

Stosunek między naprężeniem K_1 a ułamkiem α prawie nie jest zależny od szybkości zmian w naprężeniach, o ile tylko naprężenia nie zmieniają się zbyt szybko.

Ze zmianami naprężeń liczymy się w takich budowlach, jak mosty, wrota szluzowe i t. p., w których naprężenia ulegają zmianom. Ostatnie badania wykazują jednak, że zmienność naprężeń nie powoduje przeważnie większych niebezpieczeństw w budowlach, przeciwnie zaś rzecz się ma w konstrukcjach maszynowych.

Bezpieczne naprężenia przy zmianach naprężeń należy zmniejszać w tym stosunku, w jakim znajdują się naprężenia K_1 względem naprężeń K . Naprężenia bezpieczne bywają tu najczęściej obliczane zapomocą wzoru:

$$R_1 = R \left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \right) \quad (294)$$

który został wyprowadzony na podstawie wykresów tego typu, co przedstawiony na rys. 183, i dotyczy głównie żelaza mostowego. We wzorze (294) pod σ należy rozumieć bezwzględne wartości naprężeń, zaś R oznacza tu bezpieczne naprężenie przy wyciąganiu pręta. Wzór (294) nosi nazwę wzoru Weyrauch'a.

W ostatnich latach zjawisko zmęczenia zauważono i dla niektórych gatunków drzewa, w tym wypadku jednak zjawisko to nie zostało jeszcze dokładnie zbadane ¹⁾.

8. Modele konstrukcyj budowlaných.

Ponieważ warunki pracy danego materiału w próbie laboratoryjnej, z jednej strony, i w pewnej konstrukcji budowlanej, z drugiej strony, często znacznie różnią się od siebie (por. § 2 niniejszego rozdz.), nie zawsze więc możemy opierać nasze wnioski, co do wytrzymałości projektowanych budowli, wyłącznie tylko na badaniach, dokonanych na próbkach, lecz musimy uciekać się niekiedy i do badania doświadczalnego wytrzymałości całych elementów konstrukcyjnych lub ich modeli. Ponieważ pierwsze pociąga za sobą wielkie koszty, częściej korzystamy z drugiego.

Doświadczenia z modelami części budowli mogą być dwóch rodzajów; rozróżniamy, mianowicie:

- 1) modele z tego samego materiału, co dana konstrukcja,
- 2) modele z materiałów przezroczystych, badane drogą optyczną.

¹⁾ Vid. Przegląd Techniczny, 1926. № 35—36, str. 487.

Doświadczalne badania modeli, wykonanych z tego samego materiału, co dana budowla, nie wymagają naogół, poza wyżej opisanymi maszynami (§ 3, 4, 5 niniejszego rozdz.), innych urządzeń.

Powstaje kwestja, w jakich warunkach w danej konstrukcji i jej modelu powstają te same naprężenia. W dalszym ciągu będziemy nazywali samą konstrukcję ciałem I, zaś jej model ciałem II, przyczem zakładamy, że ciała te są do siebie geometrycznie podobne.

Zależność między naprężeniami w obydwóch ciałach oparta jest na twierdzeniu, że naprężenia te w odpowiednich punktach będą sobie równe, o ile ciała są obciążone w podobny sposób siłami skupionemi, proporcjonalnemi do drugich potęg odpowiednich wymiarów linjowych (zasada podobieństwa).

Sprawdzimy słuszność tego twierdzenia w poszczególnych wypadkach.

a) W pręcie przyrzątecznym wyciąganym, lub ściskanym naprężenia normalne równe są dla ciała I i II odpowiednio:

$$\sigma_I = \frac{P_I}{A_I} \quad \text{i} \quad \sigma_{II} = \frac{P_{II}}{A_{II}}$$

Jeżeli k oznacza współczynnik proporcjonalności linjowych wymiarów obydwóch ciał, wówczas

$$A_{II} = k^2 \cdot A_I$$

W razie więc, gdy $P_{II} = k^2 P_I$, mamy, że $\sigma_I = \sigma_{II}$.

Jednostkowe wydłużenia obydwóch ciał też tu będą równe, o ile tylko między ich wymiarami linjowemi zachodzi stosunek proporcjonalności. Mamy, więc:

$$\varepsilon_I = \frac{P_I}{A_I E} \quad \varepsilon_{II} = \frac{P_{II}}{A_{II} E}$$

Przy $P_{II} = k^2 P_I$ i przy $A_{II} = k^2 A_I$ znajdujemy, że $\varepsilon_I = \varepsilon_{II}$.

b) O ile ciała I i II są belkami zginanemi, to odpowiednie naprężenia normalne i styczne wyrażają się wzorami następującemi:

$$\begin{aligned} \sigma_I &= \frac{M_I \cdot z_I}{J_I} & \sigma_{II} &= \frac{M_{II} \cdot z_{II}}{J_{II}} \\ \tau_I &= \frac{T_I \cdot S_I}{J_I \cdot b_I} & \tau_{II} &= \frac{T_{II} \cdot S_{II}}{J_{II} \cdot b_{II}} \end{aligned}$$

Ponieważ przy $P_{II} = k^2 \cdot P_I$,

$$\begin{aligned} M_{II} &= k^3 \cdot M_I, & z_{II} &= k \cdot z_I, & J_{II} &= k^4 \cdot J_I, \\ S_{II} &= k^3 \cdot S_I, & b_{II} &= k \cdot b_I, & T_{II} &= k^2 \cdot T_I, \end{aligned}$$

mamy więc, że

$$\sigma_{II} = \sigma_I \quad \text{i że} \quad \tau_{II} = \tau_I$$

Równania odkształconych osi belek I i II przybierają w układzie osi współrzędnych, przyjętym podług rozdz. VII,5, postać następującą:

$$\frac{d^2 y_I}{dx_I^2} = \frac{M_I}{E J_I} \quad \text{oraz:} \quad \frac{d^2 y_{II}}{dx_{II}^2} = \frac{M_{II}}{E J_{II}}$$

Ponieważ $M_{II} = k^3 M_I$ i $J_{II} = k^4 J_I$, więc

$$\frac{M_{II}}{E J_{II}} = \frac{1}{k} \cdot \frac{M_I}{E J_I} \quad \text{oraz} \quad \frac{d^2 y_{II}}{dx_{II}^2} = \frac{1}{k} \cdot \frac{d^2 y_I}{dx_I^2}$$

a stąd mamy, że

$$\frac{d}{dx_{II}} \left(\frac{dy_{II}}{dx_{II}} \right) = \frac{1}{k} \cdot \frac{d}{dx_I} \left(\frac{dy_I}{dx_I} \right)$$

Ponieważ, wskutek podobieństwa ciał I i II, ma miejsce zależność:
 $x_{II} = k x_I$, więc

$$\begin{aligned} \frac{1}{k} \cdot \frac{d}{dx_I} \left(\frac{dy_{II}}{dx_{II}} \right) &= \frac{1}{k} \cdot \frac{d}{dx_I} \left(\frac{dy_I}{dx_I} \right) \\ \frac{dy_{II}}{dx_{II}} &= \frac{dy_I}{dx_I} + C \end{aligned}$$

Znowu, wobec zależności: $x_{II} = k x_I$, mamy, że

$$\frac{1}{k} \cdot \frac{dy_{II}}{dx_I} = \frac{dy_I}{dx_I} + C$$

skąd

$$y_{II} = k y_I + C k x_I + C'$$

Jeżeli belki I i II są to belki w dwóch punktach swobodnie podparte, to przy $x_I = 0$ również i $y_I = 0$, a wobec podobieństwa obydwóch belek, musi być również $x_{II} = 0$ i $y_{II} = 0$ a więc i $C' = 0$. Jednocześnie, ze względu na podobieństwo, w razie $\frac{dy_{II}}{dx_{II}} = 0$, musi również i $\frac{dy_I}{dx_I} = 0$, a stąd wynika, że $C = 0$.

Dochodzimy w ten sposób do równania:

$$y_{II} = k \cdot y_I$$

i do zależności:

$$\frac{x_{II}}{x_I} = \frac{y_{II}}{y_I}$$

która świadczy o tem, że krzywe odkształcone belek I i II są do siebie geometrycznie podobne. Dotyczy to wszelkich rodzajów belek, a nie tylko belek w dwóch punktach swobodnie podpartych.

c) Przypuśćmy, w dalszym ciągu, że ciała I i II są to geometrycznie podobne płyty, obciążone każda na odpowiedniej części z swej powierzchni Ω . Jednostkowe obciążenia na 1 m² niech będą odpowiednio równe q_I i q_{II} .

Na podstawie wyżej przytoczonych rozważań można twierdzić, że, aby w odpowiednich punktach ciał I i II naprężenia były jednakowe, potrzeba, aby siły $q_I \cdot \Omega_I$ oraz $q_{II} \cdot \Omega_{II}$ znajdowały się do siebie w stosunku 1 : k^2 , t. j., aby

$$q_{II} \cdot \Omega_{II} = k^2 q_I \cdot \Omega_I$$

Ponieważ, z drugiej strony, $\Omega_{II} = k^2 \Omega_I$, więc

$$q_{II} = q_I$$

Wynika stąd, że w odpowiednich punktach ciał I i II powstawać będą równe naprężenia, o ile obciążenia jednostkowe będą równe.

Dotyczy to również i równomiernego obciążenia geometrycznie podobnych do siebie belek. Tu dla obciążeń w k/m, $q_{II} = k \cdot q_I$.

d) Ciężar własny belek I i II nie wywołuje w odpowiednich punktach tych belek jednakowych naprężeń, gdyż równe naprężenia powstają tu tylko przy siłach, proporcjonalnych do drugich potęg odpowiednich wymiarów liniowych, podczas gdy ciężary własne belek są proporcjonalne do trzecich potęg tych wymiarów.

Aby otrzymać w belce II w pewnym punkcie takie same naprężenia, jakie powstają w odpowiednim punkcie w belce I pod działaniem jej ciężaru własnego, umieszczamy belkę II pionowo i nadajemy jej obrót dookoła pewnej osi pionowej. Na belkę będą wówczas działały siły równe iloczynowi $m \cdot \omega^2 \cdot r$, gdzie m oznacza masę, ω prędkość kątową i r promień obrotu. Dobierając odpowiednio wielkości ω i r , możemy doprowadzić do tego, aby siły zginające belkę, zgodnie z zasadą podobieństwa, stały się k^2 — krotnie mniejsze od ciężaru własnego belki I.

Modele przezroczyste wykonywane są zwykle ze szkła różnych gatunków. Służą one do badania stanu naprężeń w zadaniach płaskich, w których przesunięcia wszystkich punktów ciała są równoległe do tej samej płaszczyzny ¹⁾.

Modele z materiałów przezroczystych mają kształt cienkich płytek, ograniczonych płaszczyznami równoległymi i są wykonane naogół w drobnej skali. W przyrządzie, przeznaczonym do badania tych modeli, obciążamy je w kierunku równoległym do płaszczyzn bocznych, prostopadłe zaś do tych płaszczyzn puszczamy na nie światło polaryzowane.

W stanie nieodkształconym szkło przepuszcza równie dobrze światło niepolaryzowane, jak i polaryzowane, w razie zaś odkształcenia się wykonanych z niego modeli, rozdziela promień światła na dwa różne promienie, które się polaryzują w dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach, pokrywających się z kierunkami osi elipsy naprężeń w danym punkcie.

Ta własność wymienionych ciał przezroczystych daje możliwość wyznaczenia kierunków głównych naprężeń oraz, do pewnego stopnia, ich stosunkowych wielkości, co pozwala już sądzić o układzie naprężeń w konstrukcji, dla której model został sporządzony.

¹⁾ Vid. A. Mesnager, „Cours de résistance des matériaux”, 1928; po polsku o tem można znaleźć w pracy: A. Mesnager, „Naprężenia ciał stałych w postaci widzialnej”, 1924, Przegląd Techniczny.