

znajdujemy, iż siły P_1 i P_2 wywołują na podporze moment:

$$M_A = - (P_1 e_1 + P_2 e_2)$$

gdzie e_1 i e_2 oznaczają odległości linii działania sił P_1 i P_2 od przekroju utwierdzenia.

Wyznaczając moment zginający w dowolnym przekroju xx belki, jako sumę momentów, działających na lewą część belki, znajdujemy:

$$M_x = M_A + A \cdot x$$

gdzie x oznacza odległość przekroju xx od punktu utwierdzenia, zaś A reakcję, wyznaczoną ze wzoru (64'). Mamy w ten sposób, iż

$$M_x = - (P_1 e_1 + P_2 e_2) + (P_1 + P_2)x = - P_1(e_1 - x) - P_2(e_2 - x)$$

Moment ten obraca lewą, odciętą przez przekrój xx , część belki na lewo, jest więc, według przyjętego wyżej sposobu znakowania (por. § 1 niniejszego rozdz.), momentem zginającym ujemnym. Bezpośrednio, nie wyznaczając ani reakcji A , ani momentu podporowego M_A , moglibyśmy dojść do powyższego wyniku, wyobrazivszy sobie, iż patrzymy na przedstawioną na rys. 69 belkę, stojąc za płaszczyzną rysunku.

Rozumowanie powyższe zachowuje moc swą i w tym wypadku, gdy przekrój xx przechodzi między ciężarami P_1 i P_2 .

Siłę poprzeczną w przekroju xx otrzymujemy ze wzoru:

$$T_x = A = P_1 + P_2$$

dla przekroju xx przedstawionego na rys. 69 oraz według wzoru:

$$T_x = A - P_1 = P_2$$

dla przekroju xx , przeprowadzonego między siłami P_1 i P_2 .

3. Wykresy momentów zginających i sił poprzecznych.

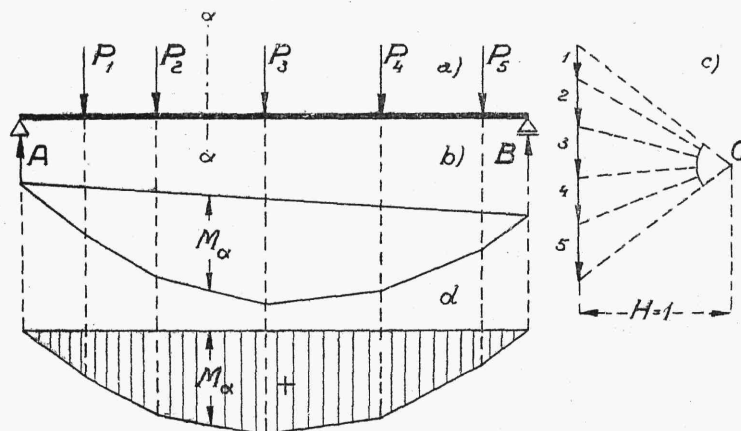
Wykresy momentów zginających i sił poprzecznych mają za zadanie uwypatnić zależność między położeniem na belce danego przekroju a odpowiadającym mu momentem, względnie siłą poprzeczną. Wykresy te ułatwiają w ten sposób znalezienie na belce miejsca największego momentu i największej siły poprzecznej.

Bezpośrednio rzędne wykresu momentów zginających znajdujemy w myśl wskazówek rozdz. III, 1, jako odcinki pionowe (t. j. równoległe do

linij działania sił) zawarte między poszczególnymi bokami wieloboku sznurowego i pomnożone przez odległość biegunową H .

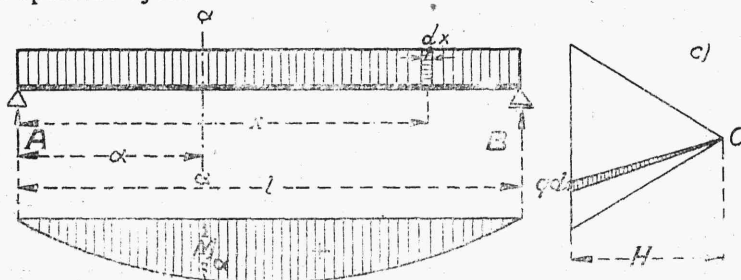
Wykres otrzymany tą drogą przedstawiony jest na rys. 61. Tutaj $H=1$. Wykres 61 b został otrzymany bezpośrednio, jako wielobok sznurowy, zaś na rys. 61 d został on odniesiony do prostej poziomej. Pozatem możemy również i analitycznie obliczyć momenty zginające dla punktów zaczepienia poszczególnych ciężarów (np. ze wzoru 65) i, odłożywszy je na odpowiednich pionach, połączyć końce rzędnych prostymi i w ten sposób dojść dla danej belki do wykresu momentów zginających.

Będziemy w dalszym ciągu uważali, że długość wykresów odpowiada w skali długości belki i że są one umieszczone pod rysunkiem belki w ten sposób, że końce wykresów i podpory belek leżą na prostych równoległych do kierunku działania sił (pionowych).



Rys. 61.

Omówimy przedewszystkiem wykresy momentów zginających i sił poprzecznych dla belek w dwóch punktach podpartych bez wsporników i belek wspornikowych.

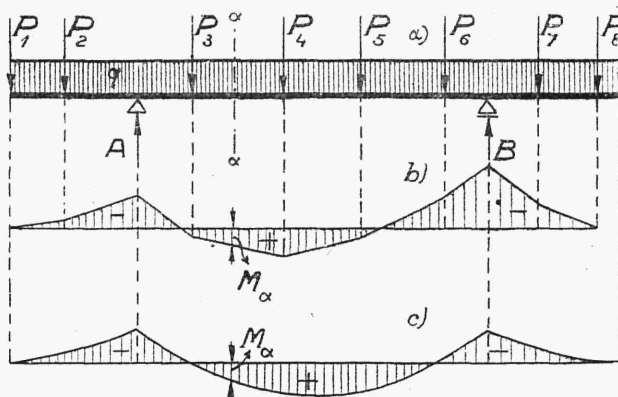


Rys. 62.

Między poszczególnymi punktami zaczepienia ciężarów skupionych wykres momentów zginających dla takich belek ma kształt prostej, wobec tego, że wypadkowa sił działających na lewo od danego przekroju, pozostaje dla przekrojów zawartych między dwoma ciężarami niezmienną i że na tej przestrzeni moment zginający zmienia się proporcjonalnie do odległości od ostatniego ciężaru zaczepionego na lewo od przekroju (vid. § 2 niniejszego rozdziału, wzór 69).

W razie równomiernego obciążenia ciągłego linia wykresu ma kształt wyrażony równaniem (67), czyli kształt paraboliczny (rys. 62, str. 52). Będzie to odpowiednia krzywa sznurowa z rzędnymi pomnożonymi przez H .

Jeżeli belka na dwóch podporach posiada wsporniki, to zamiast wykresów 61 i 62 otrzymamy wykresy 63 b i c, które są bezpośrednią konsekwencją wykresu podanego na rys. 33 w rozdz. II, 5 i dotyczą, pierwszy obciążenia belki zapomocą sił skupionych, drugi zaś obciążenia ciągłego, przyczem oba rodzaje obciążenia przedstawione są na rys. 63 a.



Rys. 63.

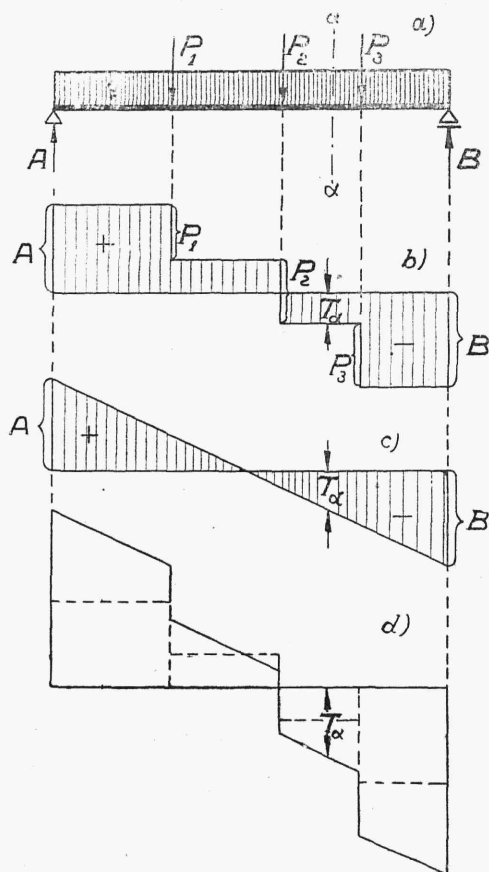
Powierzchnie momentów odłożone na rys. 63 b i c do góry od osi poziomej mają znaki ujemne, położone zaś poniżej tej linii uważamy za dodatnie, jako odpowiadające momentom, obracającym lewe odcinki belki na prawo.

Rzędne wykresów 63 b i c tem różnią się od pionowych odcinków zawartych między bokami wieloboku sznurowego dla sił obciążających belkę, że są pomnożone przez H i odniesione do osi poziomej.

Wykres sił poprzecznych dla ciężarów skupionych ma w razie belki w dwóch punktach podpartej kształt przedstawiony na rys. 64 (na str. 54). Dla przekrojów belki, zawartych między dwoma sąsiednimi ciężarami, rzędne wykresu nie zmieniają się, a linia wykresu jest równoległa do osi belki,

gdyż na tej przestrzeni suma $\sum_{i=1}^n Y_i = T_n$ nie ulega zmianie (rys. 64 b).

W razie ciągłego i równomiernego obciążenia belki, wykres będzie miał kształt prostej, odpowiadającej równaniu (71), a przedstawionej na rys. 64 c.



Rys 64.

Na rys. 64 a obciążenie skupione, odpowiadające wykresowi 64 b i obciążenie ciągłe, odpowiadające wykresowi 64 c, są jednocześnie umieszczone na belce.

Na obydwóch powyższych wykresach rzędne dodatnie (t.j. odpowiadające skierowanej ku górze wypadkowej siły, działającej na część Ax belki) odkładamy ku górze.

Wykres 64 d otrzymany został drogą dodawania do siebie rzędnych wykresów 64 b i c, odpowiadających obciążeniu skupionemu i obciążeniu ciągłemu. Wykres odpowiada jednoczesnemu działaniu na belkę tych obydwóch rodzajów obciążenia.

[Rysunki 65b i c (str. 55) przedstawiają wykresy sił poprzecznych belki dwuwpornikowej, odpowiednio dla obciążenia skupionego i ciągłego. Przed sporządzeniem wykresu należy tu obliczyć reakcje podpór, które wyznaczamy jednym ze sposobów podanych wyżej (rozdz. IV, 1).

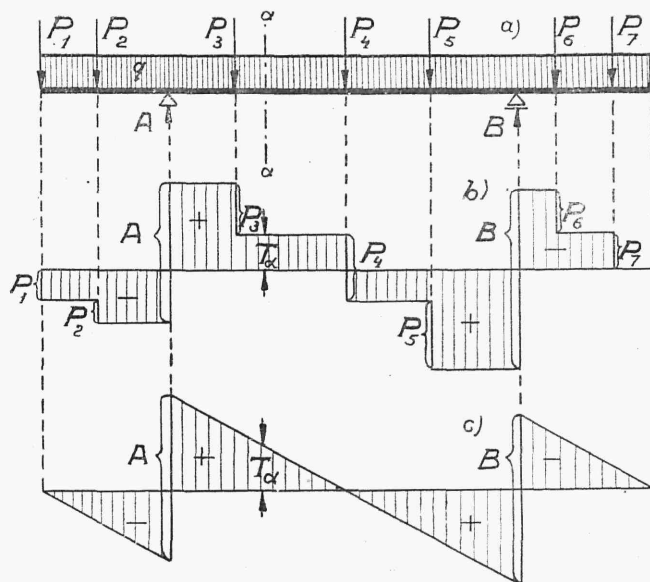
Na rys. 66 (str. 55) przedstawiony jest wykres momentów zginających dla belki AB pod działaniem jednej tylko siły P , równoległej do osi belki i zaczepionej w punkcie D , odległym od osi belki o długość h .

Aby wykres ten otrzymać zaczynamy od wyznaczenia pionowych składowych reakcyj podpór, do czego korzystamy z równań statyki:

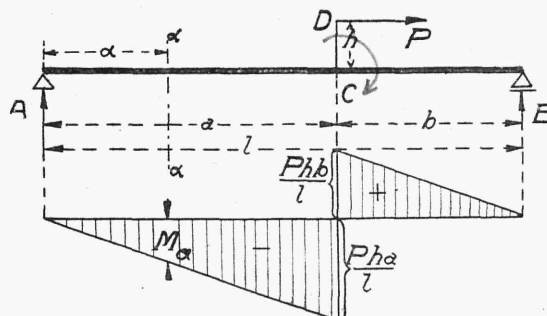
$$\sum M = 0 \quad \text{i} \quad \sum Y = 0 \quad (72)$$

Ustawiając równanie momentów względem podpory A , otrzymujemy, że

$$P \cdot h - B \cdot l = 0 \quad (73)$$



Rys. 65.



Rys. 66.

Drugie z równań (72) przybiera tu postać:

$$A + B = 0 \quad (73')$$

Z równań (73) i (73') otrzymujemy, że:

$$A = -\frac{P \cdot h}{l} \quad \text{ i } \quad B = \frac{P \cdot h}{l}$$

Wobec tego, że na przestrzeni AC nie działa na belkę żadna siła, moment zginający jest tu proporcjonalny do odległości danego przekroju

od A . Ponieważ reakcja A działa w danym wypadku ku dołowi, więc w pewnym przekroju $\alpha\alpha$ moment ma znak — czyli, że:

$$M_{\alpha} = - \frac{Ph\alpha}{l}$$

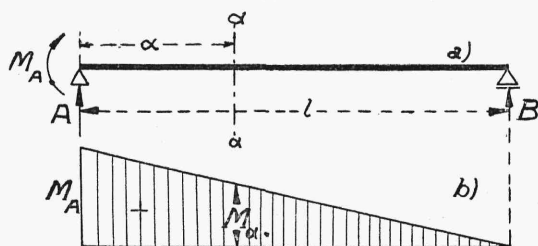
a w punkcie C , bezpośrednio na lewo od przekroju CD , moment równa się:

$$M_c = - \frac{Pha}{l}$$

Bezpośrednio na prawo od przekroju CD zaczepienia siły P moment zginający będzie się równał:

$$M_{\alpha} = M'_c = - \frac{Pha}{l} + Ph = \frac{Ph}{l}(l-a) = \frac{Phb}{l}$$

poczem na odcinku CB będzie się znowu zmieniał proporcjonalnie do odległości od tego przekroju, gdyż na przestrzeni CB żadna siła zewnętrzna, ani też moment nie są zaczepione.



Rys. 67.

Na rys. 67 mamy wykres momentów zginających dla belki obciążonej na lewej podporze parą sił o momencie M_A . Rozumując w podobny sposób, jak w wypadku poprzednim, obliczamy, że

$$A = - \frac{M_A}{l}, \quad B = \frac{M_A}{l}$$

W punkcie A moment zginający równać się musi

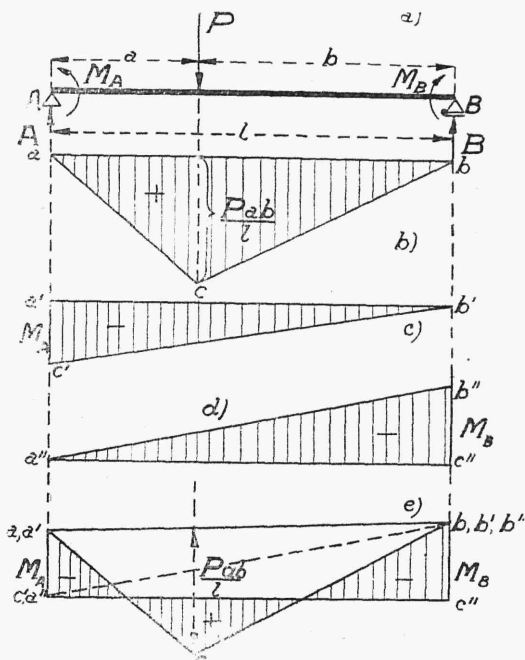
$$M_{\alpha} = M_A - \frac{M_A}{l} \cdot \alpha = M_A$$

poczem zmniejsza się proporcjonalnie do odległości danego przekroju od punktu A , czyli że:

$$M_{\alpha} = M_A - \frac{M_A}{l} \cdot \alpha$$

Na prawej podporze t. j. w punkcie B moment zginający równa się oczywiście zero ($M_B = 0$).

Wykres sił poprzecznych ma w danym wypadku kształt prostej, równoległej do osi belki, gdyż jedynymi siłami zewnętrznymi, działającymi na belkę, są tu reakcje obydwóch podpór.



Rys. 68.

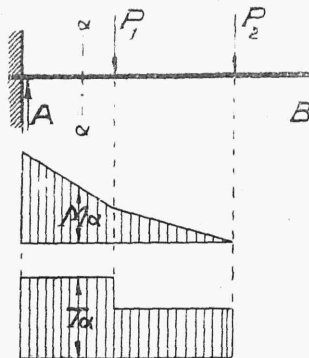
63 i 65. Wykresy momentów, zarówno dla sił skupionych jak i ciągłych, przedstawione są na rys. 69 i 70 (str. 58).

Wykresy momentów zginających i sił poprzecznych dla belek ciągłych przegubowych mamy na rys. 71 (str. 58). Są one połączone ze sobą w przegubach G i K wykresami momentów dla belek wspornikowych ACG i KDB oraz belki bez wsporników GK . W przegubach momenty są równe zero i dlatego przez te punkty musi przejść linia, ograniczająca wykres momentów. Wykres ma na odcinku między siłami P_5 i P_4 kształt linii prostej, gdyż między temi siłami nie działa na belkę żadna siła zewnętrzna. To samo dotyczy odcinka między siłami P_5 i P_6 .

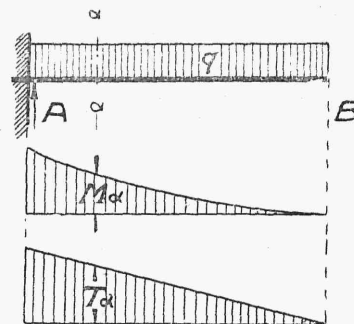
Wykres sił poprzecznych ma dla ciągłej belki przegubowej i dla ciężarów skupionych kształt linii schodkowej, podanej na rys. 71 c.

Na rys. 68 e podany jest wykres momentów zginających dla belki AB pod działaniem siły pionowej P i dwóch momentów M_A i M_B , zaczepionych na jej końcach. Wykres ten znajdujemy drogą sumowania odpowiednich rzędnych wykresów momentów zginających, sporządzonych oddzielnie dla każdego z wymienionych obciążeń (rys. 68 b, c, d).

Wykresy momentów zginających i sił poprzecznych dla belek utwierdzonych w końcu A i swobodnych w końcu B , mają taki sam kształt, jak odpowiednie wykresy dla wsporników belek wspornikowych przedstawionych na rys.

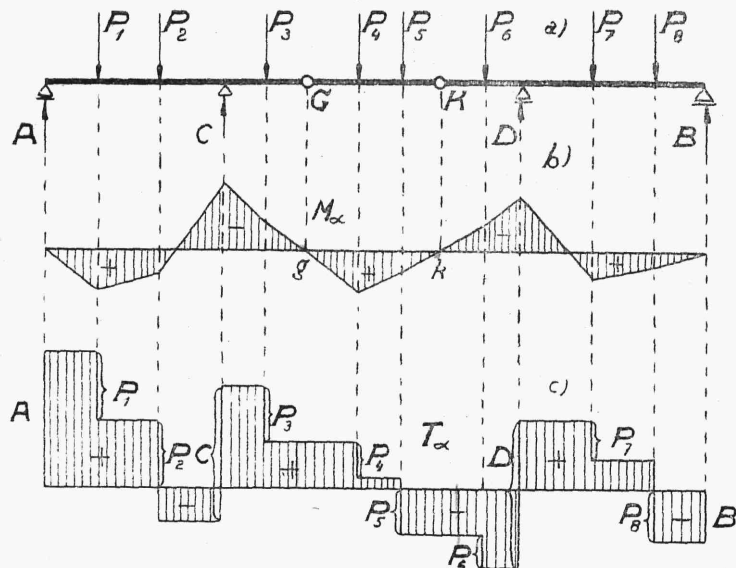


Rys. 69.



Rys. 70.

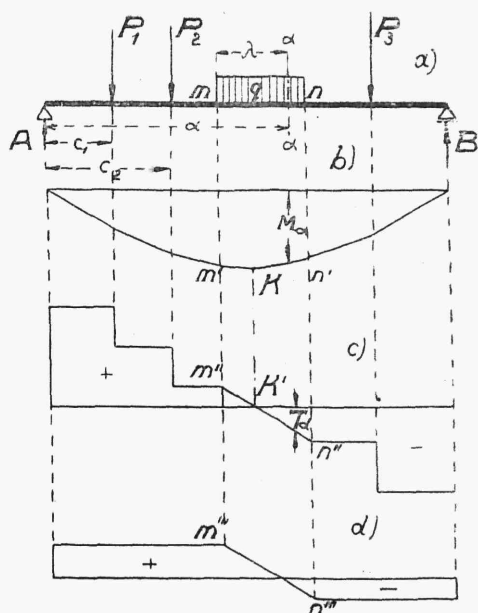
Sposób budowy tej linii zrozumiały jest z rysunku.



Rys. 71.

O ile belka na pewnym odcinku obciążona jest w sposób ciągły i równomierny, wówczas część wykresu momentów zginających, odpowiadająca temu odcinkowi ma kształt paraboliczny. Uzasadnimy to.

Przypuśćmy, że mamy belkę obciążoną w sposób przedstawiony na rys. 72.



Rys. 72.

Moment zginający na poszczególnych odcinkach belki otrzymuje tu wzory następujące:

Na odcinku między podporą A a siłą \$P\$:

$$M_x = A \cdot x \quad (74)$$

Na odcinku między siłami \$P_1\$ i \$P_2\$:

$$M_x = A \cdot x - P_1 (x - c_1) \quad (75)$$

Na odcinku \$P_2 m\$:

$$M_x = A \cdot x - P_1 (x - c_1) - P_2 (x - c_2) \quad (76)$$

Wreszcie, na odcinku \$mn\$:

$$M_x = A \cdot x - P_1 (x - c_1) - P_2 (x - c_2) - \frac{q \lambda^2}{2} \quad (77)$$

Litera \$\lambda\$ oznacza tu odległość ruchomego przekroju \$xx\$ od punktu \$m\$, początku odcinka obciążonego w sposób równomierny. Z równania (77) wynika, że na odcinku \$mn\$ wykres momentów będzie miał istotnie kształt paraboliczny. Na odcinkach \$Am\$ oraz \$Bn\$ pole momentów będzie ograniczone liniami łamanymi.

W podobny sposób możemy również uzasadnić, iż wykres sił poprzecznych na odcinku \$mn\$ ma w danym wypadku kształt linii prostej (rys. 72c). Poza tym, na odcinkach \$Am\$ i \$nB\$ wykres ten ma kształt linii schodkowej.

Rys. 72d przedstawia wykres sił poprzecznych w wypadku, gdy belka obciążona jest na odcinku \$mn\$ w sposób ciągły i równomierny, poza tym zaś jest nieobciążona.

4. Węzłowe obciążenie belek.

Wykresy momentów zginających i sił poprzecznych podane w paragrafie poprzednim ulegają zmianie, o ile siły, działające na belkę, zostały zaczepione do niej nie bezpośrednio, lecz zapomocą belek dodatkowych \$ab\$, \$bc\$ i t. d., mających podpory ustawione na belce głównej (rys. 73).