

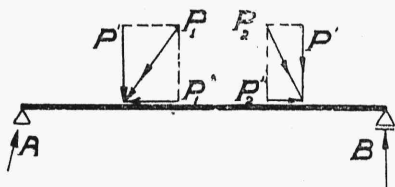
ROZDZIAŁ IV.

Momenty zginające i siły poprzeczne w belkach prostych statycznie wyznaczalnych.

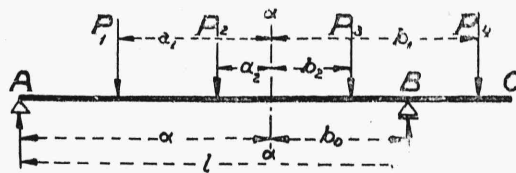
I. Rodzaje belek statycznie wyznaczalnych i reakcje ich podpór.

Rozróżniamy następujące rodzaje belek prostych statycznie wyznaczalnych (określenie vid. rozdz. I, 5).

1°. Belka na dwóch podporach, z których jedna jest przegubowa, lecz nieruchoma (A), druga zaś przegubowo przesuwna (B). Belki tego rodzaju mogą albo kończyć się na podporach (rys. 56), albo też mogą mieć części zwisające, zwane wspornikami (rys. 57). Belkę taką nazywamy również belką swobodnie podpartą.



Rys. 56.



Rys. 57.

2°. Belka utwierdzona w jednym końcu, w drugim zaś swobodna (rys. 69 i 70).

3°. Belka ciągła przegubowa (rys. 71), czyli belka, której część środkowa GK , jest wsparta na końcach dwóch belek zwisających AG i BK , z których każda, ze swej strony, podparta jest w dwóch punktach.

W dalszym ciągu niejednokrotnie nazywać będziemy kierunki prostopadłe do osi belki pionowemi, a równoległe do niej poziomemi.

W myśl metody zeszytnienia, w niniejszym rozdziale będziemy belki rozpatrywali, jako ciała sztywne; uważać je będziemy przytem za nieważkie.

Rodzaj belek wymieniony pod 1^o będzie tu rozważony najobszerniej wobec tego, że dwa następne mogą być, do pewnego stopnia, rozpatrywane, jako jego wypadki szczególne.

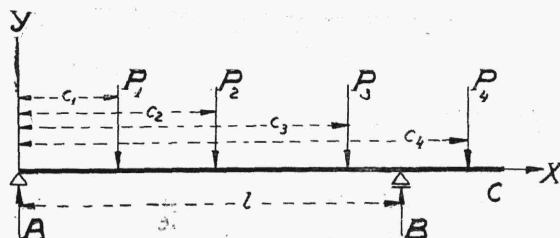
Jeżeli siły, działające na belkę, są nachylone względem jej osi (rys. 56), wówczas mogą one być rozłożone na kierunki prostopadłe do osi (P') i skierowane wzdłuż niej (P'').

Działanie każdej grupy sił jest, w myśl zasady superpozycji, niezależne od działania drugiej grupy, wskutek czego możemy ograniczyć się do rozpatrywania belki jedynie pod działaniem sił skierowanych prostopadłe do jej osi. Siły równoległe do osi belki nie wywołują momentów zginających, powodując jedynie jej wyciąganie lub ściskanie.

Robimy wyobraźniny przekrój $\alpha\alpha$, prostopadły do osi belki (rys. 57). Wypadkowy moment sił, działających na lewo od przekroju $\alpha\alpha$, (łącznie z reakcją podpory) względem środka ciężkości tego przekroju już wyżej (rozdz. III, I), nazwaliśmy momentem zginającym w danym przekroju belki (M_α). Moment, który w razie oddzielenia się lewej części belki od prawej, obracałby pierwszą z nich na prawo, t. j. według normalnej wskazówki zegara, nazywamy zwykle dodatnim. Ponieważ dla równowagi belki, jako całości, koniecznem jest, aby moment sił zewnętrznych względem pewnego punktu, w danym razie względem środka ciężkości przekroju belki $\alpha\alpha$, był równy zeru ($\Sigma M = 0$), musi więc moment sił położonych na prawo od przekroju $\alpha\alpha$ być równy, co do wielkości bezwzględnej, momentowi sił położonych od niego na lewo.

Sumę sił pionowych, działających na lewo od przekroju $\alpha\alpha$, nazywamy siłą poprzeczną (lub ścinającą) w tym przekroju (T_α). Z równań statyki wynika ($\Sigma Y = 0$), że siła ta równa się, co do bezwzględnej wartości, sumie sił działających na belkę na prawo od przekroju $\alpha\alpha$. Siłę poprzeczną nazywamy zwykle dodatnią, o ile, w razie oddzielenia się lewej części belki od prawej, mogłaby ona przesunąć pierwszą z nich ku górze.

Obliczamy reakcje belki przedstawionej na rys. 58.



Rys. 58.

Ustrój podpór belki AB (rys. 58) przesądza kierunek działania reakcyj A i B . Podpora B , jako przesuwna w kierunku równoległym do osi belki, daje, mianowicie, reakcję do niej prostopadłą, wskutek

czego i reakcja A , równoważąca się z grupą sił do siebie równoległych, a do osi belki prostopadłych, musi być do nich równoległa.

Reakcje podpór obliczyć możemy analitycznie i wykreślnie. (por. rozdz. II, 5);

Analitycznie robimy to na podstawie warunków równowagi układów płaskich, czyli na podstawie równań:

$$\Sigma X = 0 \quad \Sigma Y = 0 \quad \Sigma M = 0$$

Równania powyższe są odniesione do osi współrzędnych przedstawionych na rys. 58. Taki sam układ współrzędnych należy wyobrazić sobie i na dalszych rysunkach, o ile osie nie będą tam wskazane specjalnie.

Bierzemy momenty sił zewnętrznych (P) i reakcji B względem punktu A . Mamy więc, że

$$\Sigma M = Bl - P_1 c_1 - P_2 c_2 - P_3 c_3 - P_4 c_4 = 0 \quad (61)$$

Równanie $\Sigma Y = 0$ otrzymuje postać następującą:

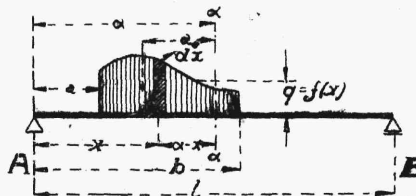
$$\Sigma Y = A + B - P_1 - P_2 - P_3 - P_4 = 0 \quad (62)$$

Wreszcie równanie $\Sigma X = 0$ staje się tu tożsamością. Z równań (61) i (62) wyznaczamy niewiadome reakcje A i B .

Wykreślne wyznaczenie reakcyj A i B sprowadza się do zadania, polegającego na zrównoważeniu układu sił równoległych przez dwie siły, których linie działania są wiadome. Zadanie to zostało rozwiązane w rozdziale II, 5.

Przypuśćmy w dalszym ciągu, że belka jest obciążona w sposób ciągły.

W razie, gdy obciążenie jednostkowe q jest funkcją odległości danego punktu od podpory A , równania (61) i (62) przybierają następującą postać (rys. 59):



Rys. 59.

$$\Sigma M = Bl - \int_a^b q x dx = 0 \quad (63)$$

$$\Sigma Y = A + B - \int_a^b q dx = 0 \quad (63')$$

gdzie odległości a i b oznaczają granice obciążonej części belki.

Z równań (63) i (63') wyznaczamy tu, jak poprzednio, reakcje podpór A i B .

W belce w jednym końcu utwierdzonej, a na drugim swobodnej reakcja jedynej podpory równa się sumie sił pionowych, działających na belkę (rys. 69 i 70, str. 58):

$$A = P_1 + P_2 \quad (64')$$

2. Analityczne wyznaczenie momentów zginających i sił poprzecznych.

Obliczenie momentu zginającego belki swobodnie podpartej AB (rys. 57, str. 46) względem przekroju $\alpha\alpha$ analitycznie wykonywamy za pomocą wzoru:

$$M_\alpha = A\alpha - P_1 a_1 - P_2 a_2 \quad (65)$$

W szczególnym wypadku, gdy na belkę działa jeden ciężar skupiony w jej przekroju środkowym, moment zginający w tym przekroju równa się:

$$M_\alpha = \frac{Pl}{4} \quad (65')$$

Wykreślnie znajdujemy M_α , jako moment układu sił A , P_1 i P_2 względem punktu α sposobem podanym w rozdz. II, I.

Gdy obciążenie belki jest ciągłe, (rys. 59, str. 48), wówczas znajdujemy moment zginający w przekroju $\alpha\alpha$ odległym o α od podpory A ze wzoru:

$$M_\alpha = A\alpha - a_0 \int_\alpha^l q dx \quad (66)$$

gdzie a_0 oznacza odległość środka ciężkości obciążenia części belki położonej na lewo od przekroju $\alpha\alpha$.

W razie, gdy q jest wielkością stałą i obciążenie pokrywa całą belkę, mamy, że

$$A = \frac{ql}{2}; \quad A\alpha = \frac{ql\alpha}{2}$$

$$M_\alpha = \frac{ql\alpha}{2} - \frac{q\alpha^2}{2} = \frac{q\alpha}{2}(l - \alpha) \quad (67)$$

W szczególnym wypadku, gdy $\alpha = \frac{l}{2}$, wzór (67) przybiera postać następującą:

$$M_\alpha = \frac{ql^2}{8} \quad (67')$$