

Znajdujemy punkt a_1 przecięcia się siły Z_1 z siłą C_1 i wyznaczamy ich wypadkową R_1 (rys. 443 b), która będzie równa reakcji klina 12 na klin 01. Punkt c_1 przecięcia się siły R_1 z płaszczyzną 11' będzie punktem linii ciśnień w murze.

Drugi punkt linii ciśnień c_2 znajdujemy w podobny sposób. Przedłużamy, mianowicie, prostą działania ciężaru C_2 do przecięcia się z reakcją R_1 (punkt g) i znajdujemy wypadkową K_1 (rys. 443 b) sił R_1 i C_2 . Wypadkową tę przedłużamy do przecięcia się z siłą Z_2 w punkcie i , poczem znajdujemy reakcję klina 23 na klin 12, jako wypadkową sił K_1 i Z_2 . Punkt przecięcia się R_2 z prostą 22' daje punkt c_2 .

W dalszym ciągu znajdujemy punkt d przecięcia się R_2 i C_3 i t.d., poczem postępujemy w ten sam sposób, jak poprzednio.

Linia łamana $c_1c_2c_3...$ daje nam poszukiwaną linię ciśnień.

3. Obliczenie zapór prostokątnych i trójkątnych.

W obliczeniu zapór (tam, grobli) uważamy za niedopuszczalne pęknięcia muru w kierunku stycznym do płaszczyzn poziomych, ograniczających poszczególne jego kliny, i dlatego musimy tu obliczać zarówno naprężenia styczne, jak i naprężenia normalne równoległe do obydwóch osi współrzędnych (w układzie płaskim). Rozpatrując zapórę, jako mur szczelny, zmuszeni jesteśmy do rozwiązywania równań różniczkowych równowagi sprężystej (rozdz. VIII,1):

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \quad (907')$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau}{\partial x} = \gamma \quad (907'')$$

Dwa równania (907) zastosowane do nieskończonej małej cząstki muru szczelnego o wymiarach 1, dx i dy wiążą ze sobą trzy wielkości σ_x , σ_y i τ . Mamy więc do czynienia z zadaniem, posiadającym nieograniczoną liczbę rozwiązań. Przy osiach współrzędnych, przedstawionych na rys. 444 i 446, równania (907), wyprowadzone dla współrzędnych według rys. 152 (rozdz. VIII,1) nie ulegają przekształceniu, gdyż, wprowadzając zmienia się tu znak przy wielkości γ , jednak zmienia się jednocześnie i znak przy wchodzących w równania te pochodnych, ponieważ obecnie uważamy za dodatnie naprężenia ściskające, poprzednio uważane za ujemne.

Aby umożliwić rozwiązanie zadania, uciekamy się do założenia, że naprężenia normalne do przekroju poziomego zapory σ_y zmieniają się w tym przekroju według prawa linii prostej.

Napężenia te obliczamy według reguł nierównomiernego ściskania tak, jak w murach podporowych. Znalazłszy tą drogą pewną funkcję

$$\sigma_y = f(x, y) \quad (908)$$

dwie pozostałe funkcje:

$$\sigma_x = f_1(x, y)$$

$$\tau = f_2(x, y) \quad (909)$$

otrzymujemy drogą całkowania równań (907') i (907'').

Bierzemy zapórę prostokątną, przedstawioną na rys. 444. Napężenia σ_y największe i najmniejsze w pewnym przekroju poziomym $\alpha\alpha$ tej zapory obliczamy ze wzoru:

$$\sigma_y^{\max}_{\min} = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} \quad (910)$$

t. j. w ten sam sposób, jak napężenia normalne w murze podporowym.

Wobec założenia, że napężenia σ_y zmieniają się w danym przekroju zapory w sposób liniowy, otrzymujemy dla σ_y wzór następujący:

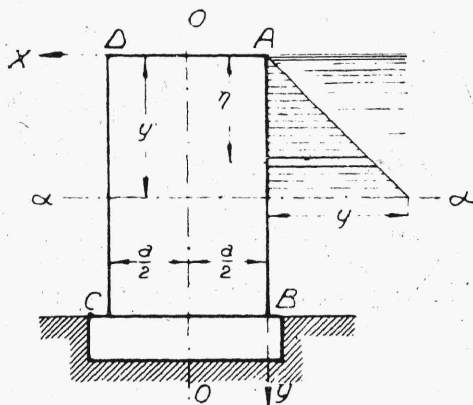
$$\sigma_y = \frac{N}{A} - \frac{M}{W} \cdot \frac{\left(\frac{a}{2} - x\right)}{\frac{a}{2}} \quad (911)$$

gdzie a oznacza szerokość zapory.

W danym wypadku dla długości muru 1 m,

$$\frac{N}{A} = \gamma y \quad (912)$$

gdzie γ oznacza ciężar jednostkowy zapory a y rzędną przekroju, równą jego zagłębieniu pod poziomem wody.



Rys. 444.

Moment zginający M w danym przekroju zapory powstać może jedynie wskutek parcia wody, a, wobec trójkątnego rozkładu parć jednostkowych wody na zaporę, równa się w przekroju $\alpha\alpha$:

$$M_{\alpha} = \int_0^y \eta (y - \eta) d\eta = \frac{1}{6} y^3 \quad (913)$$

gdzie η oznacza rzędną dowolnego punktu zapory na odcinku od górnej krawędzi DA do danego przekroju $\alpha\alpha$, oddalonego od tej krawędzi o rzędną y ; ciężar jednostkowy wody przyjmujemy tu za równy 1 t/m^3 .

Ponieważ $W = \frac{1}{6} a^2$, więc wzór (911) dla naprężeń σ_y w zaporce przybiera postać następującą:

$$\begin{aligned} \sigma_y &= \gamma y - \frac{y^3}{a^2} \cdot \frac{(a - 2x)}{a} = \\ &= \gamma y - \frac{y^3}{a^2} + \frac{2xy^3}{a^3} \end{aligned} \quad (914)$$

Dla wyznaczenia τ uciekamy się do równania (907''). W tym celu obliczamy przedewszystkiem na podstawie wzoru (914) pochodną $\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}$:

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = \gamma - \frac{3y^2}{a^2} + \frac{6y^2 x}{a^3} \quad (915)$$

Z równania (907'') otrzymujemy:

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = \frac{3y^2}{a^2} - \frac{6y^2 x}{a^3} \quad (916)$$

skąd

$$\tau = \frac{3y^2 x}{a^2} - \frac{3y^2 x^2}{a^3} \quad (917)$$

gdyż stała całkowania $C = 0$ wobec tego, że przy $x = 0$, $\tau = 0$.

Wstawiając wzór dla τ w równanie (907'), otrzymujemy:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = -\frac{6yx}{a^2} + \frac{12y x^2}{2a^3} \quad (918)$$

skąd

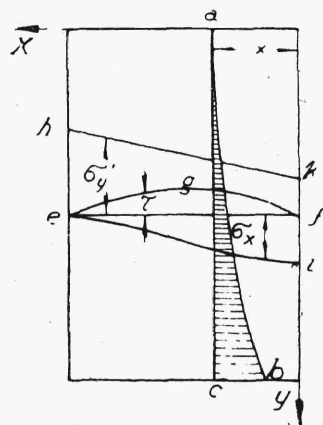
$$\sigma_x = -\frac{6y x^2}{2a^2} + \frac{12y x^3}{6a^3} + C \quad (919)$$

gdzie C jest to stała całkowania.

Ponieważ przy $x=0$, $\sigma_x = y$ t. j. jednostkowemu parciu wody, więc ostatecznie mamy:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{3yx^2}{a^2} + \frac{2yx^3}{a^3} + y = \\ &= y \left[1 - 3\left(\frac{x}{a}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{a}\right)^3 \right] \end{aligned} \quad (920)$$

Na rys. 445 krzywa ab wskazuje zależność naprężeń σ_x od zagłębienia y dla danego x , krzywa egf jest wykresem naprężeń stycznych w danym przekroju poziomym zapory, prosta hk jest wykresem naprężeń σ_y , normalnych do przekroju poziomego, krzywa ei przedstawia wreszcie naprężenia σ_x w danym przekroju poziomym.



Rys. 445.

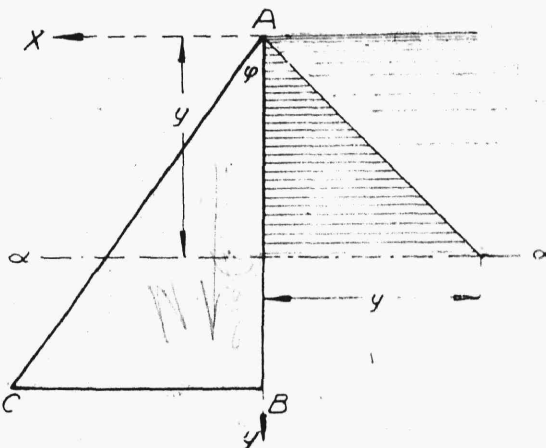
W wypadku zapory o przekroju trójkątnym (rys. 446) szerokość zapory jest wielkością zmienną i równa się $a = y \operatorname{tg} \varphi$. Wobec tego wzór (911) przybiera postać następującą:

$$\sigma_y = \frac{N}{A} - \frac{M}{W} \frac{\left(\frac{y \operatorname{tg} \varphi}{2} - x \right)}{\frac{y \operatorname{tg} \varphi}{2}} \quad (921)$$

Wyraz $\frac{N}{A}$ równa się tu:

$$\frac{N}{A} = \frac{\frac{1}{2} a y \gamma}{a} = \frac{\gamma y}{2} \quad (922)$$

Moment zginający w przekroju $\alpha\alpha$ składa się w wypadku zapory o przekroju trójkątnym z momentu M_c , wywołanego przez mimośród siły pionowej N (ciężaru własnego górnej części zapory ponad przekrojem $\alpha\alpha$),



Rys. 446.

i momentu zginającego M_w , będącego rezultatem parcia wody na powierzchnię AB zapory. Momenty te równają się odpowiednio:

$$M_c = \frac{a}{6} \cdot N = \frac{1}{12} a^2 y \gamma = \frac{1}{12} \gamma y^3 \operatorname{tg}^2 \varphi \quad (923)$$

$$M_w = \frac{1}{6} y^3 \quad (924)$$

przyczem moment M_w ma tu to samo znaczenie co moment M_a w zadaniu poprzednim.

Uwzględniając zwroty momentów M_c i M_w , otrzymujemy, że moment zginający w przekroju $\alpha\alpha$ równa się:

$$M = \frac{1}{6} y^3 - \frac{1}{12} \gamma y^3 \operatorname{tg}^2 \varphi \quad (925)$$

skąd

$$\frac{M}{W} = \frac{\frac{1}{6} y^3 - \frac{1}{12} \gamma y^3 \operatorname{tg}^2 \varphi}{\frac{1}{6} y^2 \operatorname{tg}^2 \varphi} = \frac{y(2 - \gamma \operatorname{tg}^2 \varphi)}{2 \operatorname{tg}^2 \varphi} \quad (926)$$

Wstawiając wzory (922) i (926) w równanie (921), otrzymujemy:

$$\sigma_y = \frac{\gamma y}{2} - \frac{(2 - \gamma \operatorname{tg}^2 \varphi)}{2 \operatorname{tg}^2 \varphi} \cdot \frac{(y \operatorname{tg} \varphi - 2x)}{\operatorname{tg} \varphi} \quad (927)$$

Z równania (907''):

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau}{\partial x} = \gamma \quad (928)$$

mamy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial x} &= \gamma - \frac{\gamma}{2} + \frac{2 - \gamma \operatorname{tg}^2 \varphi}{2 \operatorname{tg}^2 \varphi} = \\ &= \frac{\gamma}{2} + \frac{2 - \gamma \operatorname{tg}^2 \varphi}{2 \operatorname{tg}^2 \varphi} \end{aligned} \quad (929)$$

Całkujemy równanie (929), otrzymując następujący wzór dla τ :

$$\tau = \left(\frac{\gamma}{2} + \frac{2 - \gamma \operatorname{tg}^2 \varphi}{2 \operatorname{tg}^2 \varphi} \right) x + C \quad (930)$$

czyli

$$\tau = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \varphi} x \quad (930')$$

gdzie $C = 0$, gdyż przy $x = 0$, $\tau = 0$.

Naprężenie σ_x otrzymujemy ze wzoru (907'):

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0 \quad (931)$$

Ponieważ ze wzoru (930') wynika, że $\frac{\partial \tau}{\partial y} = 0$, mamy więc, że

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = 0 \quad (932)$$

Całkujemy równanie (932) w granicach od 0 do x , gdzie x oznacza odcięta pewnego punktu w danym przekroju zapory:

$$\int_0^x \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx = 0 \quad (93)$$

Jeżeli σ_x^0 oznacza naprężenie na powierzchni zapory od strony wody, wówczas mamy, że

$$\int_0^x \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx = \sigma_x - \sigma_x^0 = 0 \quad (934)$$

skąd

$$\sigma_x = \sigma_x^0 \quad (935)$$

Ponieważ zaś naprężenie normalne na powierzchni AB zapory równa się:

$$\sigma_x^0 = \gamma \quad (936)$$

więc dla naprężenia σ_x otrzymujemy wzór:

$$\sigma_x = \gamma \quad (937)$$

co znaczy, że naprężenia σ_x są w danym przekroju poziomym zapory stałe.

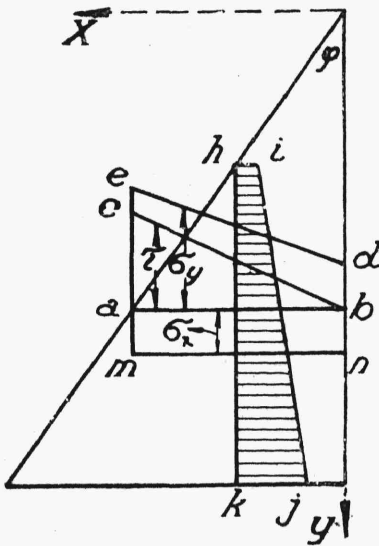
Na rys. 447 prosta ed przedstawia wykres naprężeń σ_y w przekroju poziomym ab , prosta cb wykres naprężeń τ w tym samym przekroju, wreszcie ij wykres naprężeń σ_x w przekroju pionowym hk i mn wykres tych samych naprężeń w danym przekroju poziomym.

W razie gdy obie płaszczyzny, ograniczające z boków zapórę, są nachylone względem płaszczyzny pionowej, a nie jedna

tylko, jak w zadaniu poprzednim, wówczas w równaniu (930) stała całkowania C nie jest równa zeru, a wykresy naprężeń τ i σ_x mają kształt trapezów.

4. Linje jednakowych naprężeń w murach szczelnych.

Wykreślenie dla murów szczelnych, w szczególności zaś dla zapór, linii jednakowych naprężeń głównych (σ_{max}) i największych naprężeń stycznych (τ_{max}), tak samo, jak wykreślenie podobnych linii dla belek (por. rozdz. VIII, 4) ma na celu charakterystykę pracy materiału muru i wskazanie w nim miejsc pod względem wytrzymałościowym najniebezpieczniejszych



Rys. 447.