

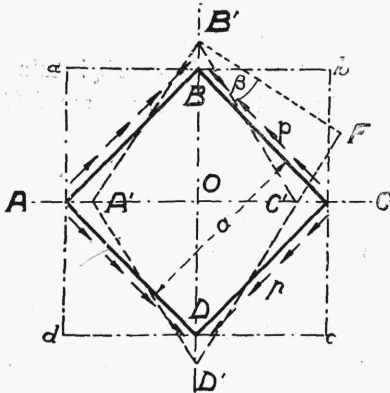
## RÓZDZIAŁ VI.

# Napężenia i odkształcenia przy przesuwaniu, ściananiu i skręcaniu.

### 1. Przesuwanie i zależność między współczynnikami sprężystości $E$ i $G$ .

Przesuwaniem nazwaliśmy (rozd. I, 3) rodzaj odkształcenia, przedstawiony dla pręta pryzmatycznego na rys. 5. Prostokąt  $abdc$  przekształca się tu w równoległobok  $a'b'dc$ , przyczem pole równoległoboku pozostaje równe polu prostokąta. Odcinek  $bb'$  nazywamy przesunięciem,

a kąt  $\beta = \arctan \beta = \frac{bb'}{bd}$  przesunięciem jednostkowym.



Rys. 103.

Podobny rodzaj odkształcenia może powstać jedynie pod działaniem na boki prostokąta (ściany graniastostupa) równomiernie rozłożonych sił jednostkowych stycznych (rys. 103). Ponieważ taki rodzaj obciążenia pręta nie miewa naogół miejsca, więc z przesuwaniem samoistnem w praktyce inżynierskiej naogół nie mamy do czynienia, spotykamy się z niem natomiast pod postacią tak zwanego zjawiska ścianania lub też przy skręcaniu prętów. Po-

zatem przesuwanie odgrywa nader ważną rolę w zjawisku zginania belek.

Zależność między naprężeniami stycznymi a przesunięciami jednostkowymi nie została dostatecznie wyczerpująco zbadana bezpośrednio.

Przyjęto jednak naogół uważać, iż panuje tu, analogicznie do prawa Hooke'a, zależność:

$$\tau = G \cdot \beta \quad (144)$$

gdzie  $\tau$  oznacza naprężenie styczne, zaś  $G$  współczynnik sprężystości przy przesuwaniu. Współczynnik  $G$  wyznaczamy zwykle doświadczalnie na podstawie prób na skręcanie.

Ponieważ zarówno współczynnik  $G$  jak i  $E$  są wielkościami stałymi dla danego materiału, to ustalenie zależności między nimi może nastąpić na podstawie jakiegoś wypadku szczególnego, łatwego do obliczenia.

Rozważamy więc wypadek szczególny, gdy na graniastosłup o przekroju kwadratowym (rys. 103) działają stycznie do jego ścian siły jednostkowe  $p$ , skierowane w sposób uwidoczniiony na rysunku.

Pod działaniem sił  $p$  proste kąty  $ABC$ ,  $BCD$  i t. d. ulegną zmianie, wobec czego kwadrat  $ABCD$  przybierze kształt ukośnika  $A'B'C'D'$ .

Kąt przesunięcia jednostkowego  $\beta$  charakteryzuje w danym przypadku wzajemne nachylenie się dwóch ścian danego graniastosłupa (w danym razie ścian  $AB$  i  $BC$ ) i będzie tu równy kątowi  $FB'C'$ , wskutek czego kąt

$$\angle OB'C' = \frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}.$$

Z rysunku 103 wynika, że

$$\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2} \right) = \frac{OC'}{OB'} \quad (145)$$

Ponieważ po odkształceniu długość włókna  $AC$  zmniejszyła się i stała się równą  $A'C'$ , zaś włókno  $BD$  uległo wydłużeniu i stało się równem  $B'D'$ , możemy więc ustawić zależność następującą:

$$\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2} \right) = \frac{OC(1 - \epsilon)}{OB(1 + \epsilon)} = \frac{1 - \epsilon}{1 + \epsilon} \quad (146)$$

gdzie  $\epsilon$  jest to wydłużenie jednostkowe danego materiału.

Z drugiej strony mamy, że

$$\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2} \right) = \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} = \frac{1 - \frac{\beta}{2}}{1 + \frac{\beta}{2}} \quad (147)$$

Porównanie wzorów (146) i (147) daje, że

$$\frac{1 - \frac{\beta}{2}}{1 + \frac{\beta}{2}} = \frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon} \quad (148)$$

czyli, że wobec znanych własności stosunków geometrycznych,

$$\beta = 2\varepsilon \quad (149)$$

Rozkładamy siły  $p$  na kierunki równoległe do przekątnej kwadratu i znajdujemy naprężenia normalne do płaszczyzn tych przekątni. Otrzymamy ( $a$  oznacza tu długość boku kwadratu) dla przekątnej  $AC$  naprężenie wyciągające

$$\sigma = \frac{2ap \cdot \cos 45^\circ}{2a \cdot \cos 45^\circ} = p \quad (150)$$

a dla przekątnej  $DB$  naprężenie sciskające —  $p$ .

Taki sam stan naprężeń miałby miejsce, gdybyśmy mieli do czynienia z kwadratem  $abcd$  (rys. 103, linie punktowane), obciążonym wzdłuż boków siłami  $p$  i  $-p$  do boków tych prostokątami. W tym wypadku na podstawie wzorów (133) i (134) mielibyśmy:

$$\varepsilon = \frac{p}{E} \cdot (1 + \mu) \quad (151)$$

Stąd na podstawie równań (144) i (149) i wobec tego, że w danym razie  $\tau = p$ , mamy:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (152)$$

Gdy  $E$  zostało wyznaczone doświadczalnie,  $G$  można obliczyć ze wzoru (152). Przy  $\mu = 0,25$  współczynnik  $G$  równa się  $0,4 E$ . Naodwrot, znając wielkości  $E$  i  $G$  z doświadczeń, możemy ze wzoru (152) wyznaczyć liczbę  $\mu$ .

## 2. Ścinanie połączeń nitowych i drzewnych,

Wobec tego, że ściśle obliczenie naprężeń w nitach oraz w częściach połączeń drzewnych natrafia na wielkie trudności, przyjęto tu ogólnie schę-