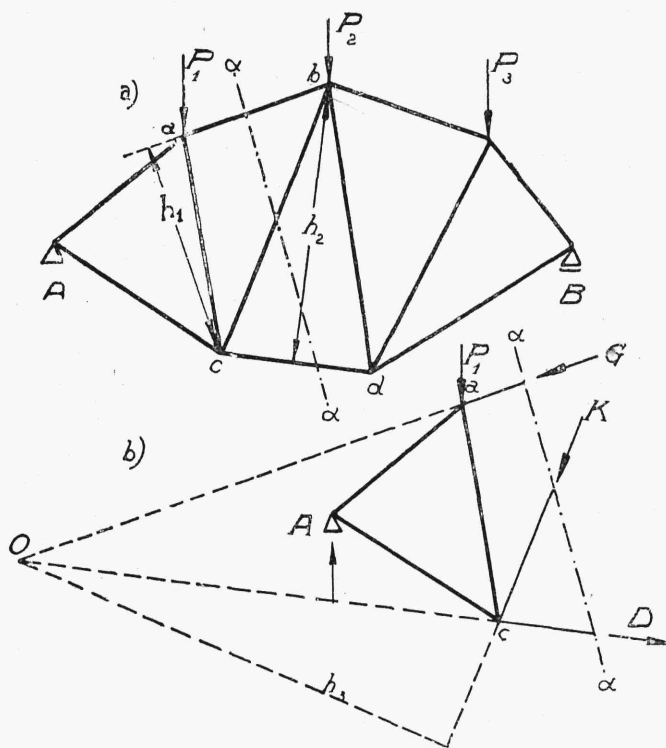
Wykreślna metoda zrównoważenia węzłów polega na zamykaniu wieloboków sił dla każdego węzła kratownicy. Połączenie wieloboków, dotyczących poszczególnych węzłów w jeden wykres daje plan Cremona'y (rozd. II, 6). Użycie sposobu Cremona'y jest najwłaściwsze, gdy chodzi o kratownice obciążone dużą liczbą sił stałych (np. kratownice dachowe lub jazowe) i gdy chodzi o wyznaczenie sił we wszystkich prętach kratownicy. Koniecznem jest tu, aby był w kratownicy jeden chociaż węzeł, w którym zbiegałyby się tylko 2 pręty.

¹⁾ Vid. np. F. Jasiński „Statika sooruzenij“, 1902, oraz O. Mohr, op. cit.

Metoda Culmann'a, opisana już wyżej, nadaje się wtedy, gdy chodzi o wyznaczenie sił tylko w jednym lub w paru prętach wewnątrz kraty (vid. rozdz. II, 6).

Metoda momentów (Ritter'a) polega na następującem.

Robimy w kratownicy, przedstawionej na rys. 340a, przekrój zz przez pręty ab , cb i cd i rozpatrujemy warunki równowagi lewej odciętej części



Rys. 340.

kraty pod działaniem sił zewnętrznych, zaczepionych do tej części (A i I'_1), i sił G , K i D w rozciętych prętach (rys. 340b). Przypuśćmy, że M_1 jest to moment sił zewnętrznych (łącznie z reakcją podpory) względem punktu c , wówczas równanie momentów dla części kraty na lewo od przekroju zz przybiera postać następującą:

$$\Sigma M = G \cdot h_1 - M_1 = 0$$

stąd

$$G = \frac{M_1}{h_1} \quad (622)$$

W ten sam sposób dla pręta D otrzymujemy:

$$D = \frac{M_2}{h_2} \quad (623)$$

gdzie M_2 oznacza prawokrętny moment sił, działających na lewą część kratownicy względem punktu b , zaś h_2 oznacza odległość tego punktu od pręta cd (rys. 340). W pasie G mamy siły ściskające, w D zaś wyciągające, co wynika z przyjętych na rysunku kierunków sił.

Momenty M_1 i M_2 są to momenty zginające belki AB w punktach c i b . Kierunek przekroju aa jest tu obojętny.

Aby wyznaczyć siły w krzyżulcu K (rys. 340a i b), znajdujemy moment sił działających na lewą część belki względem punktu O przecięcia się osi pasów w przedziale $abdc$ (tak zwany punkt Ritter'a). Tą drogą otrzymujemy, że:

$$K = \frac{M_3}{h_3} \quad (624)$$

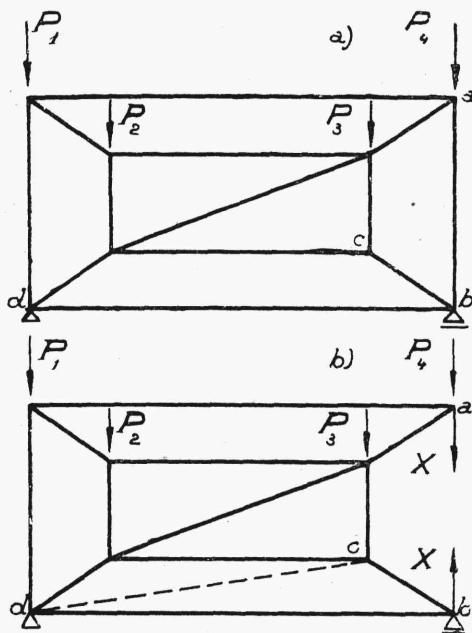
Moment M_3 równy jest algebraicznej sumie momentów reakcji podpory A i sił, działających na lewą część kraty, względem punktu O .

Jeżeli moment ten będzie obracał lewą część kratownicy na lewo, moment $K \cdot h_3$ musi obracać ją na prawo, skąd otrzymujemy, że siła K musi działać ku węzłowi c , czyli, że pręt cb będzie ściskany.

Sposób Ritter'a bywa z pożytkiem stosowany przy wyznaczeniu linii wpływowych, o ile nie natrafia na trudności przeprowadzenie przekroju aa , przecinającego tylko trzy pręty kratownicy.

Metoda wymiany prętów (Henneberg'a) bywa stosowana wtedy, gdy w kratownicy statycznie wyznaczalnej ani nie podobna znaleźć węzła, w którymby się zbiegały dwa tylko pręty, ani też nie podobna przeprowadzić przekroju, przechodzącego tylko przez trzy pręty. Takiej kratownicy nie można obliczyć zapomocą żadnej z metod powyższych. Wypadek taki

przedstawiony jest na rys. 341, gdzie kratownica jest statycznie wyznaczalna.



Rys. 341.

Aby uzyskać węzeł, w którym zbiegają się dwa tylko pręty, usuwamy tu pręt ab , poczem węzeł a będzie czynił zadość temu warunkowi.

Ponieważ po odrzuceniu pręta ab układ staje się geometrycznie zmiennym, dodajemy pręt cd , aby układ znowu uczynić niezmiennym (rys. 341b). W przekształconej w ten sposób kratownicy możemy wyznaczyć wszystkie siły w prętach np. sposobem Cremona'y.

Odrzucony pręt ab zastępujemy przez działanie dwóch sił równych X i zaczepionych w węzłach a i b . Nowa kratownica będzie więc miała schemat obciążenia, przedstawiony na rys. 341b. Przy takim obciążeniu wyznaczamy siłę, działającą we wstawionym pręcie dc . Siła ta składa

się będzie z siły S_{cd}^P , wywołanej przez bezpośrednie obciążenie zewnętrzne P , i z siły, wywołanej w tym pręcie przez siłę X . Ponieważ siła powstająca w pręcie dc pod działaniem siły X nie jest wiadoma, przyjmujemy narazie, że $X = 1t$, wyznaczamy zaś w tych warunkach dla pręta cd działającą w nim siłę Z , mnożymy ją przez X , gdyż siła w danym pręcie kratownicy jest proporcjonalna do wywołującego ją obciążenia. Ostatecznie otrzymujemy, że siła w pręcie cd równać się będzie:

$$S_{cd} = S_{cd}^P + Z_{cd} \cdot X \quad (625)$$

Wobec tego, iż w rzeczywistości kratownica wcale pręta cd nie posiada, siła S_{cd} otrzymana dla tego pręta musi być równa zero, skąd otrzymujemy równanie:

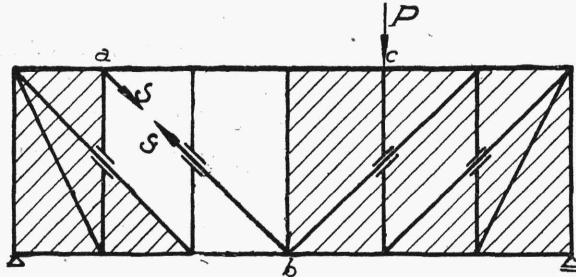
$$S_{cd}^P + Z_{cd} \cdot X = 0 \quad (626)$$

z którego wyznaczamy siłę X , działającą w pręcie ab .

Metoda wymiany może dotyczyć dowolnej liczby prętów kratownicy.

Metoda kinematyczna oparta jest na równaniu prac wirtualnych.

Przypuśćmy, że mamy kratę, przedstawioną na rys. 342 i że chodzi nam o wyznaczenie siły S , działającej w pręcie ab . Mamy tu do czynienia z kratownicą statycznie wyznaczalną (dwukrzyżulcową). Dla obliczenia jej rozcinamy pręt ab i zaczepiamy do niego dwie równe sobie siły S .



Rys. 342.

Po rozcięciu pręta ab kratownica stała się geometrycznie zmienną a punkty a, b i punkt zaczepienia siły P uległy przesunięciu. Jeżeli dowolne lecz związane ze sobą warunkami geometrycznymi przesunięcia poszczególnych punktów kratownicy oznaczmy odpowiednio przez c_1, c_2 i c_3 , to praca wirtualna, wykonana przez siły S i P , będzie odpowiednio równa Sc_1, Sc_2 i Pe_3 , o ile kierunki przesunięć odpowiadają kierunkom sił.

W myśl zasady prac wirtualnych (inaczej prac przygotowanych, możliwych), w razie równowagi, suma prac, wykonanych przez wszystkie siły, zaczepione do danego układu, na nieskończenie małych przesunięciach z położenia równowagi, musi być równa zero. Ponieważ zaś pod działaniem sił S i P kratownica musi być w równowadze, mamy tu więc, że:

$$Sc_1 - Sc_2 - Pe_3 = 0 \quad (627)$$

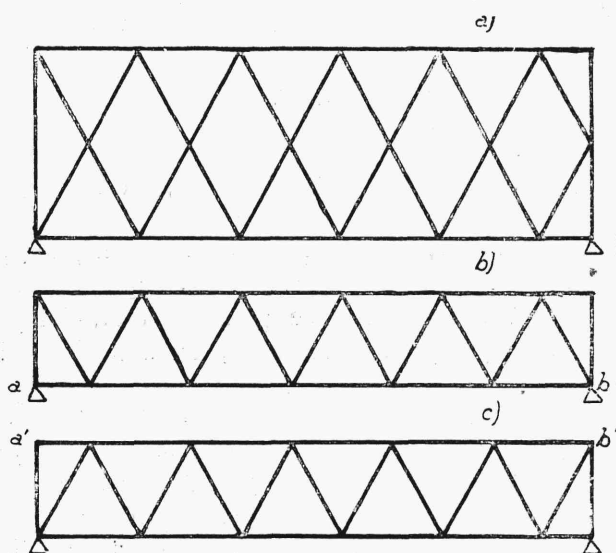
stąd dla siły w pręcie ab otrzymujemy:

$$S = \frac{P c_3}{c_1 - c_2} = \frac{P}{\left(\frac{c_1}{c_3}\right) - \left(\frac{c_2}{c_3}\right)} \quad (628)$$

Ponieważ w równanie (628) wchodzi tylko stosunki poszczególnych przesunięć, nie zaś same przesunięcia, przyjmujemy więc dla jednego z przesunięć wartość dowolną, pozostałe zaś otrzymujemy z planu przesunięć lub ściślej z planu prędkości.

Metoda powyższa posiada cechy największej ogólności, tak iż została ona zastosowana i do obliczenia kratownic statycznie niewyznaczalnych.

Wreszcie w niektórych wypadkach dogodnym jest rozłożenie kraty na szereg krat składowych. Dotyczy to przede wszystkim krat dwukrzyżulcowych i wielobocznych. O ile są one statycznie wyznaczalne, to mogą być rozłożone na szereg układów prostszych, z których każdy jednak musi być statycznie wyznaczalny i geometrycznie niezmienny, gdyż tylko w tym wypadku kraty składowe mogą pracować niezależnie od siebie. Siły w prętach mogą być dla każdego z takich układów obliczone oddzielnie oraz dla każdego pręta do siebie dodane. Na rys. 343abc podana jest tak zwana kratownica Dietz'a (dwukrzyżulcowa bez słupów) i roz-



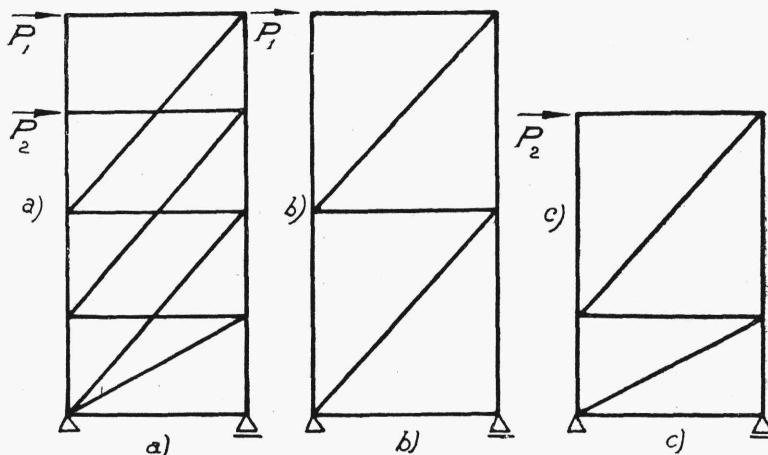
Rys. 243.

dzielenie jej na dwa układy. Pas dolny w kratce na rys. 343b i górny na rys. 343c mogą mieć w obydwóch układach siły równe, co do wartości bezwzględnej, i różne, co do znaków, wobec czego nieobecność tego pasa w układzie głównym nie przeczy obecności jego w układach zastępczych.

Inny przykład rozłożenia danej kraty na kraty prostsze jest przedstawiony na rys. 344abc.

Sposób rozkładania krat złożonych na układy prostsze bywa nieraz stosowany i w razie układów statycznie niewyznaczalnych i w takich wypadkach, gdzie układy składowe są geometrycznie zmienne, np. w zwy-

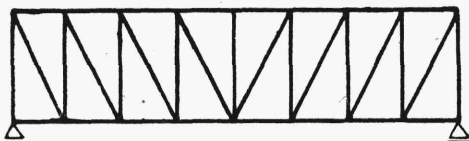
czajnej kratownicy dwukrzyżulcowej (rys. 342). W tych wypadkach nie możemy jednak oczekiwać rezultatów ścisłych.



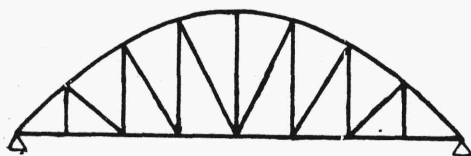
Rys. 344.

3. Ważniejsze typy kratownic.

Istnieją typy kratownic, które w równej mierze znajdują zastosowanie we wszystkich dziedzinach budownictwa. A więc np. kratownice o pasach równoległych, lub też o jednym pasie prostym, a drugim parabolicznym spotykamy zarówno w pokryciach budynków, jak w mostach i budowlach wodnych (345 i 346).



Rys. 345.



Rys. 346.

Inne typy kratownic nadają się jednak wyraźnie do jednego tylko rodzaju budowli, wobec czego rozróżniamy kratownice dachowe, mostowe i jazowe.

Kratownice dachowe przedstawione są na rysunkach 347 — 351. Typ przedstawiony na rys. 347 zwykle bywa nazywany niemieckim. Typ rys. 348 nosi miano kratownicy Polonceau. Typ rys. 349 bywa nazywany angielskim. Na rys. 350

przedstawiony jest typ belki kratowej o kształcie łuku sierpowego. Wreszcie na rys. 351 mamy kratownicę o kształcie łuku, ściągniętego szeregiem cięciw.

Na przestrzeni między węzłami przeważnie mamy w kratownicach pasy proste, gdyż w zakrzywionych powstają dodatkowe naprężenia zgina-