

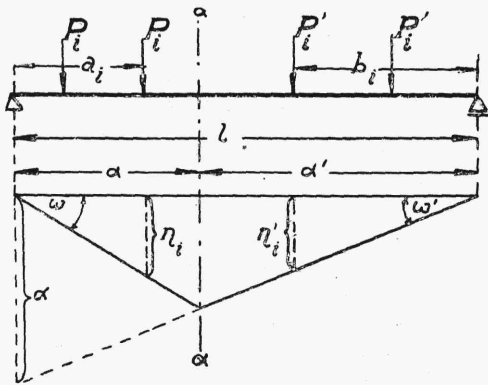
8. Najniekorzystniejsze obciążenie linii wpływowych.

Chodzi o takie ustawienie ciężarów, aby wielkość, dla której została dana linia wpływowa sporządzona, otrzymała przy tem obciążeniu wartość największą.

Mamy na widoku w danym wypadku przeważnie linie trójkątne, które znajdują zastosowanie, gdy chodzi o belki w dwóch punktach podparte, łuki tróprzegubowe i niektóre kratownice przegubowe.

Przypuśmy, iż przedstawiona na rysunku linia (rys. 89) odpowiada momentowi M_α , belka zaś jest obciążona siłami P_1, P_2, \dots . Jeżeli oznaczymy przez P_i siły działające na lewo od przekroju $\alpha\alpha$, a przez P'_i siły, działające na prawo od tegoż przekroju, wówczas będziemy mieli, że

$$M_\alpha = \sum P_i \eta_i + \sum P'_i \eta'_i \quad (107)$$



Rys. 89.

gdzie η_i oznacza rzędne linii wpływowej, odpowiadające lewej części, belki a η'_i rzędne, odpowiadające jej prawej części.

Oznaczamy w dalszym ciągu przez a_i oraz b_i odległości od podpór punktów zaczepienia sił P_i położonych na lewej względnie na prawej części belki.

Z rysunku 89 otrzymujemy, że:

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{\alpha'}{l} \quad \text{ i } \quad \operatorname{tg} \omega' = \frac{\alpha}{l}$$

Wynika stąd, że poszczególne rzędne linii wpływowych, odpowiadające danemu położeniu ciężarów na belce, wyrażą się zapomocą wzorów następujących:

$$\eta_i = a_i \operatorname{tg} \omega = a_i \cdot \frac{\alpha'}{l}$$

$$\eta'_i = b_i \operatorname{tg} \omega' = b_i \cdot \frac{\alpha}{l}$$

Wobec tego wzór (107) przybiera postać następującą:

$$M_\alpha = \frac{\alpha'}{l} \sum P_i a_i + \frac{\alpha}{l} \sum P'_i b'_i \quad (108)$$

Przesuwamy ciężary w kierunku na prawo na odległość Δl . W związku z tem wszystkie odcięte a_i doznają wydłużenia, zaś odcięte b_i skrócenia o Δl czyli, że nowe odcięte punktów zaczepienia poszczególnych ciężarów będą odpowiednio równe:

$$a'_i = a_i + \Delta l$$

$$b'_i = b_i - \Delta l$$

Moment ulegnie przyrostowi o wielkość ΔM_α i będzie się równał:

$$M'_\alpha = \frac{\alpha'}{l} \sum P_i (a_i + \Delta l) + \frac{\alpha}{l} \sum P'_i (b_i - \Delta l) \quad (109)$$

Po odjęciu od wzoru (109) wzoru (108) otrzymamy, że

$$\Delta M = M'_\alpha - M_\alpha = \frac{\alpha'}{l} \sum P_i \Delta l - \frac{\alpha}{l} \sum P'_i \Delta l \quad (110)$$

Od znaku wielkości ΔM_α zależy, czy moment M_α zwiększa się, czy też zmniejsza przy przesuwaniu ciężarów po belce.

Powiedzmy, że $\Delta M_\alpha > 0$, wówczas ze wzoru (110) wynika następująca nierówność:

$$\frac{\alpha'}{\alpha} > \frac{\sum P'_i}{\sum P_i} \quad (111)$$

Ze wzorów (110) i (111) widać również, że ΔM_α dotąd będzie większe od zera, dokąd nie ulegają zmianie sumy $\sum P_i$ i $\sum P'_i$, t. j. sumy ciężarów na każdej z dwóch części belki, rozdzielonych przekrojem $\alpha\alpha$.

Przypuśćmy dalej, że pewien ciężar P_α przeszedł z lewej części belki na prawą. W związku z tem suma $\sum P_i$ ulega zmniejszeniu o ciężar P_α , suma $\sum P'_i$ powiększeniu o ten sam ciężar, a przyrost ΔM_α może stać się mniejszym od zera. O ile to ostatnie ma miejsce, to ciężar P_α będzie tym, który należy ustawić nad przekrojem $\alpha\alpha$, aby otrzymać $\max M_\alpha$.

Tłómaczy się to w ten sposób, że po ustawieniu ciężaru P_α nad przekrojem $\alpha\alpha$, zarówno jego przesunięcie o Δl na lewo, jak i na prawo od tego przekroju czyni przyrost ΔM_α momentu zginającego mniejszym od zera, to znaczy, że przy ustawieniu ciężaru nad przekrojem mamy do czynienia z $\max M_\alpha$.

Nadajemy sumom $\sum P_i$ oraz $\sum P'_i$ następującą formę:

$$\sum P_i = W + P_\alpha \quad \text{ i } \quad \sum P'_i = W'$$

o ile ciężar P_α znajduje się na lewej części belki i

$$\Sigma P_i = W \quad \text{i} \quad \Sigma P'_i = W' + P_\alpha$$

o ile ciężar P_α znajduje się na prawej jej części.

Tu W i W' oznaczają sumy sił, działających odpowiednio na lewo i na prawo od przekroju $\alpha\alpha$, z wyłączeniem siły P_α .

Warunek (111), co do $\max M_\alpha$ pod P_α , da się wyrazić wobec tego w formie następującej:

$$\frac{\alpha'}{\alpha} > \frac{W'}{W + P_\alpha} \quad \text{i} \quad \frac{\alpha'}{\alpha} < \frac{W' + P_\alpha}{W} \quad (112)$$

Aby więc otrzymać $\max M_\alpha$ dla danego przekroju, przy danym szeregu ciężarów na belce, należy jeden z największych ciężarów ustawić nad przekrojem, pozostałe zaś ciężary rozstawić na belce z obydwóch stron przekroju proporcjonalnie do odległości przekroju od końców belki. Warunek (112) nazywamy często kryterjum najniekorzystniejszego obciążenia belki prostej.

Gdybyśmy byli początkowo założyli, że $\Delta M_\alpha < 0$, to otrzymalibyśmy rezultaty identyczne, do czego jednak powinniśmy byli powtórzyć rozumowanie poprzednie, przesuując ciężary z prawej strony na lewo, czyli odwrotnie, niż poprzednio.

Przy obliczeniu $\max T$ ustawiamy ciężary tylko nad częścią linii wpływowej opatrzoną znakiem $+$ oraz przy obliczeniu $\min T$ tylko nad częścią ze znakiem $-$.

Najniekorzystniejsze obciążenie linii wpływowych o kształcie linii krzywych lub łamanych znajdujemy przeważnie drogą prób kolejnych, nie uciekając się do specjalnych kryterjów, starając się jednak umieszczać największe ciężary nad największemi rzędnymi.

O ile po belce przesuwa się szereg ciężarów ruchomych, to belkę znajduje się kolejno pod działaniem różnych grup ciężarów i kryterjum (112) należy wówczas stosować do każdej z tych grup z osobna, opuszczając jednak grupy, które ze względu na mniejszą liczbę ciężarów i ze względu na ich rzadsze rozstawienie wyraźnie nie mogą stworzyć bardziej niekorzystnego obciążenia, niż grupy, dla których kryterjum było już stosowane.

Przykłady różnych norm obciążenia belek znajdzie czytelnik w rozdziale XIV, 8.
