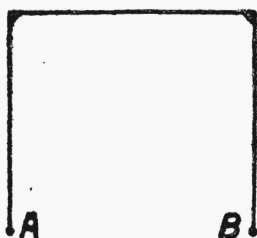


ROZDZIAŁ XII.

Układy ramowe.

1. Klasyfikacja układów ramowych.

Z punktu widzenia mechaniki budowli, za ramy uważamy dźwigary, składające się z prętów prostych, połączonych w sztywnych węzłach. Kąty między poszczególnymi prętami ramy w punktach węzłowych nie ulegają zmianie przy odkształceniu prętów (rys 248).



Rys. 248.

Ramy są przeważnie układami statycznie niewyznaczalnymi.

Pod względem kształtu, ramy bywają prostokątne, trapezowe i wieloboczne, a pod względem zamocowania przegubowe i bezprzegubowe.

Pozatem rozróżniamy ramy jedno i wieloprzęsłowe oraz jedno i wielopiętrowe.

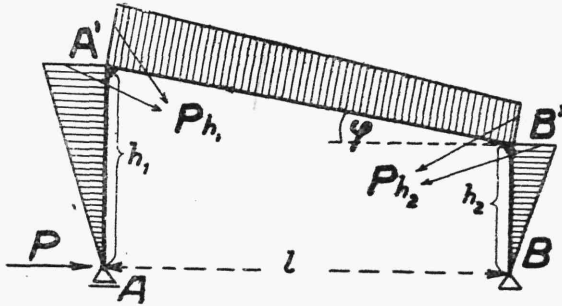
W większości wypadków we wzorach dla odkształceń ramy pomijamy wpływ sił podłużnych w prętach na wielkości statycznie niewyznaczalne, wskutek czego obliczenie ramy zbliża się do obliczenia belek statycznie niewyznaczalnych.

Dźwigary o kształcie ram nazywamy często ramownicami.

2. Ramy statycznie wyznaczalne.

Ramy statycznie wyznaczalne, jako konstrukcje samoistne, rzadko stosują się w budownictwie. Z punktu widzenia mechaniki mają one znaczenie, jako zastępcze schematy statyczne do obliczenia układów statycznie

niewyznaczalnych. Z tej racji interesuje nas tu przede wszystkim wyznaczenie reakcyj podpór oraz sporządzenie wykresów momentów zginających w poszczególnych punktach ramy. Ramy statycznie wyznaczalne mogą być prawie wyłącznie tylko dwusłupowe, to też liczba ich typów jest dosyć ograniczona.



Rys. 249.

Omówimy tu przykład, podany na rysunku 249, t.j. wypadek ramy statycznie wyznaczalnej o kształcie trapezowym, dla poszczególnych rodzajów obciążeń a,b,c,d,e,f, przedstawionych na rysunkach (tu kierunek AB będziemy nazywali kierunkiem poziomym):

a) Mamy więc siłę poziomą, zaczepioną do podpory przegubowo-przesuwnej. Równanie równowagi $\sum X = 0$ daje nam w tym wypadku bezpośrednio wartość reakcji poziomej prawej podpory ramy (rys. 249).

Robimy dowolny przekrój xx i wyobrażamy sobie, że przekrój ten przesuwa się po obwodzie ramy w kierunku $AA'B'B$; wówczas dla momentu zginającego, jako sumy momentów sił działających na lewo od danego przekroju, otrzymamy dla odcinka (pręta) AA' ramy wzór:

$$M_x = P \cdot x$$

gdzie x oznacza odległość przekroju od lewego końca danego pręta ramy lub poziomą odległość jego od podpory A ; dla odcinka $A'B'$ mamy wzór następujący:

$$M_x = P(h_1 - x \operatorname{tg} \varphi)$$

wreszcie dla odcinka $B'B$ wzór:

$$M_x = P(h_1 - l \operatorname{tg} \varphi) - P \cdot x = P(h_2 - x)$$

gdyż działanie siły P zostało tu niejako przeniesione do punktu B' .

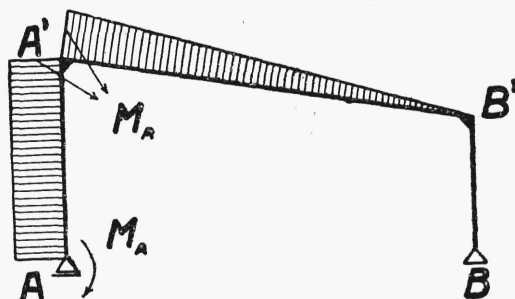
Zauważyć należy, że ten ostatni wzór otrzymalibyśmy również, gdybyśmy przekrój xx przesuwali w kierunku $BB'A'A$. Za dodatni będziemy tu uważali, jak i w następnych wypadkach, moment, wyginający ramę wypu-

kłóścią dowewnątrz obwodu $AA'B'B$, co odpowiada znakowaniu momentów, przyjętemu w rozdz. VII.

b) Reakcję podpory A znajdujemy tu z równania równowagi $\Sigma M = 0$, zastosowanego do prawej podpory ramy (rys. 250):

$$M_A = R_A \cdot l$$

Dla momentu M_α w poszczególnych częściach ramy będziemy mieli wzory następujące (wykresy momentów przedstawione są na rysunku):



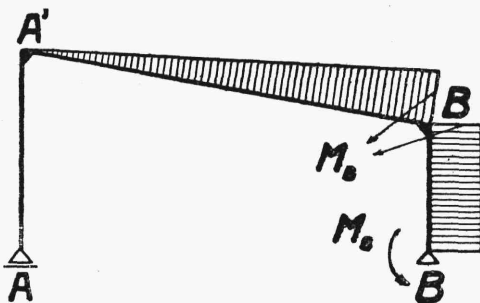
Rys 250.

odcinek AA' : $M_\alpha = M_A$

„ $A'B'$: $M_\alpha = M_A - R_A \cdot \alpha = M_A \left(1 - \frac{\alpha}{l}\right)$

„ $B'B$: $M_\alpha = M_A - R_A \cdot l = 0$

c) Wykres momentów zginających będzie tu analogiczny do poprzedniego. Wzory dla momentów na poszczególnych odcinkach będą następujące (rys. 251):



Rys. 251.

odcinek AA' : $M_\alpha = 0$

„ $A'B'$: $M_\alpha = R_A \cdot \alpha$

„ $B'B$: $M_\alpha = R_A \cdot l = \frac{M_B}{l} \cdot l = M_B$

d) Równanie $\Sigma M = 0$ przybiera w tym wypadku postać (rys. 252):

$$R_A \cdot l - P \left(\frac{l}{2 \cos \varphi} + h_2 \sin \varphi \right) = 0$$

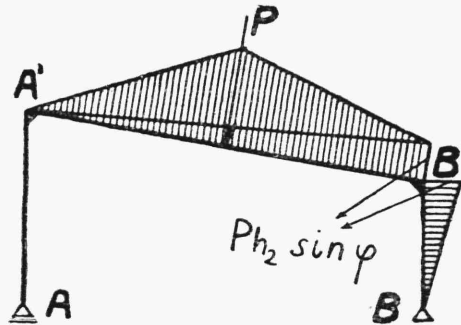
stąd:

$$R_A = \frac{P}{l} \left(\frac{l}{2 \cos \varphi} + h_2 \sin \varphi \right)$$

Wobec powyższego moment zginający na odcinku $A'B'$ wyraża się na lewo od ciężaru P wzorem następującym:

$$M_\alpha = \frac{P \cdot \alpha}{l} \left(\frac{l}{2 \cos \varphi} + h_2 \sin \varphi \right)$$

a na prawo od tego ciężaru następującym:



Rys. 252.

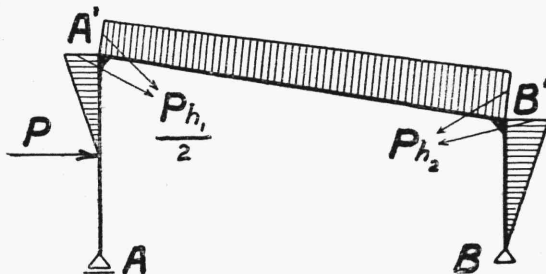
$$\begin{aligned} M_\alpha &= \frac{P \cdot \alpha}{l} \left(\frac{l}{2 \cos \varphi} + h_2 \sin \varphi \right) - P \left(\alpha - \frac{l}{2} \right) \cdot \frac{1}{\cos \varphi} = \\ &= - \frac{P \cdot \alpha}{2 \cos \varphi} + \frac{P \cdot \alpha}{l} \cdot h_2 \sin \varphi + \frac{Pl}{2} \cdot \frac{1}{\cos \varphi} \end{aligned}$$

Na odcinku $B'B$ dla momentu zginającego będziemy mieli wzór następujący:

$$M_\alpha = Ph_2 \sin \varphi - P\alpha \sin \varphi$$

gdyż pozioma składowa siły P przenosi się niejako do punktu B' .

W danym wypadku wykres momentów zginających otrzymalibyśmy prościej, przesuując przekrój $\alpha\alpha$ po ramie w kierunku $BB'A'A$.



Rys. 253.

e) Równania $\Sigma M = 0$ i $\Sigma X = 0$ przybierają w danym wypadku postać następującą (rys. 253):

$$R_A \cdot l - P \cdot \frac{h_1}{2} = 0$$

$$P - H_B = 0$$

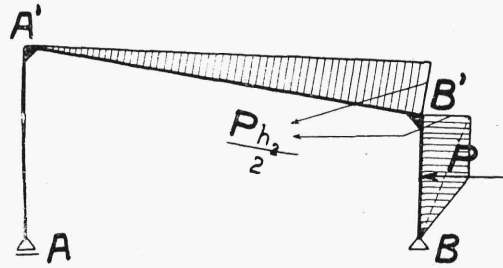
Momenty zginające wyznaczamy w dalszym ciągu w sposób analogiczny do omówionego pod a). Odpowiedni wykres momentów przedstawiony jest na rys. 253.

f) Reakcja R_A będzie tu się równała (siła P zaczepiona jest w środku wysokości słupa BB' , rys. 254):

$$R_A = \frac{P \cdot h_2}{2l}$$

Na odcinku ramy $A'B'$ moment zginający wyraża się wzorem:

$$M_\alpha = \frac{P \cdot h_2}{2l} \cdot \alpha$$



Rys. 254.

a na odcinku $B'B$ w górę od siły P wzorem:

$$M_\alpha = \frac{P \cdot h_2}{2l} \cdot l \cdot \frac{h_2 - \alpha}{h_2} + \frac{P}{2} \alpha = \frac{P \cdot h_2}{2}$$

i w dół od siły P wzorem:

$$M_\alpha = \frac{P \cdot h_2}{2l} \cdot l \cdot \frac{h_2 - \alpha}{h_2} + \frac{P}{2} \alpha - P \left(\alpha - \frac{h_2}{2} \right) = P(h_2 - \alpha)$$

Na podstawie powyższych rozważań stwierdzamy, że o ile siły i momenty zewnętrzne zostały zaczepione do ramownicy w punktach węzłowych, wówczas wykresy momentów zginających mają dla poszczególnych odcinków ramy kształt prostoliniowy. W razie, gdy, oprócz sił tylko co wymienionych, do danego przedziału ramy między węzłami zostały również zaczepione pewne siły zewnętrzne, wówczas sporządzamy dla obciążonego przedziału wykres momentów zginających, jak dla belki w dwóch punktach podpartej, poczem wykres ten dodajemy do poprzednich wykresów prostoliniowych. Reakcje podpór rozpatrujemy tu oczywiście, jako siły węzłowe.

3. Ogólne metody obliczania ram statycznie niewyznaczalnych.

Obliczenie ramy statycznie niewyznaczalnej w wypadku najogólniejszym opiera się na wyborze dla danej ramy pewnego statycznie wyznaczalnego układu zastępczego, powstałego przez odrzucenie w ramie nadlicz-