

6. Wyznaczenie sił podłużnych w prętach kratownic.

Sposoby składania i rozkładania sił, przecinających się w jednym punkcie, znajdują bezpośrednie zastosowanie przy obliczaniu sił podłużnych, działających na pręty kratownic przegubowych.

Kratownicą nazywamy geometrycznie niezmienny układ prętów prostych, połączonych przegubami, pozwalającymi na obracanie się względem nich prętów bez tarcia. W tym rozdziale będziemy się jedynie zastanawiać nad kratownicami płaskimi, złożonymi z trójkątów, jako z najprostszych figur geometrycznie niezmiennych.

Skoro kratownica znajduje się pod działaniem sił zewnętrznych w stanie równowagi, to i każdy jej węzeł musi być zrównoważony. Weźmy np. w kratownicy, przedstawionej na rys. 36, węzeł M_3 (rys. 37). Węzeł ten możemy uważać za punkt materialny, znajdujący się pod działaniem szeregu sił, z których jedne stanowią bezpośrednie obciążenie węzła inne zaś wyrażają reakcje na węzeł prętów, zbiegających się w węźle (siły w prętach).

Jeżeli z pośród prętów, zbiegających się w danym węźle, tylko w dwóch, siły nie są nam znane, to, budując dla sił, działających na ten węzeł, wielobok sił, według sił wiadomych i kierunków sił niewiadomych, łatwo wyznaczyć możemy z niego te ostatnie. Przechodząc w ten sposób od węzła do węzła, wyznaczamy siły we wszystkich prętach kratownicy, przy czem, jak to wynika z właściwości wieloboku sił, rozpoczynać musimy od węzła, w którym zbiegają się tylko dwa pręty o niewiadomych siłach podłużnych.

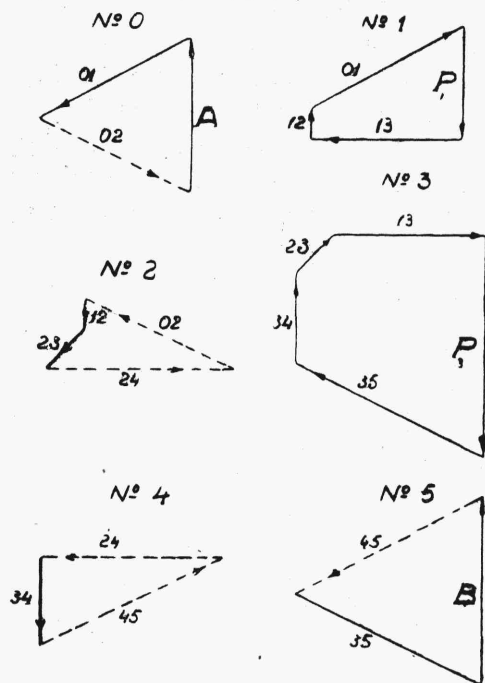
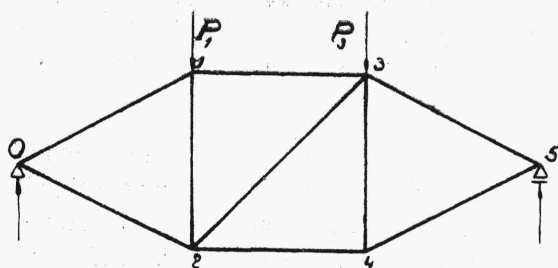
Na rys. 36 pod numerami, odpowiadającymi węzłom kratownicy, podane są wieloboki sił, zbiegających się w poszczególnych węzłach. Reakcje podpór kratownicy wyznaczamy zgóry w ten sam sposób, jak dla belek pełnych na dwóch podporach (por. § 5 niniejszego rozdz.), tak że mogą tu one być już uważane za siły wiadome.

Wielobok N_0 zawiera jedną siłę wiadomą, mianowicie, reakcję A , i dwie niewiadome siły w prętach 01 i 02 , które z tego wieloboku wyznaczamy.

Wielobok N_1 zawiera dwie siły wiadome, mianowicie, siłę P_1 i wyznaczoną z poprzedniego wieloboku siłę podłużną w pręcie 01 oraz dwie niewiadome siły w prętach, 12 i 13 , które stąd określamy. Podobne wieloboki budujemy i dla pozostałych węzłów kratownicy.

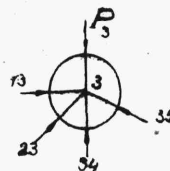
Dla ustalenia zwrotu sił w poszczególnych prętach korzystamy z reguły, że dla równowagi węzła trzeba, aby strzałki odpowiednich wektorów były skierowane w jedną stronę.

Jeżeli siła w pewnym pręcie ma kierunek do węzła, np. siła 01 w węźle N_0 , to siła ta jest siłą ściskającą, gdyż, aby przez pręt wywierać nacisk



Rys. 36.

na dany punkt, trzeba pręt ten ścisnąć. Odwrotnie, gdy siła w pręcie ma kierunek od węzła, jest ona dla podobnych względów siłą wyciągającą. Pręt ścisnany działa na oba węzły, między którymi jest zawarty, w kierunku do węzłów, zaś pręt wyciągany w kierunku od węzłów. Tak więc np. prętowi 01 na wieloboku sił $N^{\circ}0$ odpowiada inna strzałka, niż na wieloboku sił $N^{\circ}1$, gdyż wieloboki te dotyczą węzłów obejmujących z różnych stron pręt 01. Siły wyciągające przedstawione są na wieloboku sił, na rys. 36 liniami przerywanymi, zaś siły ścisnące oraz siły dane liniami pełnymi.



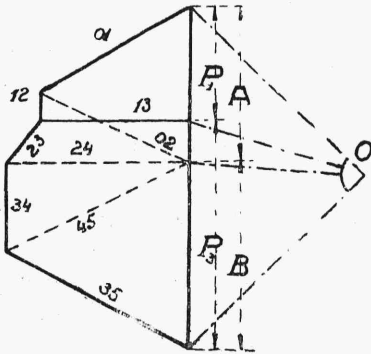
Rys. 37.

Porównyując ze sobą wykresy, przedstawione na rys. 36 widzimy, że te same boki w nich się powtarzają. Widzimy więc np. bok 13 na wieloboku dla węzła 1 i dla węzła 3. Ażeby uniknąć powtórzeń łączymy podane wykresy w jeden, wyrzucając powtarzające się boki. W ten sposób powstaje wielobok Cremona'y, przedstawiony na rys 38.

Wykres ten wykonywamy w sposób następujący:

1°. Wyznaczamy reakcje podpór i wykreślamy wielobok sił zewnętrznych, umieszczając w nim siły w kolejności, w jakiej są zaczepione do obwodu kratownicy.

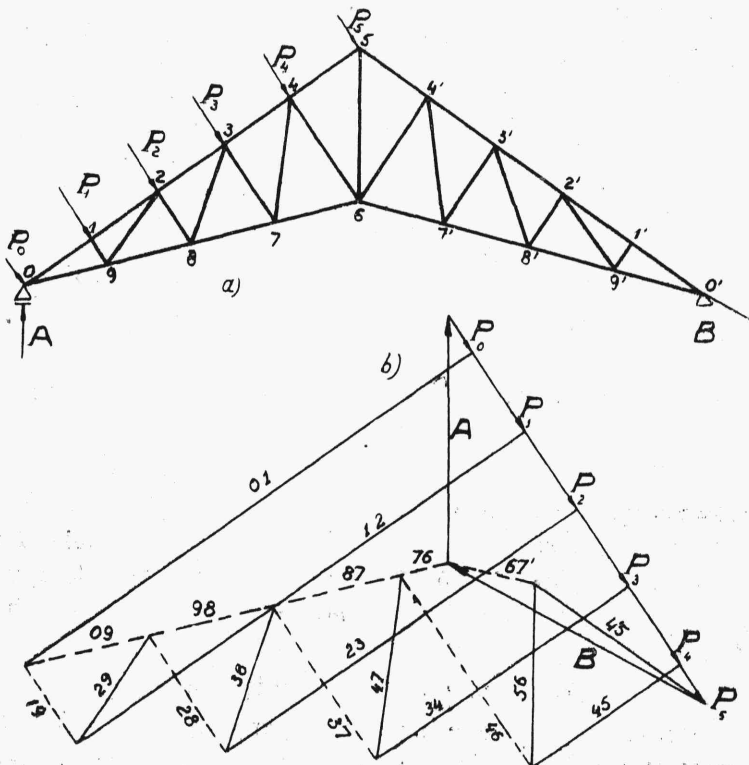
2°. Obieramy węzeł, w którym zbiegają się dwa tylko pręty kratownicy, oznaczamy go numerem 0 i wykreślamy odpowiedni wielobok sił (np. A , 02 , 01), rozpoczynając od siły zewnętrznej (wchodzącej w skład wieloboku sił zewnętrznych).



Rys. 38.

3°. Przechodząc kolejno do innych węzłów, numerujemy je w ten sposób, aby w każdym następnym zbiegało się nie więcej nad dwa takie pręty, które nie zbiegały się jeszcze w żadnym z poprzednich.

4°. Kolejno, według numerów, wykreślamy wieloboki sił, działających na te węzły, nie powtarzając znajdujących się już na wykresie sił i kierując się, w miarę możliwości, wzdłuż zewnętrznego obwodu kratownicy.



Rys. 39.

5°. Siły, odpowiadające danemu węzłowi, umieszczamy na wykresie w tej kolejności, w jakiej je przecina kółko zatoczone dookoła węzła (rys. 37) przyczem siły zewnętrzne (z reakcjami włącznie) uważane są za znajdujące się poza obwodem kratownicy.

6°. W poszczególnych wielobokach strzałki zwracamy w stronę strzałki wektora siły zewnętrznej (wiadomej).

7°. Siły skierowane do węzła (ściskające) oznaczamy inaczej, niż skierowane od węzła (wyciągające).

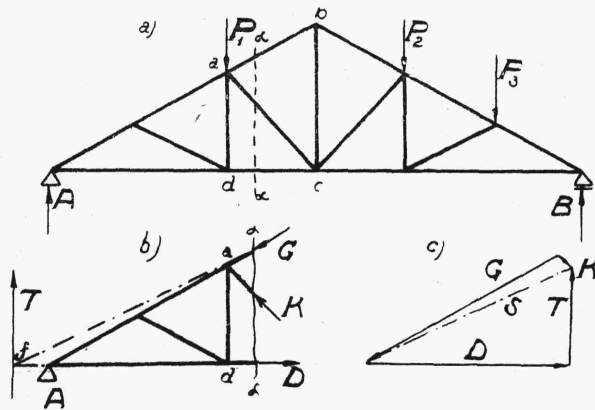
8°. Siły oznaczone, jako ściskające (względnie wyciągające), uważamy za takie w wielobokach wszystkich węzłów, w których występują.

Wielobok stanowiący kratownicę i wielobok stanowiący wykres Cremona'y mają tę własność, że proste, przecinające się na jednym z nich w jednym punkcie, tworzą na drugim wielobok zamknięty i odwrotnie. Są więc te wieloboki wielobokami wzajemnymi.

Na rys. 39 przedstawiona jest kratownica i odpowiedni plan Cremona'y dla sił, działających pod ostrym kątem do prostej, łączącej podpory kratownicy, i odpowiadających wiatrowemu obciążeniu dźwigara dachowego.

Gdy chodzi o wyznaczenie sił w paru tylko prętach kratownicy i tylko w pewnej jej części, wówczas prędzej od sposobu Cremona'y doprowadza nas do celu tak zwany sposób Culmann'a. Oparty jest on na rozkładaniu sił na trzy kierunki i polega na następującem:

Mamy, przypuśćmy, obliczyć siły podłużne w prętach ab , ac i dc kratownicy przedstawionej na rys. 40.



Rys. 40.

Robimy przez kratownicę przekrój aa przechodzący przez trzy pręty, o które chodzi. Rys. 40 b przedstawia część kraty na lewo od przekroju aa ; oddziaływanie na tę część kraty jej części prawej zastępujemy przez siły G , D i K , skierowane wzdłuż odpowiednich prętów.

Odcięta lewa część kraty musi znajdować się w równowadze pod działaniem trzech sił G , D i K oraz sił zewnętrznych P_1 i A , których

wypadkowa T przechodzi przez punkt f , leżący na przedłużeniu kierunku siły D .

Rozkładamy siłę T na kierunek fa i fd , znajdując tą drogą siły S i D . Służy nam do tego wielobok sił, przedstawiony na rys. 40 c. Siłę S za pomocą tegoż wieloboku rozkładamy na kierunki G i K . Siłom D , G i K nadajemy takie zwroty, aby strzałki wieloboku sił były zwrócone w tę samą stronę, co siła T . Wobec tego, że wektory G i K mają zwroty do węzła a , pręty ac i ab są ściskane, zaś pręt dc jest wciągany, gdyż siła D działa na węzeł d w kierunku od węzła.

Sposób Culmann'a oddaje szczególnie cenne usługi wówczas, gdy kratownica nie ma węzłów, w którychby się dwa tylko pręty przecinały, a więc kiedy bezpośrednie zastosowanie sposobu Cremona'y nie jest możliwe.

Przeciętne normy obciążenia dźwigarów kratowych znajdzie czytelnik w rozdz. XIV, 8.